This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Это цифровая коиия книги, хранящейся для иотомков на библиотечных иолках, ирежде чем ее отсканировали сотрудники комиании Google в рамках ироекта, цель которого - сделать книги со всего мира достуиными через Интернет.

Прошло достаточно много времени для того, чтобы срок действия авторских ирав на эту книгу истек, и она иерешла в свободный достуи. Книга иереходит в свободный достуи, если на нее не были иоданы авторские ирава или срок действия авторских ирав истек. Переход книги в свободный достуи в разных странах осуществляется ио-разному. Книги, иерешедшие в свободный достуи, это наш ключ к ирошлому, к богатствам истории и культуры, а также к знаниям, которые часто трудно найти.

В этом файле сохранятся все иометки, иримечания и другие заииси, существующие в оригинальном издании, как наиоминание о том долгом иути, который книга ирошла от издателя до библиотеки и в конечном итоге до Вас.

Правила использовапия

Комиания Google гордится тем, что сотрудничает с библиотеками, чтобы иеревести книги, иерешедшие в свободный достуи, в цифровой формат и сделать их широкодостуиными. Книги, иерешедшие в свободный достуи, иринадлежат обществу, а мы лишь хранители этого достояния. Тем не менее, эти книги достаточно дорого стоят, иоэтому, чтобы и в дальнейшем иредоставлять этот ресурс, мы иредириняли некоторые действия, иредотвращающие коммерческое исиользование книг, в том числе установив технические ограничения на автоматические заиросы.

Мы также иросим Вас о следующем.

- Не исиользуйте файлы в коммерческих целях.
  Мы разработали ирограмму Поиск книг Google для всех иользователей, иоэтому исиользуйте эти файлы только в личных, некоммерческих целях.

- Не отиравляйте автоматические заиросы.
  Не отиравляйте в систему Google автоматические заиросы любого вида. Если Вы занимаетесь изучением систем машинного иеревода, оитического расиознавания символов или других областей, где достуи к большому количеству текста может оказаться иолезным, свяжитесь с нами. Для этих целей мы рекомендуем исиользовать материалы, иерешедшие в свободный достуи.

- Не удаляйте атрибуты Google.
  В каждом файле есть "водяной знак" Google. Он иозволяет иользователям узнать об этом ироекте и иомогает им найти доиолнительные материалы ири иомощи ирограммы Поиск книг Google. Не удаляйте его.

- Делайте это законно.
  Независимо от того, что Вы исиользуйте, не забудьте ироверить законность своих действий, за которые Вы несете иолную ответственность. Не думайте, что если книга иерешла в свободный достуи в США, то ее на этом основании могут исиользовать читатели из других стран. Условия для иерехода книги в свободный достуи в разных странах различны, иоэтому нет единых иравил, иозволяющих оиределить, можно ли в оиределенном случае исиользовать оиределенную книгу. Не думайте, что если книга иоявилась в Поиске книг Google, то ее можно исиользовать как угодно и где угодно. Наказание за нарушение авторских ирав может быть очень серьезным.

О программе Поиск кпиг Google

Миссия Google состоит в том, чтобы организовать мировую информацию и сделать ее всесторонне достуиной и иолезной. Программа Поиск книг Google иомогает иользователям найти книги со всего мира, а авторам и издателям - новых читателей. Полнотекстовый иоиск ио этой книге можно выиолнить на странице `http://books.google.com/`

Pslav 392.10

U. S. GOVERNMENT PRINTING OFFICE: 1925

HARVARD
COLLEGE
LIBRARY

PSlav 392.10

U. S. GOVERNMENT PRINTING OFFICE: 1910

HARVARD
COLLEGE
LIBRARY

31 Марта.

УНИВЕРСИТЕТСКІЯ ИЗВѢСТІЯ.

Годъ XXXVIII. № 1—ЯНВАРЬ. 1898 годъ.

СОДЕРЖАНІЕ:

Часть I - оффиціальная.

Положенія о стипендіяхъ имени д. с. с. В. Г. Левицкаго при Императорскомъ Университетѣ Св. Владиміра. . . . . 1—2

Часть II—неоффиціальная.

I. Религіозныя представленія древнихъ Египтянъ о загробной жизни. — Студ. А. А. Царевскаго . 1—31

II. Критическіе этюды о нѣкоторыхъ лирическихъ произведеніяхъ Яна Кохановскаго. — Стипендіата И. Ф. Кожина . . 1—50

III. Основы ученія о наложеніи поверхностей. — Соч. студ. И. И. Бѣлинкина, представленное проф. В. П. Ермаковымъ . . . 1—85

IV. О глухонѣмотѣ въ судебно-медицинскомъ отношеніи (изъ Клинческаго судебно медицинскаго отд. Кіев. Военнаго госпиталя). — Помощ. прозект. М. Ѳ. Колесниксва. 1—86

Прибавленія.

I. Элементы теоріи поверхностей. Курсъ, читанный въ 1897 году. — Проф. В. Я. Букрѣева. . 1—32

II. Объявленія объ изданіи журналовъ и газетъ . . 1—22

КІЕВЪ.
1898.

121

УНИВЕРСИТЕТСКІЯ

ИЗВѢСТІЯ.

206
194

ГОДЪ ТРИДЦАТЬ ВОСЬМОЙ.

№ 1—ЯНВАРЬ.

КІЕВЪ.
Типографія Императорскаго Университета Св. Владиміра.
Н. Т. Корчакъ-Новицкаго, Михайловская ул., № 4-й.
1898.

PSlav 392.10
HARVARD UNIVERSITY LIBRARY
51*17

Печатано по опредѣленію Совѣта Императорскаго Университета Св. Владиміра.
Ректоръ *Ѳ. Фортинскій*.

THE LIBRARY OF CONGRESS
DUPLICATE

СОДЕРЖАНІЕ.

Часть I—оффиціальная.

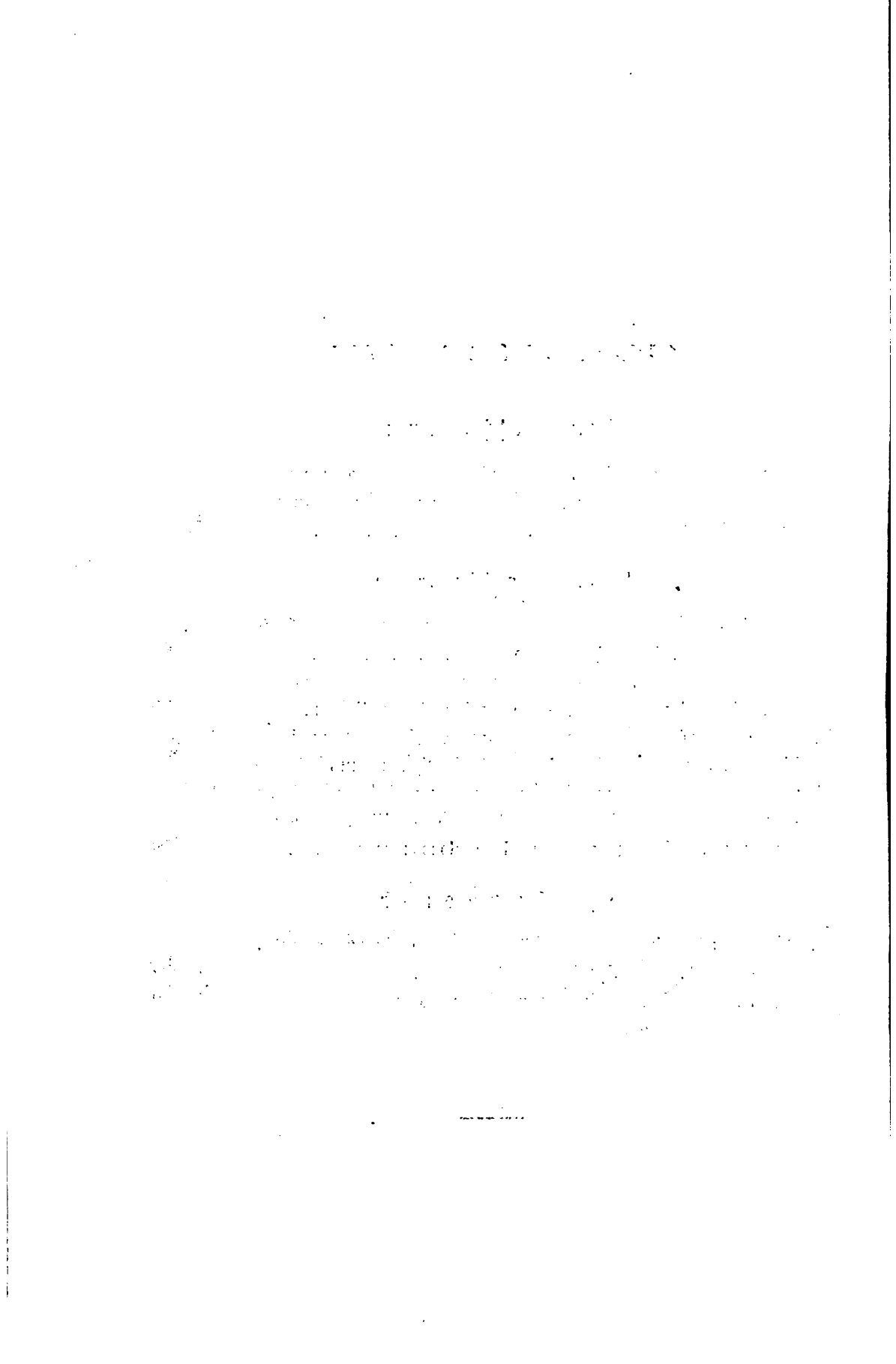
Положенія о стипендіяхъ имени дѣйствительнаго статскаго совѣтника В. Г. Левицкаго при Императорскомъ Университетѣ Св. Владиміра . . . . . 1—2

Часть II—неоффиціальная.

I. Религіозныя представленія древнихъ Египтянъ о загробной жизни.—Студ. **А. А. Царевскаго** . . . . . 1—31
II. Критическіе этюды о нѣкоторыхъ лирическихъ произведеніяхъ Яна Кохановскаго.—Стипендіата **И. Ф. Кожина** . . 1—50
III. Основы ученія о наложеніи поверхностей.—Соч. студ. **И. И. Бѣлянкина**, представленное проф. **В. П. Ермаковымъ** . . . 1—85
IV. О глухонѣмотѣ въ судебно-медицинскомъ отношеніи (изъ Клиническаго судебно-медицинскаго отд. Кіев. Военнаго госпиталя).—Помощ. прозект. **М. Ѳ. Колесникова** . . . . 1—38

Прибавленія.

I. Элементы теоріи поверхностей. Курсъ, читанный въ 1897 году.—Проф. **Б. Я. Букрѣева** . . . . . 1—32
II. Объявленія объ изданіи журналовъ и газетъ . . . . . 1—22



На основаніи Высочайшаго повелѣнія 5 декабря 1881 года утверждаю. 26 ноября 1897 года.

Министръ Народнаго Просвѣщенія, Статсъ-Секретарь Графъ *Деляновъ*.

ПОЛОЖЕНІЕ

о стипендіяхъ имени дѣйствительнаго статскаго совѣтника Виктора Григорьевича Левицкаго при Императорскомъ Университетѣ Св. Владиміра.

1. Изъ процентовъ съ капитала въ двадцать четыре тысячи пятьсотъ рублей, завѣщаннаго Университету Св. Владиміра дѣйствительнымъ статскимъ совѣтникомъ Викторомъ Григорьевичемъ Левицкимъ, учреждаются при названномъ Университетѣ три равныя стипендіи его имени на физико-математическомъ, юридическомъ и медицинскомъ факультетахъ, по одной на каждомъ.

2. Стипендіальный капиталъ, заключающійся въ государственныхъ процентныхъ бумагахъ, составляетъ собственность Университета и хранится въ Кіевскомъ Губернскомъ Казначействѣ въ числѣ спеціальныхъ средствъ Университета, оставаясь навсегда неприкосновеннымъ фондомъ для вышеозначенныхъ трехъ стипендій.

3. Годовой размѣръ стипендій опредѣляется количествомъ процентныхъ денегъ, получаемыхъ съ стипендіальнаго капитала, по вычетѣ изъ нихъ государственнаго налога.

4. Стипендіатами имени Левицкаго могутъ быть только студенты христіанскихъ исповѣданій.

5. Назначеніе стипендій производится Правленіемъ Университета на основаніи общихъ правилъ о назначеніи стипендій и пособій студентамъ университетовъ.

6. Причитающіяся Университету по духовному завѣщанію В. Г. Левицкаго и еще неполучепныя $^{3}/_{12}$ части по заемному письму коллежскаго секретаря Е. И. Данилова отъ 15 января 1896 года на 1500 руб., а также могущіе образоваться отъ временнаго незамѣщенія стипендій остатки отъ процентныхъ денегъ съ стипендіальнаго капитала обращаются въ процентныя бумаги для увеличенія размѣра стипендій.

7. Пользованіе стипендіями не налагаетъ на стипендіатовъ никакихъ обязательствъ.

Религіозныя представленія древнихъ Египтянъ о загробной жизни.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Подобно тому какъ въ политическомъ отношеніи въ древнѣйшее время Египетъ былъ раздѣленъ на множество независимыхъ областей или номовъ, такъ и религія Египтянъ не имѣла въ то время единства и представляла собой отдѣльные мѣстные культы многочисленныхъ боговъ; судя по древнимъ египетскимъ памятникамъ, можно заключить, что каждый номъ имѣлъ своего отдѣльнаго бога, которому воздвигалъ храмы и приносилъ жертвы; только позднѣе, быть можетъ, подъ вліяніемъ политическаго объединенія страны усилія жрецовъ были направлены на то, чтобы свести въ одно цѣлое элементы національной религіи, опредѣливши генетическую связь между божествами отдѣльныхъ областей государства;—и все-таки миѳологія Египтянъ никогда не была приведена въ единую стройную систему.

Но если боги Египта были многочисленны и разнообразны по формѣ своей, то по существу они большей частью тождественны и представляютъ повтореніе другъ друга. Подъ тѣми или иными названіями и символами въ различныхъ мѣстахъ страны Нила въ сущности почиталось одно божество, и поклоненіе ему отличалось лишь только подробностями культа. Множество египетскихъ боговъ сводится собственно къ обожанію солнца, творческая сила котораго пробуждаетъ жизнь въ природѣ и производитъ живыя существа. „Слава тебѣ, о солнце, творецъ всѣхъ людей! Ты одинъ живешь въ истинѣ и раждаешь все, что существуетъ, и животныхъ, и людей. Въ твоемъ

глазу, т. е. въ видимомъ дискѣ солнца, открывается Господь неба и земныхъ міровъ, владыка всего, родитель всѣхъ боговъ, царь высотъ, вождь небесныхъ воинствъ и предводитель всѣхъ боговъ“ [1]). Такъ прославляли Египтяне своего бога въ прекрасномъ гимнѣ, посвященномъ солнцу.

Наиболѣе почитаемый въ Нижнемъ Египтѣ мемфисскій богъ Птахъ, котораго греки называли Гефестомъ, былъ богомъ огня, свѣта и солнца; огонь служилъ символомъ этого бога; солнечный свѣтъ считали Египтяне проявленіемъ Птаха. Онъ почитался Египтянами какъ творецъ вселенной, выведшій міръ изъ мрака и сотворившій все живущее: надписи называютъ его отцомъ отцовъ боговъ, владыкой неба, царемъ обоихъ міровъ, отцемъ истины.

Манеѳонъ считаетъ Птаха древнѣйшимъ богомъ и время его царствованія на землѣ относитъ за 9000 лѣтъ предъ другими богами [2]).

По преданію Египтянъ его храмъ въ Мемфисѣ, построенный первымъ царемъ Менесомъ, существовалъ съ основанія государства [3]). Какъ богъ жизни, самъ вѣчно юный; какъ свѣтъ, ежедневно раждающійся изъ мрака, Птахъ изображался иногда въ видѣ ребенка, держащаго бичъ и скипетръ, эмблему власти.

Если въ Мемфисѣ первое мѣсто занималъ Птахъ, то въ Геліополисѣ (египетск. Anu, библейск. On) онъ уступалъ пальму первенства Ра, „отцу боговъ“, „первоначальному богу“. Въ книгѣ Мертвыхъ представляется Ра именно какъ первое и единственное начало; другія божества суть только его аттрибуты.

„Ра, говорится тамъ, создалъ свои члены: они дѣлаются богами, которые становятся около него“.

Ра—творецъ неба и земли, животныхъ и людей: „онъ создалъ землю, серебро и золото,—онъ создалъ настоящій лазуревый камень по доброй волѣ своей [4]),—онъ создалъ пастбища для скота и всѣ растенія, которыми питаются люди. Онъ даетъ жизнь рыбамъ въ водѣ, птицамъ въ небесахъ, вдыхаетъ жизнь въ зародышъ яйца. Онъ

---

[1]) Brugsch, Die ägyptische Gräberwelt. S. 35.

[2]) По представленію Египтянъ, нѣкогда боги царствовали на землѣ; вотъ греческія имена этихъ боговъ-царей: Ἡφαίστος, Ἥλιος, Ἕως, Κρόνος, Ὄσιρις. Τυφῶν, Ὧρος; впрочемъ порядокъ божескихъ династій мѣняется сообразно условіямъ времени и мѣста.

[3]) Herodot. II, XCIX.

[4]) Булакскій папирусъ т. II, табл. XI, стр. 8, строк. 6—7.

даетъ жизнь гадамъ, производитъ тѣхъ изъ нихъ, которыми питаются птицы; гады и птицы равны въ его глазахъ. Онъ доставляетъ пищу крысѣ въ ея норѣ и питаетъ птицу на вѣткѣ“ [1]). По преданію Египтянъ люди вышли изъ глазъ его [2]). Какъ Птахъ, такъ и Ра—богъ солнца. Онъ ежедневно раждается на востокѣ (Ра-Гармахисъ) отъ Нутъ [3]), которую надписи называютъ „богиней неба“, „матерью боговъ“.

Ежедневное движеніе солнца Египтяне представляли какъ путешествіе по теченью небесныхъ водъ бога Ра въ священной баркѣ, „доброй баркѣ, существующей уже милліоны лѣтъ“.

Каждый день барка Ра всплываетъ на „восточномъ горизонтѣ неба“ и, сопровождаемая свитой изъ второстепенныхъ боговъ, совершаетъ свой обычный путь по небесному своду при звукахъ гимновъ, прославляющихъ могущество бога. На своемъ пути онъ все оживляетъ и укрѣпляетъ: „животворящіе лучи его глазъ проникаютъ, оживляютъ и укрѣпляютъ всѣ созданія“. Сердца живыхъ существъ преисполняются радостью: „когда плывешь ты въ баркѣ своей, радость несется повсюду“ [4]). Все преклоняется предъ нимъ; самые боги привѣтствуютъ его, когда онъ совершаетъ свое блистательное шествіе.

Богъ свѣта для Египтянъ былъ также богомъ жизни и истины; онъ ведетъ постоянную борьбу со зломъ, поражаетъ на пути своемъ злого змѣя—Apophis—и наконецъ со славой побѣдителя достигаетъ западной стороны небеснаго свода и погружается во тьму подземнаго царства.

Посвященныя богу Ра животныя своими свойствами указываютъ на солнце или служатъ символами творческой силы божества; между ними наиболѣе извѣстны кошка и волъ (Аписъ). „Я великая кошка“ [5]), говоритъ о себѣ богъ.

Въ объясненіе этого страннаго символа говорили, что кошка имѣетъ свойство расширять свои зрачки съ возвышеніемъ солнца на горизонтѣ. Правда, невѣжественная масса, поклоняясь кошкѣ или

---

[1]) Ibid. табл. XI. стр. 6, строк. 3—7.

[2]) Ibid. табл. XI. стр. 6, строк. 3.

[3]) Brugsch, Religion und Mythologie, стр. 160; Jéquier, Le livre de ce qu'il y a dans l'hadès p. 2.

[4]) Brugsch, Gräberwelt. S. 35.

[5]) Todtenbuch, cap. 17—заимствую изъ Mythologie Бругша стр. 307.

Апису, едва ли думала о томъ божествѣ, воплощеніемъ котораго служило то или иное животное: религія народа, воспитаннаго въ суевѣріи и обрядностяхъ, не поднималась выше поклоненія животнымъ; но было бы ошибкой считать религію Египтянъ грубымъ фетишизмомъ, такъ какъ жрецы всегда считали священныхъ животныхъ только сѣдалищами, воплощеніемъ боговъ или живыми символами божества. Несмотря на все разнообразіе мѣстныхъ культовъ, египетская религія всегда признавала бытіе „единаго" бога, хотя и подъ различными именами: „богъ единъ и нѣтъ другого кромѣ него",— „богъ есть одинъ, который сотворилъ все" [1]).

Весь сложный составъ боговъ Египтянъ сводится къ очень ограниченному числу элементовъ, которые видоизмѣняются лишь только въ своихъ внѣшнихъ выраженіяхъ. Ядро и центръ египетской религіи составляетъ солнечный культъ; и, можно сказать, египетская религія была строгимъ солнечнымъ монотеизмомъ [2]).

Главнаго бога Верхняго Египта Амона египетскія надписи называютъ „владыкой неба". Имя Амонъ (Amun, Amen) означаетъ „скрытый". Для жителей Ѳиваиды онъ то-же, что Птахъ для жителей Мемфиса.

Мѣсто же Ра, бога Нижняго Египта, въ области Ѳивъ занимали два божества: Менту и Атму. Первое изъ нихъ есть дневное свѣтило, второе—заходящее солнце, которое, по понятіямъ Египтянъ, каждую ночь спускалось въ подземное царство, гдѣ души умершихъ встрѣчали его гимнами и радостными восклицаніями.

Въ различныхъ округахъ Египта то-же самое божество почиталось подъ различными именами: въ Тини воздавались божескія почести богу Анури (дневной свѣтъ). Надписи называютъ его сыномъ Ра [3]) и отождествляютъ съ Шу; Анури, какъ и Шу есть воздухъ, эѳиръ, свѣтъ.

Въ Дельтѣ поклонялись Хнуму, которому былъ посвященъ храмъ въ городѣ Латополисѣ (Senit нынѣ Эсне). По вѣрованіямъ Латопо-

---

[1]) Brugsch, Religion und Mythologie d. alt. Aegypten. S 96.

[2]) Ср. Meyer, Geschichte des Aegyptens. S. 192 folg. Однако необходимо замѣтить, что религіозныя представленія Египтянъ не всегда были такъ идеальны; религія Египтянъ сохранила въ себѣ слѣды грубаго многобожія; но съ теченіемъ времени религіозныя понятія возвышались и наибольшаго развитія своего достигли въ новое царство.

[3]) Бругшъ Mythologie. S. 491 § 185.

литанцевъ онъ сотворилъ небо и звѣзды, боговъ и людей, птицъ, рыбъ и животныхъ: „слава тебѣ, восклицали Египтяне, ты владыка небесныхъ свѣтилъ“ [1]).

Въ другихъ мѣстахъ солнце почиталось подъ именемъ Атона (солнечный дискъ), Хопри (нарождающееся солнце), Кнефъ, Атумъ или Тумъ. Въ знаменитомъ папирусѣ Harris'a фараонъ Рамзесъ III обращается къ богу со слѣдующими словами: „Ты, богъ солнца, Тумъ, владыка всего; творецъ того, что существуетъ, ты, который восходишь на небѣ, освѣщаешь этотъ міръ, лучи котораго проникаютъ въ преисподнюю,—ты, творецъ неба и земли, посадилъ меня на царственномъ тронѣ твоемъ“! [2])

Иногда различныя имена боговъ соединяются по-два и болѣе вмѣстѣ: Птахъ-Ра, Амонъ-Ра, Менту-Ра, Анури-Шу и т. д., свидѣтельствуя этимъ, насколько по существу ученія о богахъ въ различныхъ областяхъ были сходны между собой.

Если мы обратимся къ изображеніямъ богинь, то не можемъ не замѣтить, что ихъ представляли Египтяне съ солнечнымъ дискомъ на головѣ,—указаніе на то, что онѣ имѣли болѣе или менѣе близкое отношеніе къ главному божеству Египтянъ—солнцу; и дѣйствительно богиня Нутъ почиталась въ Геліополисѣ какъ мать бога Ра; надписи называютъ ее: „владычицей неба“, „царицей боговъ“, „матерью боговъ“, „коровой [3]), которая родила солнце“ [4]).

Матерью Ѳивскаго бога Амона въ египетскихъ религіозныхъ текстахъ называется Мутъ.

Богиня Тафну, Аторъ (Hathor), Паштъ были только олицетвореніемъ женскаго элемента въ божествѣ.

Но самымъ распространеннымъ въ Египтѣ культомъ былъ несомнѣнно культъ Озириса и Изиды; почти каждый изъ городовъ долины Нила отстаивалъ за собой честь быть театромъ какого-нибудь эпизода изъ той великой драмы, героемъ которой является Озирисъ.

---

[1]) Ср. Бругшъ, Mythologie. S. 504.

[2]) Заимствую изъ Mythologie Бругша, стр. 185.

[3]) Богиня Нутъ, олицетворявшая небесный сводъ, изображается иногда въ видѣ огромной коровы; вдоль ея тѣла по египетскимъ понятіямъ солнце совершало свой путь.

[4]) Duncker, Gesch. d. Alterthums 1863, B. I. S. 40—41.

Геродотъ говоритъ: „не всѣ Египтяне почитаютъ однихъ и тѣхъ же боговъ, кромѣ Озириса и Изиды“ [1]).

И дѣйствительно памятники подтверждаютъ свидѣтельство Геродота. Озирисъ и Изида были божествами равно почитаемыми во всемъ Египтѣ, хотя нѣтъ сомнѣнія, что первоначальной родиной этихъ божествъ, мѣстомъ, гдѣ зачался и создался культъ ихъ, гдѣ сложился богатый поэтическими картинами миѳъ Озириса—былъ городъ Верхняго Египта, Абидосъ (егип. Abdu); преданіе разсказываетъ, что здѣсь же было и погребено тѣло Озириса; впрочемъ мы знаемъ, что Египтяне многіе города почитали за мѣста, владѣющія его останками.

Изображенія представляютъ намъ Озириса въ видѣ человѣка, въ одеждѣ огненнаго цвѣта, что служитъ указаніемъ на отношеніе его къ солнцу, съ жезломъ и бичемъ, эмблемой власти и верховнаго суда.

Озирисъ—по египетски Usiri—означаетъ то-же, что греческое Εὐεργετής [2])—благодѣтель. И дѣйствительно въ книгѣ Мертвыхъ онъ является богомъ благодѣющимъ; онъ неутомимо странствуетъ по всей землѣ съ тѣмъ, чтобы сдѣлать людей лучше и счастливѣе; онъ учитъ ихъ земледѣлію и скотоводству, основываетъ города и пріучаетъ къ болѣе мягкимъ нравамъ. Его борьба со зломъ и мракомъ художественно представлена въ хорошо извѣстномъ миѳѣ.

По преданію Озирисъ является богомъ-царемъ; онъ, какъ мы уже сказали, выводитъ Египтянъ изъ состоянія дикости и, желая облагодѣтельствовать возможно большее число людей, передавъ бразды правленія своей сестрѣ и супругѣ Изидѣ, отправляется въ путешествіе по всей землѣ. На пути своемъ онъ всюду сѣетъ добрыя дѣла и вноситъ съ собой порядокъ и законъ. Но завистливый братъ Озириса Сетъ (греч. Тифонъ) въ отсутствіе царя силою завладѣваетъ престоломъ и въ союзѣ съ 72 сообщниками составляетъ заговоръ противъ его жизни. Между тѣмъ возвращается Озирисъ. Прибѣгнувъ къ хитрости, Сетъ измѣряетъ тѣло Озириса и приготовляетъ по этой мѣркѣ великолѣпный ящикъ; затѣмъ онъ устраиваетъ пиръ и приглашаетъ гостей, въ томъ числѣ и возвратившагося царя. Гости поражены искусствомъ мастера, сдѣлавшаго ящикъ и богатствомъ

---

[1]) Herod. II, 42.

[2]) Бругшъ, Mythologie. S. 83.

его украшеній, а Сетъ обѣщаетъ отдать ящикъ въ подарокъ тому, чье тѣло оказалось-бы по его мѣркѣ. Присутствующіе одинъ за другимъ ложатся въ ящикъ; но ящикъ оказывается негоднымъ для нихъ. Наконецъ ложится въ него самъ Озирисъ. Участь его уже давно рѣшена: крышка захлопнута; ящикъ запертъ, и злой Сетъ бросаетъ его въ Нилъ. Изида лишилась мужа; она надѣваетъ трауръ и въ слезахъ отправляется искать тѣло Озириса. Наконецъ она слышитъ, что гробъ Озириса выброшенъ волною у Библоса и забитъ въ кустарникъ; но кустарникъ выростаетъ въ огромное дерево и скрываетъ въ себѣ гробъ, а мѣстный царь устраиваетъ изъ этого дерева колонну въ своемъ дворцѣ. Изида въ печали проводитъ время у мѣста, гдѣ былъ выброшенъ гробъ; но вотъ она попадаетъ въ домъ царя, устроившаго колонну изъ дерева, заключавшаго гробъ ея супруга. Услугами она снискиваетъ себѣ расположеніе царицы и въ награду получаетъ гробъ Озириса. Наконецъ она открываетъ гробъ и оплакиваетъ въ немъ лежащаго. Затѣмъ она несетъ его къ своему сыну Гору и у городской стѣны оставляетъ его. Встревоженный этимъ Сетъ-Тифонъ спѣшитъ окончить свое злое дѣло; онъ разсѣкаетъ трупъ Озириса на 14 частей и части разбрасываетъ по Нилу. Изида снова ищетъ части Озирисова тѣла и наконецъ находитъ почти всѣ [1]).

Но здѣсь выступаетъ на сцену сынъ Озириса, Горъ, являясь мстителемъ за своего отца. Онъ вступаетъ въ борьбу со злымъ Сетомъ и уже готовъ уничтожить врага; но Изида къ неудовольствію сына отпускаетъ Сета на свободу. И Сетъ, хотя и побѣжденъ, но продолжаетъ жить въ мірѣ, какъ продолжаетъ въ немъ всегда существовать зло. Правда, Сетъ, хотя и существуетъ рядомъ съ богомъ добра и истины, но богъ зла далеко не имѣетъ въ религіи Египтянъ той силы и значенія, какъ напр. въ религіи Персовъ Ариманъ. Египтяне склонны были признавать побѣду на сторонѣ добра, торжество свѣта надъ мракомъ. Въ этомъ заключается внутренній смыслъ мива.

Если мы зададимся цѣлью опредѣлить, въ какомъ отношеніи стоитъ Озирисъ къ типическому божеству древняго Египта—солнцу, то намъ не трудно убѣдиться, что Озирисъ есть ничто иное, какъ само солнце, воплощеніе той идеи, которая легла, какъ мы уже раньше видѣли, въ основаніе національной религіи Египтянъ. На-

[1]) По преданію, найдено было 13 частей; 14-я была съѣдена рыбами.

сколько близко Озирисъ стоитъ къ главному божеству Египетской религіи Ра, мы находимъ указаніе въ текстѣ книги Мертвыхъ: „Я душа въ двухъ близнецахъ“. говоритъ о себѣ верховный богъ [1]). Глосса объясняетъ далѣе: „Озирисъ находитъ душу Ра, соединяется съ нею и дѣлается его душою, двойникомъ“. Ра и Озирисъ являются какъ отецъ и сынъ. Здѣсь ясно выражена мысль, что Ра и Озирисъ по своему существу тождественны. Горъ (поегипетски hr), отождествляемый Греками съ Аполлономъ и имѣвшій особый культъ въ Аполлинополисѣ, называется и сыномъ Озириса и сыномъ Ра. Свойства Озириса противуположны свойствамъ Сета, бога ночного мрака и зла; борьба ихъ есть художественное изображеніе постоянной смѣны дня и ночи.

Явленіе захода солнца и наступленіе ночи сага пріурочиваетъ къ тому моменту, когда Сетъ умерщвляетъ Озириса и торжествуетъ свою побѣду надъ нимъ.

Но, исчезнувъ на время ночи, послѣ странствій по таинственнымъ странамъ запада (Amenti), „откуда не возвращается ни одинъ смертный“, Озирисъ-Контъ-Аменти (подземный Озирисъ), солнце ночи снова возраждается въ видѣ утренняго солнца, Горпихруда, Горадитяти, Гарпократа древнихъ грековъ. Какъ восходящее солнце разсѣеваетъ сумракъ ночи, такъ въ лицѣ Гора Озирисъ одерживаетъ побѣду надъ злымъ Сетомъ и продолжаетъ царствовать надъ небомъ и землей. Вотъ канва богатаго миѳа Озириса.

Но роль солнца въ религіи Египтянъ этимъ не оканчивается. Самая жизнь человѣка по понятіямъ Египтянъ протекала по аналогіи съ теченіемъ солнца; его земное существованіе есть только одна изъ стадій бытія, ни начало, ни конецъ котораго не извѣстны. По понятіямъ Египтянъ душа человѣка, являясь въ міръ, уже жила когда-то и, покинувъ его, еще будетъ жить гдѣ-то. Источникъ происхожденія человѣка въ небѣ, въ дому Озириса, тамъ, откуда изливается свѣтъ [2]). Рожденіе представлялось Египтянину аналогичнымъ восходу солнца; на смерть онъ смотрѣлъ, какъ на закатъ. Какъ солнце заходитъ съ тѣмъ, чтобы снова взойти, такъ человѣкъ умираетъ по понятіямъ Египтянина съ тѣмъ, чтобы снова воскреснуть и начать другую

---

[1]) Todtenbuch. C. 17, versus 23.

[2]) Однако необходимо сдѣлать оговорку, что ученіе о предсуществованіи душъ мы встрѣчаемъ только у позднѣйшихъ греческихъ писателей

жизнь. Самая душа человѣческая сравнивается съ восходящимъ солнцемъ: „Я ожила, какъ солнце“, говоритъ о себѣ душа. Область ночного теченія солнца есть вмѣстѣ съ тѣмъ и царство мертвыхъ, гдѣ обитаютъ души умершихъ. По понятіямъ Египтянъ тамъ, гдѣ солнце сходитъ на покой, на западѣ, за извѣстными Египтянамъ странами начинается особый міръ, подземное царство, преисподняя, которую наполняютъ тѣни мертвыхъ.

Эту таинственную область Египтяне представляли, какъ неизмѣримую долину, Duat, посрѣди которой протекала, какъ и въ Египтѣ, большая рѣка. На ея двухъ берегахъ волновалось цѣлое множество чудовищъ, духовъ и тѣней. Богъ Горъ, какъ добрый пастырь, раздѣляетъ обитателей этой области на четыре группы по четыремъ извѣстнымъ Египтянамъ рассамъ: азіатовъ, ливійцевъ, негровъ и египтянъ (retu=собственно люди).

Начинаясь на западѣ за горой Manu, за „западной опорой неба“, Duat простирается на востокъ до другой вершины Bakhu [1]), изъ за которой восходитъ солнце.

Какъ и всѣ части свѣта [2]), Duat былъ также олицетворенъ Египтянами. Изображенія на саркофагѣ Сети I намъ представляютъ его, какъ существо, образующее кругъ своимъ тѣломъ такъ, что ноги дотрогиваются головы, а его двѣ руки поддерживаютъ богиню Nut, стоящую на его головѣ и держащую солнечный дискъ. Duat носитъ еще другія имена: это—Amenti, т. е. мрачная, сокровенная область (отъ корня „прятать“), Ker-Neter—имѣющее тоже значеніе, плодородныя поля Aru—елисейскія поля, и сады Jalu.

Для Египтянъ это была гладкая страна мрака, раздѣленная на 12 частей или номовъ. Согласно доктринѣ жрецовъ солнце проходитъ части этой области одну послѣ другой втеченіе 12 часовъ своего ночного движенія. Оно совершаетъ свое медленное шествіе при радостныхъ крикахъ и восклицаніяхъ. „Радуются живущіе въ безднѣ, въ Amenti, когда ты освѣщаешь темную страну запада; они поднимаютъ длани, чтобы славить тебя“. „Какъ чуденъ и прекрасенъ

---

[1]) Jéquier, Le livre de ce qu'il y a dans l'hadès, p. 7.

[2]) Египтяне дѣлили свѣтъ на три части: небо представляли въ образѣ богини Nut, см. стр. 5; землю—въ образѣ бога Себа, и Duat—преисподнюю въ образѣ особаго божества.

закатъ твой, о солнце, на горѣ ночной зари“ [1])! Такъ встрѣчали солнце наполняющія адъ души, радуясь появленію свѣтила.

Преисподнюю, жилище тѣней умершихъ Египтяне вмѣстѣ съ тѣмъ считали царствомъ Озириса. Озирисъ былъ для Египтянъ богомъ и верховнымъ судьей мертвыхъ, ибо по преданію онъ охраняетъ законъ и караетъ беззаконіе, онъ есть истина и справедливость, въ немъ воплощена идея божеской благости.

Желая быть ближе къ мѣсту вѣчной жизни, которое, какъ мы уже видѣли, Египтяне представляли въ области ночного пребыванія солнца, Египтяне располагали свои кладбища на западъ отъ своихъ жилищъ. Благодаря раскопкамъ въ западныхъ горахъ открыты могилы, рядами расположенныя въ скалахъ.

Гробницы идутъ на западной сторонѣ Нила вдоль всей долины, и изъ нихъ наиболѣе замѣчательныя находятся въ окрестностяхъ Мемфиса (Гизехъ и Саккарахъ), Бени-Гассана въ Среднемъ Египтѣ и Гурниха, главнаго кладбища Ѳивъ. Это были или частныя могилы или общественныя для тѣхъ, кто не имѣлъ возможности устроить для себя вѣчное жилище на свои средства.

При могилахъ покойниковъ устраивали особыя помѣщенія, куда сходились родственники умершаго для принесенія жертвъ въ дни поминовенія. Иногда цѣлый рядъ комнатъ назначался для жилища умершему, и всѣ онѣ были богато установлены золотомъ и дорогими вещами; стѣны могилы испещрены были надписями и изображеніями, служащими покойнику талисманами въ загробной жизни.

Въ своей заботѣ о душѣ религіозный Египтянинъ не останавливался ни передъ затрудненіями, ни передъ издержками, которыя достигали такихъ размѣровъ, что странѣ не разъ угрожала опасность экономическаго разоренія.

Еще при жизни Египтяне заботились о своей гробницѣ; такъ каждый фараонъ при вступленіи своемъ на престолъ закладывалъ для себя усыпальницу, окончаніе и украшеніе которой было главной заботой во все продолженіе его царствованія. „Египтяне считаютъ жизнь маловажной, говоритъ Діодоръ Сицилійскій [2]), и придаютъ величайшую важность жизни послѣ смерти. Дома живыхъ они назы-

---

[1]) Бругшъ—Gräberwelt, стр. 36.

[2]) Diod. I, 51.

ваютъ гостинницами, говоря тѣмъ, что мы живемъ въ нихъ недолго, а гробницы умершихъ называютъ вѣчными жилищами потому, что мертвые остаются тамъ безконечное время. Потому на постройку они мало обращаютъ заботы; но тѣмъ усерднѣе заботятся прекрасно устроить гробницы". И дѣйствительно „вѣчные дома" Египтянъ, пирамиды и гробницы составляютъ рѣзкій контрастъ легкимъ постройкамъ, предназначеннымъ служить временнымъ жилищемъ на землѣ. Геродотъ [1]) съ изумленіемъ разсказываетъ о постройкѣ Хеопсовой пирамиды; „однимъ назначено было изъ каменоломенъ въ Аравійской горѣ добывать камни и влечь ихъ до рѣки Нила; другимъ велѣно было принимать камни, перевезенные на судахъ черезъ рѣку, и влечь ихъ къ горѣ Ливійской. Работы сіи производимы были стотысячами человѣкъ, черезъ каждые три мѣсяца перемѣнявшимися. Десять лѣтъ мучимъ былъ народъ для того только, чтобы укрѣпить дорогу для влеченія камней; работа не легче, какъ мнѣ кажется, строенія пирамидъ. Ибо длина сей дороги была пять стадій; ширина сорокъ оргій, высота, самая большая, тридцать два локтя; она выстлана была тесаннымъ камнемъ и украшена вырѣзанными фигурами. Итакъ десять лѣтъ работы употреблено было только на эту дорогу и для построенія на томъ холмѣ, гдѣ стоятъ пирамиды, подземельныхъ камеръ, которыя назначилъ онъ для своего гроба, на островѣ, проведши внутрь каналъ изъ Нила. На построеніе же самой пирамиды употреблено двадцать лѣтъ". „На пирамидѣ записано, продолжаетъ Геродотъ, Египетскими буквами, сколько издержано суммы для работниковъ на рѣдьку, лукъ и чеснокъ; и, какъ я хорошо помню, переводчикъ, читавшій сіи буквы, сказалъ мнѣ, что издержано тысяча шестьсотъ талантовъ серебра. Если это правда, то сколько, думать надобно, издержано было на желѣзо, которое употреблялось при работѣ, сколько на хлѣбъ и на платье работниковъ. Когда столько времени, какъ мною сказано, употреблено на строеніе пирамиды, то не меньше того времени употреблено на ломку камней, на возку ихъ, на вырытіе каналовъ подъ землею. Хеопсъ, нуждаясь въ деньгахъ, дошелъ до такого безстыдства, что велѣлъ дочери своей накопить сколько можно бо́льшую сумму, сидя въ непотребномъ мѣстѣ".

Прошли тысячелѣтія, поколѣнія смѣнились поколѣніями, а царства смѣнились царствами;—Египетскія пирамиды, эти „вѣчныя жи-

---

[1]). Herod. II, 124, 125, 126.

лища“ продолжаютъ стоять такъ-же, какъ и во времена фараоновъ.

Въ Египтѣ существуетъ пословица: „все боится времени, только время боится пирамидъ“.

Но для того, чтобы умершій могъ пользоваться тѣми благами, которыя обѣщала ему загробная жизнь, по вѣрованію Египтянъ, необходимо было сохранить трупъ, и не допустить его до разложенія.

И Египтяне достигли въ этомъ искусствѣ поразительныхъ успѣховъ. Въ настоящее время муміи сохраняются во всѣхъ европейскихъ музеяхъ и даже у насъ въ академіи наукъ и императорскомъ эрмитажѣ.

Искусство бальзамировать въ Египтѣ считалось искусствомъ божественнаго происхожденія; оно было освящено примѣромъ Гора, собравшаго части тѣла своего отца и набальзамировавшаго ихъ.

Бальзамированіемъ занимались жрецы, составлявшіе особый классъ жречества, классъ анатомовъ.

Какъ только тѣло поступало къ бальзамировщикамъ, изъ него извлекали всѣ части, легко подвергающіяся гніенію: головной мозгъ черезъ ноздри, изъ живота внутренности, легкія, сердце и проч.

Затѣмъ трупъ промывали пальмовымъ виномъ и погружали на 72 дня въ натровый растворъ. По истеченіи 72 дней трупъ вынимали, пеленали и клали въ гробы. Послѣднихъ покойнику нужно было не менѣе двухъ. Мы знаемъ, что въ отношеніи къ гробамъ, въ Египтѣ допускалась огромная роскошь, и занятіе гробовщиковъ было весьма важное и прибыльное. Лейпцигскій академическій музей обладаетъ древне-египетскимъ гробомъ изъ кедроваго дерева, на которомъ вырѣзано около 3000 рельефныхъ фигуръ.

Иногда гробы дѣлались изъ камня, причемъ употреблялись обыкновенно твердые камни: гранитъ, сіенитъ, порфиръ и базальтъ. По формѣ своей гробъ долженъ былъ соотвѣтствовать мумiи; въ головахъ гробъ расширялся и закруглялся, въ ногахъ онъ съуживался и понижался.

Мертвеца снабжали однимъ экземпляромъ книги Мертвыхъ, книги, заключающей въ себѣ правила и наставленія, необходимыя ему въ томъ мірѣ.

Затѣмъ начинался самый обрядъ погребенія, по словамъ Діодора Сицилійскаго, „обрядъ великій, совершаемый Египтянами съ вели-

кимъ тщаніемъ". Сопровождаемый родными и плакальщицами, умершій переселялся въ свое „вѣчное жилище".

Тамъ, за рубежомъ земного странствованія начиналась для умершаго новая жизнь, полная тайны; открывались невѣдомыя наслажденія, всегда манившія къ себѣ Египтянина.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

Религіозно-философское міросозерцаніе Египтянъ никогда не могло подняться до той высоты пониманія духовной жизни, чтобы вполнѣ отрѣшиться отъ конкретнаго, матеріальнаго представленія души и ея жизни въ загробномъ мірѣ. По ихъ понятіямъ, человѣкъ состоитъ изъ тѣла и души; но душа не есть нѣчто духовное, нематеріальное, она также тѣлесна, матеріальна, но только въ меньшей степени, чѣмъ тѣло.

Душа, *ка*, иначе *двойникъ* состоитъ изъ тончайшей, прозрачной матеріи и въ мельчайшихъ подробностяхъ воспроизводитъ свой оригиналъ. Являясь то мужчиной, то женщиной, вмѣстѣ съ даннымъ существомъ онъ проходитъ также всѣ фазы роста и служитъ какъ бы проэкціей въ пространствѣ воспроизводимой имъ личности. Какъ тѣнь, двойникъ не отдѣлимъ отъ своего прототипа и вездѣ неотлучно слѣдуетъ за нимъ. Сами боги обладаютъ также двойниками: „могущественъ твой двойникъ, о Ра“, говорили Египтяне.

Но съ теченіемъ времени грубое представленіе о ка, двойникѣ, замѣнилось представленіемъ о *би*, *баи*, о существѣ, представляемомъ Египтянами въ видѣ птицы, которое живетъ въ тѣлѣ и дѣйствуетъ на него. Би, баи (греч. ψυχή, лат. animus, anima), хотя и одарено свойствами матеріи, но уже не имѣетъ того грубо-реальнаго значенія, какое придавали Египтяне понятію ка; это есть выраженіе духовнаго начала въ человѣкѣ, духъ, душа, иначе принципъ жизни, духовной силы и дѣятельности, который проявляется въ мысли, волѣ и чувствѣ.

По смерти би отдѣляется отъ тѣла, вылетая изъ него въ видѣ птицы и продолжаетъ жить. Однако, если Египтяне и признавали духовное начало въ человѣкѣ отличнымъ отъ тѣла, то все-таки они

не могли его мыслить отдѣльно отъ тѣла. Вполнѣ духовная жизнь послѣ смерти была во всѣ времена недоступна пониманію Египтянина.

По Египетскому міровоззрѣнію, въ безсмертіи участвуетъ не только душа, но, повидимому, и тѣло, которое поэтому такъ старались Египтяне сохранить отъ тлѣнія. Въ Египетскихъ текстахъ жизнь за гробомъ называется вообще „возстаніемъ“, „воскресеніемъ“ мертвыхъ. Въ молитвахъ къ Озирису Египтяне просили о возсоединеніи въ загробной жизни души съ тѣломъ, о томъ, чтобы онъ даровалъ мертвецу возможность снова дышать, ходить, ѣсть и пить; одна изъ виньетокъ книги Мертвыхъ представляетъ мумію, лежащую на смертномъ одрѣ и душу подъ формою птицы съ человѣческой головой, подающую мумiи крестъ—эмблему жизни; точно также на египетскихъ рисункахъ изображается божество, дарующее человѣку „вторую жизнь“, подносящимъ къ носу мумiи кольцо жизни, какъ бы вдыхающимъ въ безчувственное тѣло жизнь.

Въ томъ и другомъ случаѣ представленъ моментъ соединенія души съ тѣломъ послѣ отдѣленія первой отъ послѣдняго.

Страхъ предъ небытіемъ, полнымъ исчезновеніемъ или предъ „второй смертью“, которая, по египетскимъ вѣрованіямъ, неизбѣжно грозила душѣ съ разрушеніемъ тѣла, навелъ ихъ на мысль класть въ гробы на случай тлѣнія мумiи статуэтки, съ точностію копіи воспроизводящія черты умершаго. Иногда эти статуэтки помѣщались въ особыхъ комнатахъ рядомъ съ гробницей умершаго, и число ихъ доходило до двадцати.

Повидимому, всѣ усилія Египтянина были направлены на то, чтобы избѣжать „второй смерти“ и обезпечить себѣ жизнь въ томъ мірѣ, который всегда приковывалъ къ себѣ его мысль и возбуждалъ его фантазію.

Быть можетъ, намъ покажутся его представленія загробной жизни наивными и странными, но будемъ помнить, что это ученіе, какъ-бы тамъ ни было, вліяло на жизнь и исторію народа; да было-бы и несогласно съ здравымъ разсудкомъ навязывать философскіе взгляды нашего вѣка народу, который жилъ и мыслилъ въ періодъ времени, отдѣленный отъ насъ цѣлыми тысячелѣтіями. Ученіе о душѣ и послѣдней участи человѣка втеченіе продолжительной исторической жизни Египтянъ не оставалось неизмѣннымъ.

Оно развивалось и постепенно осложнялось, какъ и самая религія Египтянъ; новыя ученія комбинировались со старыми, несмотря на тѣ противорѣчія, которыя существовали между ними.

Различныя противорѣчивыя представленія о душѣ, казалось бы, исключали другъ друга, но египтяне вѣрили и въ двойниковъ и въ баи, какъ бы не замѣчая несогласія между ними. Консервативный Египтянинъ предпочиталъ соединить самое грубое представленіе съ возвышеннымъ, нежели отказаться отъ него.

Мы попытаемся нарисовать, хотя блѣдными красками, картину той жизни, которая ожидала обитателя долины Нила за рубежомъ его земного пути.

Египтяне полагали, что душа, покидая тѣло, принимаетъ форму птицы.

Въ книгѣ Мертвыхъ говорится о превращеніи души въ ястреба [1]), кобчика [2]), голубя [3]), но всего чаще упоминается о *bennu*—фениксѣ. Мы легко поймемъ, почему фениксъ является излюбленнымъ символомъ души. Геродотъ [4]) разсказываетъ, что фениксъ считался въ Египтѣ птицей, посвященной богу солнца, и съ нимъ соединялся цѣлый миѳъ.

По легендарнымъ сказаніямъ онъ прилетаетъ изъ Аравіи или Индіи, т. е. съ востока, въ Геліополисъ и приноситъ съ собой въ храмъ посвященнаго солнцу города своего умирающаго отца. Здѣсь въ благовоніяхъ онъ погребаетъ его, а самъ улетаетъ.

По другимъ варіантамъ онъ вмѣстѣ съ трупомъ отца сожигаетъ себя, но на третій день воскресаетъ и улетаетъ въ видѣ птицы.

Памятники сохранили намъ изображеніе священной птицы, которую Греки называли фениксомъ. Этого рода пернатыя ежегодно прилетаютъ стаями въ Египетъ ко времени разлитія Нила.

Быть можетъ, золотистый цвѣтъ перьевъ и прилетъ этой птицы, одновременный съ разлитіемъ Нила, которое Египтяне считали благословеніемъ Озириса, натолкнули на мысль посвятить ее богу солнца. Ея прибытіе предвѣщало время разлитія Нила, съ наступленіемъ

---

[1]) Бругшъ, Mythologie d. alt. Aeg. S. 178; Jéquier, Le livre de ce qu'il y a dans l'hadès p. 95.

[2]) Бругшъ, Mythologie. S. 79.

[3]) Ibid. 180.

[4]) Herod. II, 73.

котораго Египтяне связывали моментъ оплодотворенія земли; она какъ-бы на крыльяхъ своихъ приносила новую жизнь; съ нею вмѣстѣ оживала природа, поля покрывались хлѣбами, растенія распускались. Вотъ почему bennu—фениксъ служилъ у Египтянъ символомъ души, которая вступаетъ въ новую жизнь подобно тому, какъ вступаетъ въ нее природа Египта вмѣстѣ съ прибытіемъ этой священной птицы.

Гораздо рѣже въ египетскихъ текстахъ мы встрѣчаемся съ представленіемъ души въ образѣ пальмы, цвѣтка лотоса и т. подобн. Въ книгѣ Мертвыхъ умершій говоритъ о себѣ: „я чистый, блестящій, распускающійся цвѣтокъ лотоса“ [1]). Чтобы понять этотъ символъ, мы должны поставить его въ связь съ Гермополитанской доктриной о рожденіи солнца (Гарпократа) изъ лотосоваго цвѣтка; въ надписяхъ богъ называется „солнцемъ-дитятею во время его рожденія изъ лотосоваго цвѣтка“ [2]). Но каково же состояніе души послѣ смерти—вотъ вопросъ, который всегда возбуждалъ у Египтянъ особый интересъ.

Само собою разумѣется, продолжительность исторической жизни народа не могла способствовать тому, чтобы рѣшеніе вопросовъ загробнаго бытія приводило всегда къ одному и тому же представленію. Ученіе о послѣдней участи человѣка измѣнялось соотвѣтственно духовному росту народа.

Такъ возникали различныя доктрины, вытѣсняя собою старыя или же комбинируясь съ ними.

Самая древняя изъ всѣхъ доктринъ, несомнѣнно, есть та, которая описываетъ жизнь мертваго въ его могилѣ подъ формой двойника *ка*, требующаго отъ живущихъ пищи для продолженія своего существованія. Безъ заботъ потомства умершій подвергался полному уничтоженію, ему угрожала „вторая смерть“, небытіе. Послѣ погребенія покойнику необходимо доставлять пищу, питье и одежду, въ которыхъ онъ также нуждался, какъ и оставшіеся на землѣ. Каждый день, а въ особенности въ праздники, мертвецу приносили жертвы, уставляя столъ яствами и винами. Въ изображеніяхъ на стѣнахъ гробницъ умершій представляется иногда сидящимъ на изукрашенномъ стулѣ передъ уставленнымъ жертвеннымъ столомъ.

И снабженіе мертвыхъ пищею не было предоставлено измѣнчивымъ чувствамъ и произволу. Обязанность попеченія о душѣ умер-

---

[1]) Brugsch, Religion und Mythologie. S. 58.

[2]) Бругшъ, Mythologie. S. 168, 121.

шаго члена семьи лежала на его дѣтяхъ и считалась священной; оскорбившему память своихъ предковъ боги грозили мщеніемъ. Самые мертвые получали почтительныя прозвища; они называются добрыми, святыми, блаженными.

Каждый приносилъ своему отцу и предкамъ возліянія и жертвы съ тѣмъ, чтобы по смерти его потомки заботились о немъ [1]).

Вотъ почему въ Египтѣ, какъ и у евреевъ, имѣть дѣтей считалось счастьемъ. Бракъ обезпечивалъ Египтянину существованіе за гробомъ, а мертвецъ, не оставившій по себѣ сына, былъ предоставленъ вѣчному голоду. Кормленіе мертвыхъ не представляетъ необычайнаго явленія тамъ, гдѣ господствуетъ культъ предковъ. Въ Китаѣ еще и понынѣ въ гробницы мертвецамъ кладутъ все то, что у нихъ было при жизни. Но само собою разумѣется, съ развитіемъ цивилизаціи ученіе о жизни души въ могилѣ, питающейся приношеніями живущихъ, не могло оставаться предметомъ вѣры для Египтянина. Примитивное представленіе загробной жизни было замѣнено болѣе возвышеннымъ, согласно которому душа умершаго не оставалась уже больше въ могилѣ возлѣ тѣла, но переселялась въ иной міръ, правда, по первобытному пониманію, мало чѣмъ отличный отъ земного. До сознанія возмездія въ той жизни Египтянину оставалось еще далеко, и въ этомъ ученіи мы не встрѣчаемъ и намека на воздаяніе умершему за его дѣла. Земная жизнь, повидимому, не имѣла вліянія на его существованіе за гробомъ; злой и добрый при аккуратномъ соблюденіи извѣстныхъ обрядовъ равно находили въ томъ мірѣ счастливую жизнь и блаженство. По Египетскимъ понятіямъ душа человѣка, переселяясь въ елисейскія поля—Aaru, подвергалась многочисленнымъ испытаніямъ. Подземные стражи въ страшныхъ маскахъ охраняли входъ въ преисподнюю Amenti, и у дверей ада спрашивали желающихъ пройти черезъ нихъ таинственныя имена и ихъ значенія, служащія какъ-бы лозунгомъ для безпрепятственнаго пропуска въ царство тѣней [2]).

Только душа, вооруженная знаніемъ этихъ именъ и различными талисманами, допускалась туда, „откуда не возвращается ни одинъ смертный“.

---

[1]) Zeitschrift für ägypt. Sprache und Alterthumskunde 1872, S. 52 — статья Бругша — Altägyptische Lebensregeln.

[2]) Бругшъ—Gräberwelt. S. 8.

Въ Книгѣ Мертвыхъ (гл. 125) [1]) сохранился разговоръ въ подземномъ царствѣ души съ различными предметами:—„не позволю я тебѣ ко мнѣ войти, говоритъ порогъ дверей, если ты не скажешь моего имени;—мертвый говоритъ: каменное строеніе земного бога Себа—твое имя.—Не раскроюсь я для тебя, говоритъ замокъ, если ты не скажешь еще моего имени;—умершій говоритъ: Порожденіе (другой варіантъ: дитя) матери—твое имя".

„Не раскроюсь я для тебя, говоритъ замочная скважина, если ты не скажешь еще моего имени . . . . . Не позволю я тебѣ войти ко мнѣ, говоритъ панель двери, если ты не скажешь еще моего имени;—умершій говоритъ: глазъ жизни бога Себека, владыки холма Бакху—твое имя;—и затѣмъ двери отвѣчали: ты знаешь насъ, приблизься смѣло".

Безпомощная душа человѣка ищетъ покровительства у бога Анубиса, который служитъ ей проводникомъ въ подземное царство и научаетъ ее давать отвѣты на вопросы встрѣчаемыхъ на пути предметовъ и чудовищъ.

Въ надписяхъ Анубисъ называется „показывающимъ путь" (up uat) въ страну вѣчной жизни. Многочисленныя чудовища, рисуемыя въ воображеніи Египтянъ то въ видѣ страшныхъ звѣрей, то въ видѣ змѣй и драконовъ, то въ видѣ крокодиловъ или гиппопотамовъ, угрожаютъ душѣ „второй смертью" т. е. полнымъ исчезновеніемъ. По представленію Етиптянъ душа вступаетъ съ ними въ борьбу, и отъ исхода этой борьбы зависитъ ея существованіе въ Аменти, но силою заклинаній и таинственныхъ формулъ она побѣждаетъ въ аду враговъ, преслѣдующихъ ее. Разнообразнѣйшія чудовища оказываются безсильными предъ магическимъ дѣйствіемъ волхованія. Египтяне вѣрили, что чрезъ произнесеніе извѣстныхъ словъ и фразъ мертвецъ получалъ силу равную силѣ боговъ, дающую ему возможность выйти побѣдителемъ изъ борьбы со злыми духами подземной страны. Мы сталкиваемся здѣсь съ однимъ изъ старыхъ и всеобщихъ религіозныхъ убѣжденій человѣческаго рода, будто магія есть средство предотвращать зло и побѣждать обстоятельства. Религіознѣйшій изъ народовъ не могъ отрѣшиться отъ вѣры въ колдов-

[1]) Заимствую изъ Бругша Mythologie. S. 68—70.

ство и заклинанія; египетскому же духовенству было выгодно держать массу въ невѣжествѣ и суевѣріи.

Мистическіе образы и формы, въ которыя жрецы любили облекать свои религіозныя вѣрованія, не могли—конечно—способствовать просвѣщенію народа и освобожденію его изъ власти, на нашъ взглядъ, ложныхъ и жалкихъ мнѣній, которыя тѣмъ не менѣе господствовали надъ человѣкомъ и управляли умами впродолженіи длиннаго ряда вѣковъ.

Суевѣрный Египтянинъ совершалъ надъ своимъ мертвецомъ извѣстныя дѣйствія и произносилъ формулы, часто не понимая ихъ значенія, въ глубокой вѣрѣ, что съ помощью ихъ покойникъ минуетъ всѣ опасности и не попадетъ въ пасть тѣмъ чудовищамъ, которыя угрожали его пожрать.

Мало-по-малу заклинанія утрачивали свой внутренній смыслъ и становились непонятными, образуя особую „мудрость“, постичь которую было доступно только посвященнымъ; но невѣжественная масса еще болѣе преклонялась и вѣрила въ силу таинственныхъ оборотовъ и формулъ.

Позднѣе, въ среднее царство, Египтяне присоединили еще одно средство, ведущее къ той же цѣли, а именно, мы встрѣчаемъ въ Египтѣ обычай класть въ гробы или навѣшивать на покойника амулеты различнаго характера и цѣнности, которые во множествѣ въ настоящее время находятся при раскопкахъ могилъ.

Амулеты представляютъ различныя изображенія и фигуры, изъ которыхъ однѣ покрыты надписями, другія нѣтъ, но всѣ онѣ несомнѣнно имѣютъ одно и то же назначеніе—охранять покойника въ томъ мірѣ и доставлять ему блаженную жизнь. Только такая душа получала возможность снова соединиться съ тѣломъ, возвращаться на землю и принимать различные образы, блуждать въ своихъ старыхъ помѣстьяхъ и отдыхать подъ свѣжестью тѣни вѣковыхъ деревьевъ.

Въ Книгѣ Мертвыхъ душа говоритъ о себѣ: „я живу, какъ хочу“; „я принимаю формы по своему желанію“ [1]).

Прибывая въ Аменти, душа, повидимому, не прерываетъ своей связи съ покинутымъ ею міромъ. Между нею и тѣломъ, покоющимся

---

[1]) Zeitschrift. f. äg. Sprache und Alt. 1872. S. 70. Das Todtenbuch der alt Aegypter. v. Brugsch.

въ саркофагѣ, остается какая-то таинственная связь, неразрывная, хотя и не препятствующая ихъ отдѣльному существованію. Мистическая сцена воскресенія души, изображенная на гробѣ жреца Аммона, даетъ намъ право предположить, что, по египетскимъ представленіямъ, душа находилась въ живой связи съ своей муміей.

Душа и тѣло могли соединиться и разъединиться. Но что за связь между ними и каковы ихъ отношенія—это, конечно, остается вопросомъ. Ясно одно, что жизнь души находится въ зависимости отъ сохраненія тѣла, въ которое она по произволу своему возвращается и снова покидаетъ съ тѣмъ, чтобы самой во время своего странствованія на землѣ принимать другія формы, какія она захочетъ и какія указаны въ Книгѣ Мертвыхъ. Въ Египетскихъ текстахъ душа томится тоской по земной жизни и проситъ возвращенія на землю; найти потерянное составляетъ ея надежду, и она обращается къ богамъ съ просьбами возвратить ей то то, то другое изъ принадлежавшаго ей на землѣ; она проситъ даровать ей способность „говорить въ подземномъ мірѣ, ходить и возвращаться въ свой домъ, отдыхать въ тѣни деревьевъ и утолять жажду водой изъ своего пруда во всякое время; даровать благосостояніе всѣхъ членовъ, даръ Нила и изобиліе свѣжихъ овощей; возможность гулять на берегахъ своего пруда во всякое время, и отдыхать на вѣткѣ дерева, посаженнаго ею, въ тѣни сикоморы; возможность питаться ея плодами, ... даровать способность возвращаться на землю безъ препятствій на дорогѣ“ [1]).

Хотя Египтяне жилища живущихъ называли гостинницами, но они такъ были привязаны къ земной жизни, что загробная для нихъ была ничѣмъ инымъ, какъ повтореніемъ первой. Въ той жизни они желали продолжать земную. Туда, въ подземное царство Египтяне препровождали мертвецу чрезъ бога Анубиса многочисленныя яства и напитки, предназначенные для утоленія голода и жажды души. Египетскіе памятники свидѣтельствуютъ, что приношенія достигали огромныхъ размѣровъ. Богатые нерѣдко жертвовали для поддержанія культа своей души угодья и помѣстья, цѣлыя стада рогатаго скота и домашней птицы; у Египтянъ, равно какъ и у Евреевъ, свинья была исключена изъ числа приносимыхъ въ жертву животныхъ; она

[1]) См. Brugsch, Mythologie. S 174.

считалась нечистой и ее не употребляли въ пищу; душа Египтянина преимущественно требовала мяса быка или гуся.

Само собою разумѣется, что египетскіе жрецы, въ руки которыхъ поступали эти вклады для будущей жизни, извлекали для себя огромныя выгоды и увеличивали свое могущество. Ни одинъ народъ не дѣлалъ для своихъ мертвыхъ такъ много, какъ Египтяне.

Конечно, это не могло не отразиться на экономическомъ положеніи страны; Египту—повидимому — угрожало полное разореніе, которое было предотвращено только переходомъ отъ жертвоприношеній къ однимъ символическимъ дѣйствіямъ и изображеніямъ.

Уже въ древнее царство обычай доставлять умершимъ хлѣбъ и вино былъ замѣненъ тѣмъ, что Египтяне помѣщали въ могилахъ на жертвенныхъ столахъ только подобія жертвъ, сдѣланныя изъ камня или дерева, и въ надписяхъ на стѣнахъ гробницъ перечисляли всѣ тѣ предметы и съѣстные припасы, въ которыхъ—казалось имъ—нуждался покойникъ. Только съ этого времени рай сталъ доступенъ и бѣднымъ, мало получавшимъ отъ прежняго ученія о загробной жизни, требующаго для спасенія души богатыхъ даровъ.

Теперь стѣны „вѣчнаго жилища“ стали испещряться длинными перечнями всѣхъ возможныхъ кушаньевъ, мистическими формулами и заклинаніями и различными сценами разнообразнѣйшаго содержанія.

Быть можетъ, первоначальная роль подобнаго рода надписей ограничивалась тѣмъ, что онѣ служили только списками всѣхъ припасовъ, приносимыхъ усопшему; но мало-по-малу онѣ пріобрѣли значеніе самихъ предметовъ и вполнѣ замѣнили ихъ. Чтобы покойникъ могъ вѣчно наслаждаться загробной жизнью, жрецъ—cherheb, имѣвшій особое помѣщеніе при могилѣ, долженъ былъ постоянно читать эти надписи и заклинанія. Но подобно тому, какъ это случилось съ жертвами, жреца, cherheb'a практическіе Египтяне съ теченіемъ времени стали замѣнять простымъ изображеніемъ его; при этомъ отъ лица умершаго обращались къ проходящимъ мимо съ просьбой воскресить его память и прочесть тѣ надписи и формулы, которыя обезпечивали ему счастливую жизнь за гробомъ.

Мы приведемъ здѣсь образцы подобнаго рода воззваній къ прохожимъ, относящихся къ древнѣйшему времени. „О вы, пророки, вы, жрецы, вы, служители храма, и вы, всѣ люди, которые милліоны лѣтъ будете приходить ко мнѣ, если одинъ изъ васъ оскорбитъ мое имя,

то да отомститъ ему богъ за это, предавъ его имя забвенію на землѣ; но если онъ почтитъ мое имя у этого памятника, то да воздадутъ ему боги въ равной же мѣрѣ".

„О вы, живущіе на землѣ, вы, жрецы, вы, служители храма, вы, пророки, подходя къ этому памятнику . . . . . помолитесь о блаженномъ Uahka".

Обычай вспоминать имя умершаго при входѣ въ гробницу имѣетъ свое происхожденіе въ глубокой древности и удержался въ Египтѣ до первыхъ вѣковъ Христіанства. Нерѣдко на гробницахъ, относящихся къ первому столѣтію нашей эры, можно встрѣтить подобнаго рода обращенія: „Я—бѣдный NN; вспомните обо мнѣ и помолитесь обо мнѣ" [1]). Загробную жизнь, какъ мы уже сказали, Египтяне считали копіей настоящей; Египтяне вѣрили, что умершій въ подземномъ царствѣ будетъ весть жизнь подобную той, какую онъ велъ на землѣ.

На стѣнахъ гробницъ изображались иногда супруга и дѣти умершаго, а также и любимыя животныя. Не трудно отгадать по этимъ рисункамъ желаніе Египтянъ не разставаться съ тѣмъ, что было дорого сердцу, желаніе, которое выражалось у древнихъ Германцевъ, равно какъ и у Славянъ, въ варварскомъ обычаѣ сожигать при погребеніи покойника его жену, рабовъ и любимаго коня.

Какъ здѣсь, такъ и въ томъ мірѣ умершій нуждался въ людяхъ, которые бы служили ему; и дѣйствительно во многихъ могилахъ мы находимъ многочисленныя статуэтки — uschebti, долженствовавшія представлять собою слугъ, готовыхъ исполнять приказанія своего господина въ аду. Египтяне клали въ гробы также драгоцѣнныя вещи, различные сосуды, кувшины, парики и т. под. Подобный обычай не чуждъ былъ и другимъ народамъ: въ Ассиріи въ могилы женщинъ клали даже румяна.

Какъ можно заключить по надписямъ, покрывающимъ саркофаги и стѣны гробницъ, душа Египтянина переживала богатый романъ.

„Своими многочисленными надписями въ комнатахъ, предназначенныхъ для почитанія усопшихъ, гробницы даютъ, говоритъ проф. Лепсіусъ, изумительно полное знакомство съ тогдашнимъ житей-

---

[1]) Brugsch—Gräberwelt. S. 29, 30.

скимъ бытомъ Египтянъ, съ ихъ искусствами и ремеслами, съ организаціей ихъ управленія, ихъ богатствомъ и обыденными занятіями, съ ихъ титулами, съ ихъ богослуженіемъ, ихъ почитаніемъ усопшихъ".

Здѣсь мы видимъ царя въ битвѣ, тамъ жреца въ храмѣ, здѣсь осаду какой-нибудь крѣпости, тамъ охоту на птицъ или рыбную ловлю, здѣсь работника, дѣлающаго кирпичи, тамъ хлѣбопека, судовщика въ его лодкѣ, полевыя работы, винодѣліе, ремесленниковъ всѣхъ родовъ и занятій.

На поляхъ, отведенныхъ ей богами, душа пашетъ и сѣетъ, наблюдаетъ за жатвенными работами и собираетъ плоды въ житницы; природа подземнаго царства производитъ щедро все то, чѣмъ богатъ былъ Египетъ; въ лѣсахъ въ изобиліи водились звѣри, болота кишѣли птицами. Охота служила умершему развлеченіемъ, которому онъ могъ предаваться въ блаженной странѣ. На стѣнахъ гробницъ можно видѣть, какъ захлопываются силки, захватывающіе гусей цѣлыми дюжинами.

Рыбная ловля въ водахъ подземнаго Нила, протекавшаго чрезъ царство мертвыхъ, была также любимымъ занятіемъ души. Различныя принадлежности ремеслъ, которыя Египтяне изображали въ могилахъ и даже клали въ гробы, служили душѣ при занятіяхъ ея любимымъ дѣломъ. Умершимъ скрибамъ для развлеченія доставляли цѣлыя библіотеки книгъ, среди которыхъ при жизни они любили проводить время.

Не была забыта Египтянами и ихъ любимая игра въ шашки. Въ могилахъ находятся изображенія умершаго, разставляющаго шашки.

Пить въ загробной жизни воду Нила было предметомъ желаній Египтянина [1]); нильская вода есть лучшее изъ благъ для Египтянина; она—символъ всего сладкаго, кроткаго, милаго. Величайшимъ же наслажденіемъ для души было путешествовать въ баркѣ по священной рѣкѣ и отдыхать на ея берегахъ въ пальмовой рощѣ при свѣжемъ дуновеніи вѣтерка.

Но чаще всего въ надписяхъ упоминается о смоковницѣ (сикоморѣ). Слѣдуетъ замѣтить, что сикомора играла въ жизни Египтя-

---

[1]) См Brugsch, Mythologie. S. 220.

нина значительную роль; ея плоды были для бѣдняковъ обычной пищей, а тѣнь доставляла въ жаркой странѣ пріятную прохладу. Крѣпкое же дерево сикоморы охотно употреблялось на гробы. Въ книгѣ Мертвыхъ говорится о сикоморѣ (иногда о двухъ сикоморахъ) въ восточной части преисподней тамъ, гдѣ восходитъ солнце, на границѣ обоихъ міровъ [1]); она служитъ мѣстопребываніемъ богини Нутъ, заступницы мертвыхъ [2]).

Рисунокъ изображаетъ богиню протягивающей изъ-за роскошной зелени обѣ руки съ различными яствами и кувшиномъ воды. Покойникъ стоитъ въ умоляющей позѣ у дерева; на его простертыя руки струится вода, и ее пьетъ душа, томимая жаждой.

Подобнаго рода грубыя представленія о загробной жизни въ древнее царство были господствующимъ вѣрованіемъ въ Египтѣ. Но по мѣрѣ того, какъ возвышалось ученіе о божествѣ, которое по требованію нравственнаго чувства Египтянъ, становилось существомъ справедливымъ и добрымъ, возвышалось и ученіе о послѣдней участи человѣка. „Богъ есть истина“,—„онъ живетъ истиной“,—„онъ питается истиной“,—„онъ царь истины, который говоритъ языкомъ истины“,—„онъ основывается на истинѣ“,—„онъ творитъ истину“,—„онъ предпочитаетъ истину всему міру“ [3]).

Въ другомъ мѣстѣ [4]) богъ называется „милостивымъ для своихъ почитателей“.—„Онъ охраняетъ слабыхъ противъ сильныхъ“.

Такимъ образомъ мы видимъ, какъ въ религію Египтянъ проникаетъ этическій элементъ и оттѣсняетъ грубое и матеріальное. Подъ вліяніемъ культа Озириса, „справедливаго“, — „господина истины“,—„живущаго въ свѣтѣ истины“,—нравственныя идеи развивались, и требованіе возмездія въ загробномъ мірѣ присоединялось къ ученію о загробной жизни.

Добродѣтели кротости, щедрости, и милосердія стали средствами для спасенія души. Не посягать на бѣдняка, защищать слабыхъ и старцевъ и быть милостивымъ къ послѣднему рабу [5])—вмѣнялось въ

---

[1]) Brugsch—Mythologie. S. 175.
[2]) Jèquier, Le livre de ce qu'il y a dans l'hadès. p. 11.
[3]) Бругшъ, Mythologie. S. 97, § 7.
[4]) Ibid. S. 99, § 15.
[5]) Zeitschrift. f. äg. Spr. u. Alt. 1872, S. 54, Lebensregeln v. Brugsch.

обязанность добродѣтельному Египтянину; ибо Египтяне вѣрили, что наступитъ время дать отчетъ въ своихъ дѣяніяхъ предъ верховнымъ судомъ Озириса, изображеніе котораго несомнѣнно составляетъ существенную часть Книги Мертвыхъ.

Судъ происходитъ въ преисподней въ „залѣ правосудія", гдѣ возсѣдаетъ на тронѣ верховный судья, Озирисъ въ обществѣ 42 ассистентовъ. На головѣ онъ имѣетъ короны Верхняго и Нижняго Египта, въ рукахъ бичъ и скипетръ. Вступающую съ трепетомъ душу вводитъ богиня истины и правосудія Mat (греч. Артемида). Здѣсь ждетъ ее опредѣленіе участи, здѣсь предъ божественнымъ судьей и его 42 ассистентами она должна оправдаться и выслушать свой послѣдній приговоръ.

Страшное чудовище, играющее роль греч. Цербера, готово уже пожрать ее и уничтожить въ случаѣ неблагопріятнаго для нея исхода суда. На громадныхъ вѣсахъ Горъ и Анубисъ взвѣшиваютъ все то, что сдѣлано умершимъ для спасенія души. На одну чашку вѣсовъ положено сердце, занимающее мѣсто совѣсти, на другую—символъ истины и справедливости, перо.

Богъ Тотъ, играющій роль секретаря въ подземномъ царствѣ, записываетъ результатъ взвѣшиванія. Представшая предъ судилищемъ Озириса душа старается умолить подземнаго судью и доказать свою невинность.

125 глава Книги Мертвыхъ заключаетъ въ себѣ такъ называемую отрицательную исповѣдь [1]), которую произноситъ умершій.

„Хвала тебѣ, повелитель Истины и Справедливости! Хвала тебѣ, великій богъ, повелитель Истины и Справедливости! Я пришелъ къ тебѣ, о господинъ мой; я предсталъ передъ тобою, чтобы созерцать твои совершенства! Потому что я знаю тебя,—мнѣ извѣстно твое имя и имя сорока двухъ божествъ, находящихся съ тобой въ храмѣ Истины и Справедливости, питающихся смертными останками грѣшниковъ и упивающихся ихъ кровью въ тотъ день, когда взвѣшиваются голоса ихъ предъ лицомъ справедливаго Озириса. Духъ двойной, повелитель Истины и Справедливости—вотъ твое имя! Конечно, я знаю васъ, повелители Истины и Справедливости, я принесъ вамъ

---

[1]) M. Duncker, Geschichte d. Alterth. 1863, I. S. 62; Масперо, Исторія Востока, стр. 37.

Истину; я отбросилъ всякую ложь ради васъ. Я никого не обманывалъ изъ людей! Я никогда не мучилъ вдовы! Я не лгалъ передъ судилищемъ! Я не знаю недобросовѣстности! Я не дѣлалъ ничего запретнаго! Я не заставлялъ рабочихъ трудиться сверхъ положеннаго! Я не былъ безпеченъ! Я не предавался праздности! Я не ослабѣвалъ и не падалъ духомъ! Я не дѣлалъ противнаго богамъ! Я не вредилъ рабу во мнѣніи его господина! Я не морилъ голодомъ, не заставлялъ плакать, не убивалъ и не подстрекалъ къ вѣроломному убійству! Я не совершалъ подлоговъ, не способствовалъ уменьшенію пожертвованій въ пользу храмовъ, не похищалъ изъ храма жертвенныхъ хлѣбовъ! Я не похищалъ у мертвыхъ ни провизіи, ни ихъ повязокъ! Я не собиралъ мошенническихъ барышей! Я не измѣнялъ недобросовѣстно мѣры хлѣба! Я не плутовалъ въ игрѣ! Я не дѣлалъ злоупотребленій въ поляхъ! Я не обмѣривалъ и не обвѣшивалъ! Я не лишалъ пищи младенцевъ, питающихся молокомъ матери! Я не охотился за священными животными на ихъ пастбищахъ! Я не ловилъ сѣтью священныхъ птицъ! Я не удилъ въ прудахъ священныхъ рыбъ! Я не мѣшалъ разливу воды, когда приходило его время, и не преграждалъ пути рѣчнымъ рукавамъ! Я не тушилъ священнаго огня! Я не нарушалъ священнаго круга во время жертвоприношеній! Я не угонялъ быковъ изъ ихъ владѣній! Я не отталкивалъ Бога въ его процессіи! Я чистъ! Я чистъ! Я чистъ!“.

Туже отрицательную исповѣдь, почти буквально, душа произноситъ и предъ каждымъ изъ 42 ассистентовъ. Она должна дать предъ ними отчетъ въ своей жизни и доказать свои свѣдѣнія. Каждый изъ 42 боговъ носитъ особое имя, имѣющее мистическое значеніе. Нужно, чтобы душа сказала каждому его имя, и что оно значитъ.

Душа чистая, доказавшая свою невинность, признавалась достойною вѣчной жизни со всѣми ея наслажденіями, душа же недостойнаго доставалась во власть „поглотительницѣ“, чудовищу, присутствующему въ залѣ правосудія и ждущему своихъ жертвъ; ее постигала, вторая смерть, полное исчезновеніе, котораго такъ страшились Египтяне во всѣ времена.

Но о степеняхъ блаженства, соотвѣтственно совершеннымъ душою дѣламъ на землѣ, въ Египетскомъ ученіи нѣтъ и рѣчи. Исходъ суда былъ возможенъ двоякій: или душа оправдывалась и начинала жизнь

праведныхъ или же она признавалась недостойной и тогда обрекалась на вѣчную смерть.

Нѣкоторые египетскіе памятники представляютъ души грѣшниковъ мучающимися въ аду и рисуютъ намъ ужасы той жизни, которая доставалась имъ въ удѣлъ за ихъ грѣховность. Но свѣдѣнія объ этомъ не ясны и даютъ неполное представленіе. Въ „Книгѣ о томъ, что дѣлается въ аду“ [1]) души грѣшниковъ обрекаются на муки отъ адскаго пламени и неутолимой жажды. Вода для нихъ—огонь. Рисунки изображаютъ 4 головы, возвышающіяся надъ пылающимъ бассейномъ;—это души проклятыхъ, наполняющія адъ своими криками. Но можно полагать, что муки въ аду Египтяне считали временными; въ концѣ концовъ душу все-таки постигала смерть, она переходила въ небытіе: въ той же главѣ (стр. 75) „Книги о томъ, что дѣлается въ аду“ изображается богиня, уничтожающая своими руками души грѣшниковъ. Состояніе души неоправданной не останавливало повидимому мысль Египтянина; Египтянинъ какъ-бы боялся представить себѣ осужденіе своей души великимъ судьей Озирисомъ; онъ вѣрилъ въ будущую блаженную жизнь, полную наслажденій и радостей, и здѣсь его фантазія находила широкій просторъ.

Для оправданной души послѣ суда въ подземной „залѣ правосудія“ начинался цѣлый рядъ новыхъ испытаній: ее начинали преслѣдовать разнообразныя чудовища, принимавшія отвратительные образы. При помощи богинь Изиды и Нефтиды, играющихъ большую роль въ сагѣ объ умерщвленіи Озириса, умершій побѣждаетъ злаго змѣя Apophis, который есть ни что иное, какъ воплощеніе идеи зла, въ миѳѣ нашедшей себѣ выраженіе въ образѣ Сета.

Наконецъ душа, прошедшая всѣ мытарства, проникаетъ въ жилище боговъ, она ѣстъ и пьетъ отъ пищи и питья боговъ и наслаждается ихъ лицезрѣніемъ; она становится близко къ богу и, созерцая, прославляетъ его.

„Я соединился съ блестящими, блаженными духами подземнаго міра, взываетъ въ Книгѣ Мертвыхъ (XV, 15) умершій къ солнцу, я выступаю вмѣстѣ съ ними, чтобы созерцать твой блескъ при твоемъ восхожденіи утромъ и вечеромъ при твоемъ захожденіи, когда твоя

---

[1]) Jèquier, Le livre etc., p. 74.

мать Нутъ обхватываетъ тебя своими руками. Когда ты обращаешь свое лицо къ западу, то я прославляю тебя съ поднятыми руками во время твоего соединенія съ страной вѣчной жизни!".

Анализируя ученіе о загробной жизни въ этой фазѣ его развитія, мы не можемъ не замѣтить того вліянія, которое оказалъ на представленія Египтянъ культъ Озириса. Все то, что приписывалось въ миѳѣ Озирису, Египтяне стали переносить на умершаго; сами умершіе въ надписяхъ называются теперь—„этотъ Озиризъ NN" или просто „Озирисъ NN".

„Это предстоитъ мой отецъ, этотъ Озирисъ NN, говорилъ жрецъ, cherheb, у набальзамированнаго трупа. Я твой сынъ, я Горъ, я прихожу къ тебѣ, чтобы сдѣлать тебя чистымъ и приготовить къ вѣчной жизни. Я исправляю твои кости, ... я исправляю тебѣ все то, что разрѣзано у тебя [1]), ибо я Горъ, мститель за своего отца. Я поражаю за тебя того, кто поражаетъ тебя, я мщу за тебя, мой отецъ, Озирисъ NN, тому, кто причинилъ тебя зло".

„Я прихожу къ тебѣ по порученію Гора, который тебя, мой отецъ Озирисъ NN, сажаетъ на тронъ Ра-Тумъ. Ты становишься въ ту барку Ра .... въ ту, въ которой боги любятъ стоять и въ которой Ра путешествуетъ по горизонту, въ которую становится NN..... Ты возсѣдаешь на тронѣ Ра и повелѣваешь богами. Ибо ты Ра, который восходитъ изъ Nut, которая раждаетъ Ра ежедневно, которая раждаетъ каждый день этого NN, какъ и Ра. Въ твоей власти наслѣдіе твоего отца бога Себа и т. д." [2]).

Этотъ текстъ заключаетъ въ себѣ основную мысль новаго ученія. Умершій отождествляется съ Озирисомъ, въ отношеніи къ нему Горъ дѣлаетъ все то, что въ миѳѣ дѣлаетъ въ отношеніи къ Озирису. Душа умершаго сливается съ Озирисомъ и путешествуетъ въ священной баркѣ по небесному своду.

Такимъ образомъ ученіе о загробной жизни постепенно перешло въ пантеистическое ученіе о тождествѣ души человѣка съ богомъ.

---

[1]) Въ сагѣ говорится, что Сетъ раздробилъ тѣло Озириса на части.

[2]) Meyer, Geschichte des alt. Aegypt. S. 88.

Странствующая душа должна была соединиться наконецъ съ богами на вѣки неразрывно. „Я богъ“, говоритъ обожествленная душа [1]), „я принадлежу къ твоей свитѣ, о Озирисъ! Я одинъ изъ тѣхъ боговъ, которыхъ родила небесная Нутъ“. Душа умершаго сливается съ самимъ Ра „я богъ Ра“, говоритъ она въ Книгѣ Мертвыхъ [2]).

„Я богъ Тумъ, говоритъ она въ другомъ мѣстѣ (гл. 85) [3]), творецъ неба и того, что на землѣ, создавшій сѣмя того, что существуетъ . . . . владыка жизни“.

Мы видѣли, какъ ученіе о загробной жизни прошло всѣ фазы развитія и достигло высоты пантеистическаго представленія о воссоединеніи въ загробномъ мірѣ души съ божествомъ. Но замѣчательно то, что на ряду съ возвышеннымъ ученіемъ и въ позднѣйшее время продолжали господствовать въ Египтѣ тѣ-же грубыя представленія, которыя были предметомъ вѣры еще въ древнее время. На саркофагѣ эпохи Птоломеевъ сохранилась надпись [4]), въ которой умершая жена взываетъ къ оставшемуся въ живыхъ мужу: „Братъ, супругъ, другъ, не переставай пить и ѣсть, спѣши пользоваться всѣми радостями жизни, потому что западъ (Amenti) есть страна глубокаго сна и мрака. Умершіе спятъ въ безтѣлесныхъ образахъ или тѣняхъ, они не пробуждаются, чтобы видѣть своихъ живыхъ братьевъ, они не признаютъ ни отца, ни матери, ихъ сердце не знаетъ ни жены, ни дѣтей. Всякій изъ васъ можетъ утолить жажду водою, только я жажду вѣчно; вода тамъ, гдѣ я, никого не утоляетъ; я даже не знаю, гдѣ я, съ тѣхъ поръ, какъ пришла сюда. Здѣсь царствуетъ одинъ богъ имя которому „всеуничтоженіе“.

Мы еще болѣе не можемъ не изумляться консервативности Египтянина, когда онъ прибѣгаетъ къ помощи заклинаній и магіи, чтобы помочь усопшему уподобиться богу и наконецъ неразрывно слиться съ нимъ.

---

[1]) Zeitschrift 1872, 68 стр.
[2]) Zeitschrift. f. äg. Spr. 1872, стр. 129, гл. II.
[3]) Бругшъ, Mythologie. S. 179.
[4]) Brugsch—Gräberwelt. S 40

Въ заключеніе нашего очерка намъ остается еще сказать нѣсколько словъ объ ученіи о душепереселеніи въ Египетской религіи. Греческіе писатели разсказываютъ, что по Египетскимъ представленіямъ душа умершаго должна была впродолженіи вѣковъ переходить изъ животнаго въ животное, пока черезъ искупленіе не очищалась отъ грѣховъ, совершенныхъ ею при жизни.

Душа болѣе грѣшная переселялась въ животное болѣе нечистое и по мѣрѣ очищенія постепенно переходила въ животныхъ высшаго порядка. Но необходимо замѣтить, что древніе Египетскіе памятники не подтверждаютъ свидѣтельства греческихъ историковъ.

Ученіе о метампсихозисѣ, какъ извѣстно, получившее широкое развитіе въ Индіи, Египтянину было совершенно чуждо, по крайней мѣрѣ, въ древнѣйшее время.

Критическіе этюды о нѣкоторыхъ лирическихъ произведеніяхъ Яна Кохановскаго.

Любовная лирика.

I.

Эротическая поэзія своимъ происхожденіемъ обязана греческому генію. Искренность и глубина чувства, естественность и грація языка отличаютъ произведенія Мимнерма, Сафо, Симонида изъ Кеоса. Антимахъ—начинатель ученой поэзіи — считается предшественникомъ александрійскихъ представителей эротики, которые, какъ, напр., Филетъ и Каллимахъ чистотой дикціи, правильностью стиха, богатствомъ миѳологическихъ и антикварныхъ аксессуаровъ безуспѣшно замѣняютъ недостатокъ свѣжей фантазіи, естественности представленій и живого чувства. Конечныя судьбы древней любовной лирики связаны съ исторіей римской литературы. Въ эпоху Цицерона пріобрѣтаетъ извѣстность Катуллъ, при Августѣ съ большимъ дарованіемъ пишутъ элегики и эротическіе поэты, Галлъ Корнелій, Тибуллъ, Проперцій, Овидій. Всѣ они послѣдователи александрійской школы, но и сами настоящіе таланты, которымъ одинаково доступны, сюжеты историческіе, общественные, интимные. Отъ александрійцевъ они усвоили манеру уснащать свои стихи миѳологическими вставками, у нихъ учились стилистическимъ красотамъ, но при подражаніи умѣли выдерживать колоритъ оригинальности и въ духѣ своей націи обнаружить значительную творческую изобрѣтательность.

Къ этимъ римскимъ образцамъ въ эпоху Возрожденія обратились поэты-гуманисты. У каждаго изъ нихъ свой авторъ-любимецъ,

на комъ онъ преимущественно воспитывалъ свой вкусъ, кому подражалъ, начиная съ версификаціи, манеры, кончая міровоззрѣніемъ.

Для Кохановскаго такимъ избранникомъ былъ Тибуллъ, извѣстный элегіями къ Деліи. Этого писателя польскій поэтъ напоминаетъ какъ внутреннимъ содержаніемъ своихъ любовныхъ произведеній, элегій по преимуществу, такъ и внѣшней ихъ формой, т. е., стилистическими особенностями и литературными пріемами. Внутреннія соотвѣтствія между Тибулломъ и Кохановскимъ касаются прежде всего ихъ міровоззрѣнія.

Тибуллъ дышетъ трогательнымъ настроеніемъ. Онъ въ разладѣ съ окружающей дѣйствительностью, недоволенъ вкусами и интересами своего времени, ему ненавистенъ мутный водоворотъ городскихъ страстей и излишествъ, позлащенная и разодѣтая въ пурпуръ порча нравовъ. Его идеалъ—тишина сельской жизни и наслажденіе чистой нравственной любовью среди деревенскихъ занятій. Глубоко грустный тонъ мѣстами окрашиваетъ его произведенія вслѣдствіе несоотвѣтствія мечтаній съ результатами, показанными жизнью.

Идиллическое настроеніе и элегическая струйка свойственны и Кохановскому.

Далѣе, польскаго и римскаго поэта роднитъ направленіе ихъ эротической лирики.

Тибуллъ въ своихъ элегіяхъ является характернымъ представителемъ поэта, влюбленнаго весьма неудачно, пользовавшагося счастьемъ лишь очень короткое время. Его стихи изображаютъ преданность, поруганную измѣной, страданія несчастнаго обманутаго и отвергнутаго поклонника. Онъ покидаетъ свою возлюбленную, покинутый ею. Прежде чѣмъ наказать вѣроломство презрѣніемъ, онъ разливается въ просьбахъ о возвращеніи взаимности, испытывая при этомъ много униженій. Изображеніе такой печальной страсти должно быть полнымъ интереса, разнообразія, литературныхъ эффектовъ. Въ самомъ дѣлѣ, счастливый любовникъ самодоволенъ, слѣдовательно непріятенъ; его воображеніе, не разжигаемое тревогой за счастье, крайне узко, потому что ничѣмъ не наполнено кромѣ образовъ чувственныхъ сценъ. Между тѣмъ настроеніе неудачника измѣнчиво и положеніе богато драматизмомъ. То его сердце согрѣется надеждой и онъ начинаетъ мечтать о счастьи, то кольнетъ подозрѣніе, воздушные замки рушатся, онъ плачетъ, готовъ проклинать; онъ вѣчно на сторожѣ, страдаетъ, борется съ собой, словомъ, живетъ всѣми

нервами. Присовокупимъ къ этому способность поклонника къ серьезному чувству, обрисовывающуюся въ пренебреженіи къ уколамъ самолюбія, безпрестанно попираемаго невѣрной, его нравственную глубину, порождающую намѣреніе своимъ постоянствомъ обратить возлюбленную, какъ заблудшую овцу, на путь истины. Жизненность, страстность и одухотворенность являются отличительными качествами эротическаго творчества Тибулла.

Характеръ любви Кохановскаго горестенъ и главнѣйшіе мотивы его лирики носятъ несомнѣнную печать подражанія Тибуллу. Въ виду указанныхъ достоинствъ римскаго поэта, какъ пѣвца Делiи, нужно признать, что выборъ Кохановскаго имѣетъ за собой значительныя художественныя основанія. Нельзя, впрочемъ, упускать изъ виду и эпохи, а также господствовавшаго въ XVI в. вкуса. Въ Италіи, гдѣ нашему поэту суждено было начать свое творчество, у поэтовъ-гуманистовъ были въ памяти знаменитые канцоны и сонеты Петрарки. Любовь, воспѣтая основателемъ итальянскаго гуманизма, меланхолична, скорбна. Его Лаура „всегда является суровой и жестокой; его любовь не дѣлаетъ успѣховъ, не имѣетъ надеждъ, питается иллюзіями, можетъ представить себѣ блаженство на мгновенье, чтобъ тотчасъ-же возвратиться къ дѣйствительности. Это несчастная любовь, онъ всегда жалуется на нее, желаетъ скорѣе смерти, умѣетъ только плакать“. [1]) Книга Петрарки вызвала много подражаній и создала петраркизмъ, какъ направленіе въ эротической поэзіи.

Увлекаемый классическими авторитетами болѣе, чѣмъ новоевропейскими, Кохановскій не сдѣлался сонетистомъ во вкусѣ итальянской школы, хотя и зналъ творенія поклонника Лауры [2]). Однако установившаяся по иниціативѣ Петрарки мода изображать несчастную страсть могла повліять и на Кохановскаго, такъ что, выбирая себѣ за образецъ Тибулла, онъ дѣйствовалъ не вопреки духу тогдашней любовной литературы. Къ этимъ чертамъ внутренняго сходства

---

[1]) Гаспари. Исторія итальянской литературы. I, 391.

[2]) Dzieła, III, 187—8, Epigrammatum libellus: 6 и 7. Эпиграмма „In tumulum Franc. Petrarcae“ служитъ хорошимъ показателемъ того, что въ поэзіи Кохановскій всегда отдавалъ первенство античнымъ представленіямъ предъ новоевропейскими. Обращаясь къ Петраркѣ и Лаурѣ, онъ говоритъ: Nunc vos *Letheae* spatiantes margine *ripae Elisii* spectat plebs numerosa fori (Теперь, когда вы прохаживаетесь надъ *берегомъ Леты*, смотритъ на васъ многочисленная толпа *элизейскихъ* обитателей).

между классикомъ и гуманистомъ нужно присоединить и формальное подобіе. Прежде всего къ общимъ явленіямъ, замѣчаемымъ у того и другого автора, надо отнести всевозможныя поэтическія фигуры, придающія рѣчи живость и разнообразіе, пріемы, помогающіе усиленію впечатлѣнія. Это такъ называемыя апострофы, фигуры противоположенія, постепенности представленія, анафоры и др. Но главное свойство Тибулла, которое усваиваетъ Кохановскій, состоитъ въ отсутствіи въ его элегіяхъ періодической рѣчи. Идеи, представленіе чувствъ, образы у него укладываются въ краткія сужденія. Отсюда вытекаетъ прекрасная простота и ясность представленія, которыя въ выгодномъ свѣтѣ выставляютъ Тибулла сравнительно съ Проперціемъ, иногда гоняющимся за искусственной конструкціей.

Такова зависимость Кохановскаго отъ Тибулла въ отношеніи воззрѣній, рода изображаемыхъ чувствъ и слога любовной лирики.

Польскому поэту были знакомы и другіе элегики, какъ Проперцій, Овидій, Катуллъ. Вліяніе послѣднихъ двухъ ограничивается частными заимствованіями. Гораздо важнѣе по своимъ послѣдствіямъ знакомство Кохановскаго съ Проперціемъ. Этотъ писатель въ своихъ элегіяхъ къ Цинтіи даетъ нѣсколько блистательныхъ образовъ ея внѣшнихъ прелестей, ея женскихъ чаръ и средствъ обольщенія. Тамъ, гдѣ Кохановскій восхищенно описываетъ красоту и дарованія своей возлюбленной, онъ несомнѣнно слѣдуетъ Проперцію. То же самое вліяніе сказывается, когда нашъ авторъ проникнутъ противоположнымъ настроеніемъ и порицаетъ обликъ, прежде столь радовавшій его взоры.

II.

Послѣ этой общей характеристики школы[1]), къ которой примкнулъ занимающій насъ поэтъ, перейдемъ къ обозрѣнію содержанія его любовной лирики. Мы увидимъ, что всѣ подробности ея внутренняго механизма созданы по классической модели.

Прежде всего опишемъ пріемы автора при изображеніи героини его романа, затѣмъ разсмотримъ отношенія къ ней со стороны поклонника.

---

[1]) Elegije łacińskie J. Koch. w stosunku do rzymskich wzorów. Статья Павликовскаго: Rozpr. i Sprawozd. w. filol. A. Um. t. XII, 143—191.

Итакъ, какими чертами обрисовалъ Кохановскій виновницу своего лирическаго вдохновенія?

Чтобы вызвать въ читателѣ представленіе о необычайной красотѣ бога или прелести любимой особы, классическіе авторы пользуются сравненіями и фигурами. Тибуллъ въ 4 эл. 3 кн. описываетъ божественную красоту Феба выраженіями въ родѣ слѣдующихъ: блескъ, исходящій отъ него, подобенъ блеску луны; пурпурный оттѣнокъ на бѣлоснѣжномъ тѣлѣ напоминаетъ стыдливый румянецъ невѣсты, отдаваемой жениху и т. п. Образность, примѣняемая при композиціи подобныхъ литературныхъ портретовъ, усиливается вызвать то же чувственное ощущеніе, что и картина, писанная красками: звѣздный блескъ, розовый цвѣтъ, золотой отливъ, сверканіе перловъ—все пускается въ ходъ, лишь-бы дать образъ физическихъ совершенствъ милаго существа. Мало того. „Для довершенья чуда“ авторъ выводитъ предъ вами цѣлую галлерею знаменитыхъ красавицъ, чтобы при сопоставленіи съ ними отдать пальму первенства своему идеалу. Подобный пріемъ употребилъ Проперцій, во 2 эл. 1 кн. расхваливая свою Цинтію. По установленному, точно вывѣренному рецепту, изваялъ и Кохановскій фигуру Лидіи. Онъ возымѣлъ мысль представить царицу своего сердца, какъ небывалое явленіе въ мірѣ. Таковы гиперболическія похвалы, разсѣянныя имъ щедрой рукой въ элегіяхъ и пѣсняхъ. „Та, что не позволяетъ душѣ моей уснуть, хоть и не дочь Юпитера, но красотой равна Героидамъ“ (1 кн., 1 эл. 19—20 ст.) „Лице ея какъ снѣгъ, волосы—золото, глаза—звѣзды, а величественной осанкой она напоминаетъ древнихъ богинь. Ходитъ-ли она, смѣется, иль говоритъ,—видно, что носитъ поясъ Венеры“ (13—16 ст. 6 эл., 1 кн.). По его мнѣнію, Венера, Паллада и Юнона уступили-бы ей, сконфузились-бы, если-бъ она явилась къ Парису четвертой соискательницей золотого яблока (10 п., 2 т., 274 стр.). Если богини не выдержали конкурренціи съ возлюбленной Кохановскаго, то нечего и говорить, что смертныя женщины тѣмъ скорѣе проиграли-бы въ сравненіи съ ней. „Пусть никто не соперничаетъ съ моей милой, будь онъ даже Крезъ и повелитель, знаменитый обширностью владѣній. Какъ-бы ни была красива Гипподамія,... или та, изъ-за которой вступали въ ожесточенную схватку Лапиты съ полудикими центаврами, или та, что надъ брегами родного Эвена побудила Феба къ бою съ ея смертнымъ супругомъ, или тѣ, ради коихъ Юпитеръ принималъ видъ жолтаго золота, быка или птицы: красотой своей

Лидія достойна сравняться съ ними и скорѣе превзойдетъ, чѣмъ уступитъ имъ побѣду (1 кн. 6 эл., 1—12 ст.). Пусть же не хвастаются стародавнія времена со своими Еленами (9 п. 2 т. 473 стр.). Не въ выигрышѣ и современницы Лидіи. Всѣ красивыя женщины, которыхъ онъ гдѣ-либо встрѣчалъ, забыты имъ (1 кн. 6 эл. 23—24 ст.).

Już mi z myśli wypadły te obecne twarzy:
Twoje nadobne lice jest podobne zarzy,
Która nad wielkim morzem rano się czerwieni,
A z nienagła ciemności nocne w swiatłość mieni:
Przed nią gwiazdy drobniejsze po jednej znikają,
I tak już przyszłej nocy nieznacznie czekają [1]).

Будущимъ временамъ также отказано въ надеждѣ на появленіе такой же красоты (9 п. 2 т. 473 стр.).

Панегирикъ не исчерпывается воспѣваніемъ наружности возлюбленной.

Связь Проперція съ Цинтіей основывалась не на одной лишь тѣлесной ея привлекательности, но также и на духовной красотѣ римлянки, усвоившей нѣкоторыя изящныя искусства тогдашней образованности. Ея художественный вкусъ простирался далѣе умѣнья къ лицу одѣться или убрать волосы, дальше женскихъ рукодѣлій; она знакома съ литературой, пѣніемъ, игрой на арфѣ. Отношенія къ ней со стороны Проперція проникнуты внутренней любовью, которую онъ самъ обозначилъ, какъ неизсякаемый источникъ своей поэзіи.

Въ подражаніе ему Кохановскій надѣляетъ свою Лидію тождественными достоинствами. Паллада научила ее женскимъ искусствамъ. „Нѣтъ другой, которая въ равной степени любила-бы пѣсни піэрійскихъ музъ; подумаешь,—Сирена поетъ, когда она звукъ сладкихъ словъ соединяетъ съ аккомпаниментомъ орфеической лиры“

---

[1]) Эти лица нашихъ временъ у меня изчезли изъ мысли:
Твое прелестное лицо подобно зарѣ,
Которая утромъ алѣетъ надъ великимъ моремъ,
Неожиданно смѣняя ночную тьму свѣтомъ;
Предъ ней блѣднѣютъ по одной мелкія звѣзды
И незамѣтныя ожидаютъ будущей ночи.

VII п. I т., 276.

(6 эл. 1 кн. 17—26). Свѣтлый очеркъ качествъ эстетически развитой личности дополняется похвалой ея добродѣтели. Она отличается скромностью, откровенностью сердца, при томъ-же совсѣмъ свободна отъ корысти, такъ какъ не поддалась искушеніямъ богачей, предпочтя бѣдную избу поэта пурпурному ложу (3 кн. VI эл.). Въ польскихъ пѣсняхъ поэтъ одинаково высокаго мнѣнія о благородствѣ, какъ и о красотѣ ея. Она не только красивѣе другихъ, но и въ нравственномъ отношеніи выше: какъ золото пріобрѣтаетъ двойную стоимость, если служитъ оправой изумруду, такъ ея тѣло выигрываетъ отъ присутствія въ немъ благородной души. [1])

III.

Теперь дадимъ мѣсто такимъ сюжетамъ любовной лирики Кохановскаго, въ которыхъ сквозитъ чувство ничѣмъ не возмущаемой преданности его госпожѣ своего сердца, сила любви его къ своему идеалу.

Любовь, испытываемая поэтомъ, самая горячая, самая неизмѣнная, короче,—она не угаснетъ вплоть до его смерти: „jaciem twój był, jako żywo, i twoim zginę“. (8 п., 2 ст., 1 т., 277 стр.). Милая такъ ему дорога, что ради нея онъ готовъ на геркулесовскіе подвиги. Почти въ тѣхъ-же словахъ, что и Проперцій [2]) въ соотвѣтственномъ мѣстѣ своихъ произведеній, онъ заявляетъ: „Пусть она прикажетъ— и я охотно брошусь на дикихъ гидръ, на отважнаго звѣря; выкраду яблоки, охраняемыя гесперійскимъ дракономъ, укрощу три головы адскаго пса“ (1 эл. 25—28, 1 кн.). Слѣдуя Тибуллу, онъ иначе не называетъ возлюбленной, какъ „domina“, ея власть надъ нимъ именуетъ „imperium durum“, жестокой властью, силу привязанности къ ней приравниваетъ къ „invicta compes“, неразрывнымъ узамъ (ibid, 35—36; у Тибулла: vinculum, servitium, domina въ II кн., IV эл., 1—4). Какъ и римскій лирикъ (I кн. 2 эл., 59—60), онъ не вѣритъ

---

[1]) Nie tylkoś nad insze gładszą się urodziła
Aleś i zwyczaimi twarzy nic nie zelżyła;
A jako wdzięcznie szmarakiem złoto się dwoi,
Tak tej szlachetnej duszy w tym ciele przystoi.
Пѣснь VIII, 5—8, 1 т., 277.

[2]) III кн. XXIV эл.

тѣмъ, которые утверждаютъ, будто отъ такой жаркой страсти можно излечиться пѣснью или волшебными ядами: „Сносите ихъ всѣ сюда, сносите всѣ яды, какими только богатъ Пиндъ, Отрисъ и высокій Эриксъ. Пока она не перестанетъ мнѣ казаться столь красивой, нисколько не помогутъ ни зелья, ни чары ваши". (ib 39—44). Постоянное лицезрѣніе предмета страсти дѣлается однимъ изъ главныхъ условій сердечнаго спокойствія влюбленнаго Тибулла. Вторя его настроенію, Кохановскій согласно съ 51—52 ст. 1 эл. I кн. римскаго образца утверждаетъ, что въ немъ не найдетъ себѣ подражателя тотъ, кто ради прибыльнаго предпріятія покидаетъ свою возлюбленную, хотя бы на время. „Могъ-ли бы я глядѣть на рыдающую дѣву...., когда въ изступленіи она начала-бы терзать мой слухъ жалобами и гнѣвной рукой ранить себѣ лицо" (4 эл., I кн., 24—28). Если радостная готовность быть при милой даже въ ущербъ денежнымъ интересамъ объясняется просто нежеланіемъ причинить ей огорченіе, то другія услуги поэта вытекаютъ изъ намѣренія доставить ей прямое удовольствіе. Поклонникъ-гуманистъ не забываетъ, что благодаря своему дару пѣснопѣнія онъ можетъ сдѣлать возлюбленную предметомъ поэтической идеализаціи и такимъ образомъ уготовать ей выгодную извѣстность и среди современниковъ, и въ отдаленномъ потомствѣ. Ея красота навѣки можетъ быть избавлена отъ печальнаго забвенія, если съ ея именемъ будетъ связано возникновеніе звучныхъ стиховъ. Съ точки зрѣнія гуманиста для женскаго тщеславія не можетъ быть ничего лестнѣе, какъ признаніе поклонника, что лишь любовь къ ней создала изъ него поэта, научила его слагать сладостные стихи (I кн. 1 эл. 1—4 ст.), что вся прелесть этихъ стиховъ исключительно внушена ею (I кн. 6 эл. 25 ст.). Эту точку зрѣнія Кохановскій усвоилъ у Проперція.

Послѣдній на вопросъ друзей, откуда у него берется такой неизсякаемый запасъ вдохновенья, отвѣчаетъ приблизительно такъ. Есть много поводовъ, чтобы загоралось его воображенье: играетъ-ли Цинтія на лирѣ, видитъ-ли онъ локонъ, небрежно и гордо повисшій надъ ея челомъ, смыкаетъ-ли она утомленные глаза или стоитъ предъ нимъ въ блестящей одеждѣ,—цѣлая Иліада зарождается въ его умѣ; что-бы она ни сдѣлала, что-бы ни сказала,—изъ ничего возстаетъ большая исторія. Итакъ, Проперцій не придумывалъ сюжетовъ, чтобы наполнить томики своихъ стихотвореній.

Мелкія явленія изъ жизни съ возлюбленной давали его впечатлительной натурѣ цѣлое богатство поэтическихъ замысловъ. Эту мысль онъ и выразилъ въ духѣ античнаго міровоззрѣнія. Non haec Calliope, non haec mihi cantat Apollo; ingenium nobis ipsa puella facit.

Прославленіе красавицы было своего рода данью, которую поэтъ платилъ за расположеніе къ себѣ.

Сознаніе, что милая питаетъ отвѣтное чувство, наполняетъ душу поэта такимъ счастьемъ, даетъ столь полное удовлетвореніе ея запросамъ, что тамъ болѣе не остается мѣста никакому другому чувству или желанію. Любовь дорогой особы способна скрасить всѣ житейскія невзгоды, бѣдность, скромность земного жребія, вознести выше всѣхъ благъ, выше царей. По настроенію своему Кохановскій напоминаетъ въ этомъ случаѣ Тибулла, Проперція и третьяго поэта, философа умѣренности, Горація. Тирады его на эту тему построены по классическому образцу [1]) и по способу выраженія похожи одна на другую.

„Пусть иной, покоривъ врага, ѣдетъ на великолѣпныхъ коняхъ на удивленье толпѣ народа, пусть ведетъ плѣнныхъ царей, пусть отнятыя у Парѳянъ знамена повѣситъ въ отечественныхъ храмахъ: если ты, Лидія, ласково посмотришь на меня, ни во что не ставлю славу побѣды надъ Скиѳіей, цвѣтущее государство древняго Аліата, богатства, которыми слыветъ урожайная Азія". [2]) „Одинъ собираетъ богатства и возлегаетъ на грудахъ золота, другой великъ заслуженными почестями, тотъ торжествуетъ тріумфъ надъ побѣжденнымъ непріятелемъ; этотъ увѣренъ въ могуществѣ своего краснорѣчія; всѣмъ пренебрегъ я въ надеждѣ на твою любовь, свѣтикъ мой, ты—мое сокровище, ты—слава, ты—единственная гордость". [3])

Пріемъ извѣстный: на одну чашку вѣсовъ кладется всё, что можетъ разжечь человѣческую алчность и честолюбіе: груды золота, слава побѣдителя, великолѣпіе царской власти, громкая ораторская популярность; весь этотъ громоздкій и пышный грузъ перетягивается другой чашкой, на которой покоится счастливое чувство обладанія

---

[1]) 1 кн., 2 эл., 67—72 и 1 кн., 1 эл. 1-й и слѣд. ст., Тибуллъ.
[2]) 1 кн., 12 эл., 25–32.
[3]) 3 кн., 3 эл., 11—16.

Лидіей. Поэтъ постоянно пускаетъ въ ходъ эту фигуру противоположенія, когда хочетъ сказать, что любовь къ Лидіи ставитъ выше завиднѣйшихъ удѣловъ, возможныхъ для человѣка. „Пусть иной плаваетъ къ Аѳону, попираетъ море конскими копытами, пусть себѣ выпьетъ рѣки и моря; пока ты ко мнѣ благосклонна, пока и ты исполнена взаимной заботы обо мнѣ, нисколько не завидую блистательнымъ скипетрамъ царей. Съ тобой не тяжело мнѣ твердымъ плугомъ переворачивать землю, ни гнать на пастьбу скотъ. Что мнѣ въ деньгахъ оплачиваемыхъ вѣчными заботами, или въ раковинахъ, найденныхъ въ эритрейскомъ морѣ. Взволнованной души не излечитъ никакая уйма золота“.... [1])

Самымъ любимымъ представленіемъ Кохановскаго было полное идиллической мечтательности представленіе о золотой порѣ человѣчества, когда люди жили близко къ природѣ, незнакомые съ излишествами городской жизни, и среди сельскихъ занятій наслаждались любовью. Именно любовь на фонѣ мирной деревенской жизни и представляется воображенію Кохановскаго верхомъ блаженства. Подъ зноемъ лѣтняго солнца онъ будетъ трудиться ради своей милой, а она, госпожа его сердца,—безотлучно при немъ. Таковы мечты влюбленнаго. Какъ мы уже упоминали, въ эротической литературѣ главнымъ выразителемъ подобныхъ чувствъ является Тибуллъ. Его элегіи богаты мыслями о пріятности сожительства съ возлюбленной среди лѣсовъ и полей.

Подъ вліяніемъ этого постояннаго тибулловскаго напѣва создается существенный мотивъ любовной лирики Кохановскаго. Его выраженію посвящена 13 эл. 1 кн. Отношенія между поэтомъ и возлюбленной въ цвѣтущемъ состояніи. Лидія покидаетъ ненавистный городъ. Поэтъ высказываетъ страстную надежду, что она навсегда поселится въ просторныхъ поляхъ, будетъ насыщать свои взоры зрѣлищемъ лѣсовъ и слушать пѣніе птицъ, а онъ, довольный ея присутствіемъ возлѣ себя, съ помощью Амура станетъ заниматься хозяйствомъ и т. д.

Таковы сюжеты любовныхъ стихотвореній, отражающіе свѣтлое настроеніе поэта: этотъ радостный тонъ и оиміамъ комплиментовъ какъ-бы улетучивается съ перемѣной характера отношеній къ воз-

---

[1]) III кн., 1 эл., 39—47, напоминающая 3 эл. 3 кн. Тибулла.

любленной. Мы обратимся сейчасъ къ темамъ печальнымъ, даже мрачнымъ, представляющимъ контрастъ по отношенію къ только что разсмотрѣннымъ.

IV.

Съ потерей взаимности поэтъ перестаетъ смотрѣть на возлюбленную съ чувствомъ восхищенія. Ужъ и красота ея кажется ему поддѣльной и ея нравственность никуда негодной. Онъ приходитъ къ открытію, что его стихи—голая, не разборчивая лесть, превращавшая размалеванную дѣву (II т. 380 стр. 51 фр.) въ ангела, въ нѣжное созданіе, цвѣтъ лица котораго напоминаетъ румяную зарю.

Распущенную кокетку онъ надѣлялъ эпитетами величайшаго почтенія „святая, благородная", какъ будто Лукрецію или Пенелопу [1]). Онъ досадуетъ на свои преувеличенія.

Чтобы отчасти утолить свой гнѣвъ, онъ объявляетъ, что его поэтическіе дары шли не отъ чистаго сердца; всѣ тѣ лиліи и розы, которыми поклонникъ украсилъ милую, попираются ногами; царица сердца вмѣсто похвалъ и комплиментовъ осыпана градомъ сарказмовъ.

Próżna twa chluba, nie kochaj się w sobie;
Nie wszystko prawda com pisał o tobie.
Miłość mię zwiodła i przez mię mówiła,
Że nad cię nigdy wdźięczniejsza nie była.
Jako lelija rożą przeplatana
Zdała mi się twarz twoja malowana:
Oczy twe jako gwiazdy się błyskały:
Pierśi twe śniegu sromotę działały:
Teraz w mych oczach wszystko się zmieniło... [2]).

---

[1]) Równałem często jej płeć ku rumianej zarzy,
A ona kramną barwę nosiła na twarzy;
Chwaliłem jej niegodne chwały obyczaje
Więc mi też mą nieprawdę fałszem dziś oddaje.

[2]) Твоя хвастливость напрасна, не любуйся собой; не все правда, что я о тебѣ писалъ. Любовь очаровала меня, она говорила моими устами, будто нѣтъ прекраснѣе тебя женщины. Твое накрашенное лицо казалось мнѣ смѣшеньемъ лилій и розъ. Очи твои блистали какъ звѣзды, твоя грудь посрамляла бѣлизну снѣга. Теперь все измѣнилось въ моихъ глазахъ...

Нѣтъ ничего естественнѣе, что свои панегирики и учтивости Кохановскій опровергъ этими стрѣлами. Въ противномъ случаѣ, онъ не былъ-бы подражателемъ. У его авторитетовъ ходъ романа именно таковъ: сначала взаимность и возведеніе возлюбленной на пьедесталъ, потомъ разоблаченіе измѣны и разочарованье. Пылкая страсть Катулла къ Лесбіи смѣняется омерзеніемъ. Отношенія Проперція къ увлекавшей его женщинѣ испытываютъ такую-же метаморфозу. Въ 23 эл. 3 кн. Проперцій уничтожаетъ презрѣніемъ то, чему раньше поклонялся. Эта раздѣлка послужила Кохановскому примѣромъ для подражанія: такъ возникло его порицательное стихотвореніе.

Крутая перемѣна въ настроеніи поэтовъ объясняется измѣной и паденіемъ ихъ героинь. Раскрытіе распущенности и легкомыслія возлюбленной охлаждаетъ восторгъ поклонника, обиженная преданность послѣ долгаго испытанія разражается мстительными стихами которые имѣютъ цѣлью смыть позолоту съ любимаго нѣкогда образа, обнаружить его естественную неприглядность.

Изучая крушеніе любовнаго счастья Кохановскаго, мы входимъ въ область представленій, навѣянныхъ Тибулломъ. Элегія 10-я 1 кн., несомнѣнно возникшая вслѣдствіе богатой начитанности Кохановскаго въ названномъ римскомъ авторѣ, служитъ какъ-бы прелюдіей къ начинающимся страданіямъ влюбленнаго. Сюжетъ ея: поэтъ терзается тоскливымъ чувствомъ ожиданія возлюбленной, которая обѣщала придти къ нему на свиданіе. Онъ проситъ мѣсяцъ и звѣзды не спѣшить къ закату, вставляетъ миѳологическіе эпизоды о Калисто, объ Эндиміонѣ, къ которому спѣшила съ небесъ Феба, чтобъ положить его голову на своей божественной груди. Между тѣмъ свѣтаетъ. Приписывая проволочку ея заботамъ о нарядѣ, поэтъ, повторяя Тибулла, нетерпѣливо восклицаетъ, что ему дѣла нѣтъ до сидонійскихъ одеждъ и драгоцѣнныхъ украшеній, пусть она придетъ къ нему непричесанная, неодѣтая, босая,—лишь-бы пришла [1]).

Обманутыя ожиданія внушаютъ подозрѣніе въ измѣнѣ, постепенно оправдывающееся. Самообладаніе оставляетъ его. Онъ выдаетъ себя вздохами и блѣдностью лица [2]). Всякому прохожему понятно, что „hic miser amat“ [3]). Цѣлыя ночи проводитъ онъ у запертыхъ воротъ

---

[1]) 5—10 ст. У Тибулла I, 2 кн., 15—22.

[2]) 14 эл. 1 кн., 5—8. Взято у Тибулла 6 эл., 3 кн., 33 36.

[3]) Ibid. 12 ст.

жилища возлюбленной съ боязливой мыслью подкараулить выходъ оттуда негоднаго соперника [1]). Это выслѣживанье привело къ печальному открытію. Въ 5 эл. 2 кн. (21—25 ст.) встрѣчается признаніе, являющееся отраженіемъ многихъ подобныхъ мѣстъ элегій Тибулла. „Венера научила меня переносить всякіе труды, для меня нѣтъ ничего новаго въ любви, я научился спать подъ негостепріимнымъ порогомъ, когда зимній вѣтеръ хлещетъ дождемъ, умѣю болѣе счастливому уступать мнѣ обѣщанныя ночи"...

Кто-же могъ быть соперникомъ поэта? Кто тотъ злой человѣкъ, который, по выраженію Кохановскаго, какъ воръ, пробрался въ взлелѣянный имъ виноградникъ и оборвалъ тамъ ягоды? [2]). Имъ могъ-быть всякій, кто располагалъ золотомъ, потому что возлюбленная Кохановскаго, какъ оказалось, смотрѣла на всѣхъ ухаживателей, какъ на покупателей. Матеріалистически-грубый характеръ ея взятъ поэтомъ изъ тибулловыхъ элегій.

Какъ извѣстно, возлюбленная римскаго элегика, ради которой онъ готовъ былъ на всѣ жертвы, даже на смерть, измѣнила ему, выйдя замужъ за другого изъ жажды богатства. Этотъ бракъ рисуетъ ее женщиной, для которой любовь перестала быть цѣлью, а сдѣлалась средствомъ. Такой именно она выступаетъ въ стихотвореніяхъ своего несчастнаго поклонника. Она неспособна къ безкорыстной привязанности и вымогаетъ плату. Ей нужно золото, чтобъ удовлетворить страсти къ роскошной жизни, къ пурпурнымъ шерстянымъ тканямъ, блеску слоновой кости, изумрудовъ, жемчужинъ. Поэтъ не въ состояніи приносить красавицѣ иныхъ подарковъ кромѣ стихотворныхъ посвященій, а потому потерялъ въ ея глазахъ всякое значеніе. Ему нѣтъ доступа къ милой. Чтобъ избавиться отъ безполезнаго и притязательнаго обожателя, она дѣлаетъ изъ своего жилища крѣпость, приставивъ къ дверямъ въ качествѣ гарнизона сторожа и чуткихъ, злыхъ собакъ. Черты, сгрупированныя въ 4 эл. 2 кн. Тибулла, повторяются у Кохановскаго, служа характеристикой нравственности его милой.

„Бѣда моя,—восклицаетъ онъ,—что одновременно съ тѣмъ, какъ я увидѣлъ твое лицо (Лидія), не разсмотрѣлъ твоего ума и

---

[1]) Ibid. 13–14.

[2]) Въ 12 н. 1 т. 283: Поэтъ при помощи этого образа рисуетъ свои полныя нѣжной заботливости отношенія къ милой и неожиданную потерю ея взаимности.

твоихъ правилъ (mores)“ [1]). Забывая, что славой своей красоты она обязана перу поэта, она, вѣроломная, покинула его [2]). Впрочемъ, не стихами, а деньгами оплачивается теперь любовь. „Въ наше время, куда ни оглянись, нигдѣ пѣвучія Музы не пользуются почетомъ, искусства въ пренебреженіи, однимъ тѣмъ честь, у кого весь умъ и вся красота въ денежной шкатулкѣ“. Для такихъ не существуетъ запертыхъ дверей и несносной своры чуткихъ псовъ. „А меня съ моими Музами негодная дѣва заставляетъ стоять у замкнутыхъ воротъ. Меня гонитъ песъ и отталкиваетъ привратникъ“ [3]). Еще болѣе позорными чертами изображается предметъ страсти Кохановскаго въ 14 эл. 1 кн. и 25 п. 1 т. стр. 299—301. Въ первой нѣсколькими намеками обрисовывается фигура соперника въ любви, счастливаго обладателя красавицы. Еще недавно поэтъ, проходя по городу, видѣлъ, какъ онъ съ клеймомъ рабства на ногѣ, подъ палочными ударами хозяина, чистилъ каналъ. Сегодня этотъ вчерашній невольникъ, негодяй, обогатившійся грабежомъ, побѣдоносно распоряжается покорной ему дѣвой. Это—типъ античнаго происхожденія, равно какъ и низменная дѣва, отдавшаяся бывшему рабу. У Тибулла встрѣчается характерное для его эпохи саркастическое изреченіе: „Nota loquor· regna iste tenet, quem saepe coëgit barbara gipsatos ferre catasta pedes“. Это—выходка противъ неимовѣрнаго паденія женской нравственности во времена поэта, но не указаніе на то, что онъ самъ былъ поставленъ ниже раба. Между тѣмъ у польскаго поэта—рабъ выступаетъ личнымъ его соперникомъ [4]).

Въ 25 п. 1 т., не особенно счастливой по замыслу, который впрочемъ составляетъ собственность Проперція, а не Кохановскаго, ворота приносятъ длинную жалобу на то, какъ пьяные, развратные поклонники хозяйки жилища немилосердно разбиваютъ ихъ молоткомъ каждую ночь, добиваясь пропуска.

Ворота наивно или ужъ слишкомъ умно для себя поясняютъ: „это не тайна, что мы страдаемъ не по своей винѣ, всему причиной—распущенная хозяйка, которая ударилась въ такую жизнь, что забыла и стыдъ и добрую славу“.

---

[1]) 2 кн., 6 эл., 5—6.
[2]) Ibid. 15—16.
[3]) 8 эл. 1 кн., 19—27.
[4]) 25—28 ст.

Какъ-бы отчаявшись въ благородствѣ сердца милой, поэтъ обращается къ ея здравому смыслу. Если постоянство не можетъ-быть выраженіемъ ея признательности къ нему, тѣмъ менѣе ея добродѣтелью, то пусть будетъ практическимъ правиломъ жизни. Красота не вѣчна. Завистливая старость уничтожитъ ея слѣды. Минетъ счастье—увянетъ и любовь. Платная любовь не сопровождается благодарностью. Нельзя вѣрить богатому любовнику. Заплативши, онъ уходитъ свободнымъ. Напрасно взывать къ нему, когда съ ея лица исчезнетъ милый румянецъ. Тогда-то она начнетъ винить себя за легкомысліе и безразсудно потерянную юность, тогда-то съ ея устъ сорвется горестный стонъ. Но не найдется въ черную минуту никого, кто-бы даже похоронилъ ея кости (1 кн. 8 эл., 33—38; 1 кн. 14 эл. 55—50; 1 т., 1 кн. 15 п., 19—28). Такимъ постояннымъ другомъ, поклонникомъ до гробовой доски, обѣщаетъ быть отодвинутый ею на задній планъ бѣднякъ—поэтъ. Его не измѣнятъ ни долгіе часы взаимности, ни превратности судьбы. Даже праху его она будетъ дорога (1 кн. 14 эл. 59—60).

Эти сентенціи, совѣты и увѣщанія писаны Кохановскимъ какъ-бы на текстъ изъ Тибулла: „Vidi jam juvenem premeret cum serior aetas maerentem stultos praeteriisse dies (4 эл. 1 кн., 33—34).

У поэта остался въ распоряженіи еще одинъ рессурсъ—измѣнчивость фортуны. Поэтъ можетъ снова получить взаимность: еще такъ недавно его сегодняшній соперникъ мерзъ подъ холоднымъ ливнемъ, а его милая дѣва приклоняла къ своему лону. Роли могутъ опять перемѣниться [1]). Этотъ мотивъ слабой надежды Кохановскій заимствуетъ у Тибулла.

Но надежда на благоразуміе возлюбленной не оправдалась. Благопріятный вѣтеръ не подулъ въ сторону неудачника.

Поэтъ чувствуетъ, что обидно для его самолюбія находиться въ положеніи просителя, котораго встрѣчаетъ постоянно холодный отказъ. „Краткая жизнь не любитъ долгой надежды“ [2]). Въ его душѣ созрѣваетъ мужественное рѣшеніе покинуть возлюбленную. Элегія, проникнутая этой идеей, составлена въ главныхъ своихъ частяхъ по Тибуллу (3 кн. 6 эл.). Она представляетъ изъ себя обращенье къ Бахусу. Этотъ богъ, покровитель жизнерадостнаго веселья, поможетъ

---

[1]) 1 кн., 14 эл., 15—20.

[2]) Кн. 2, эл. 2, 17 ст.

заглушить сердечный огонь, разожжённый неумолимой Венерой: „Прощай, жестокая дѣва! Ни муза моя, ни любовь, ни рѣдкая вѣрность не могли тебя смягчить; уже я рѣшилъ не быть рабомъ спѣсивой, не гоняться за той, что враждебно уклоняется отъ меня“ (2э л. 25—28 ст. 2 кн.). Впрочемъ, послѣ энергическаго возмущенія натура поэта ослабѣваетъ. Первые шаги человѣка, съ котораго недавно сняли оковы, неувѣренны: оковъ нѣтъ, но онъ продолжаетъ ихъ чувствовать. Попытка поэта раздѣлаться навсегда съ пагубной страстью парализуется колебаніемъ. Слишкомъ еще живы въ его памяти образы былыхъ сладкихъ сновъ, счастливыхъ минутъ [1]). Это состояніе души, раздираемой двумя противоположными чувствами, Тибуллъ пластически рисуетъ образомъ Титія, который, по миѳическимъ сказаніямъ, распростершись, кормилъ своими внутренностями двухъ хищныхъ птицъ. Въ подражаніе римскому классику тотъ-же образъ появляется и у Кохановскаго [2]). Борьба любви и гнѣва является послѣднимъ драматическимъ моментомъ, которому поэтъ отводитъ мѣсто въ эротическихъ стихотвореніяхъ. Вслѣдъ за тѣмъ по естественной градаціи чувствъ идетъ равнодушіе къ прежнему кумиру. Хладнокровію научаетъ поэта Венера. Она явилась Кохановскому во снѣ, чтобъ слегка попрекнуть за недостатокъ въ немъ признательности къ возлюбленной, когда-то доставившей ему много счастья, за чрезмѣрную требовательность, которая умѣстна лишь въ мужѣ по отношенію къ женѣ.

Этотъ сюрпризъ со стороны богини имѣлъ довольно благопріятныя послѣдствія, такъ-какъ поэтъ въ концѣ элегіи (2 кн., 4) замѣчаетъ, что, очнувшись отъ забытья, онъ почувствовалъ успокоенье въ своихъ горестяхъ. Античная оболочка идеи примиренія съ участію забытаго поклонника носитъ слѣды подражанія Тибуллу, который изъ удрученнаго состоянія былъ выведенъ покровителемъ поэтовъ—Фебомъ (4 эл. 3 кн.). У Кохановскаго мотивъ исцѣляющаго сновидѣнія встрѣчается еще разъ въ 11 эл. 2 кн. Одержимый тоской по милой, поэтъ долго не можетъ уснуть. Лишь „когда заблисталъ огненный факелъ восходящаго Феба“, охватилъ его сонъ [3]). Въ грезахъ представилось ему божество. Оно увлекло поэта на Левкатейскую гору, подавая совѣтъ броситься оттуда въ море; вынырнувъ изъ воды,

---

[1]) Ibid., 31—34.

[2]) 2 кн., 3 эл. 29—32.

[3]) 4 эл., 3 кн., Тибуллъ.

онъ долженъ излечиться отъ тяжелой страсти навсегда. Въ моментъ паденія поэтъ проснулся и, придя въ себя, обратился съ горячей мольбой къ богамъ объ осуществленіи сна.

Вопросъ о литературномъ вліяніи римскихъ образцовъ на любовную поэзію Кохановскаго въ главныхъ чертахъ исчерпанъ. Добытыхъ результатовъ, повидимому, достаточно для настойчиваго утвержденія, что мотивы разсматриваемой лирики можно объяснять какъ подражаніе древнимъ писателямъ, вовсе не рѣшая головоломной задачи, каково ея жизненное происхожденіе.

V.

Однако нѣкоторые изслѣдователи произведеній Кохановскаго вѣрятъ въ интимность любовной поэзіи и пытаются изъ подъ прикрытія художественной формы обнаружить тѣ реальныя впечатлѣнія, подъ вліяніемъ которыхъ она возникла. Подчеркиваютъ прежде всего тотъ фактъ, что самъ поэтъ то въ формѣ монолога, то въ видѣ исповѣди предъ другомъ, то подавая кому-то совѣтъ, проводитъ предъ глазами читателя рядъ свидѣтельствъ объ испытанной имъ когда-то страсти. Уже пожилымъ, глядя на свой юношескій портретъ, поэтъ вспоминаетъ былое настроеніе: „Такимъ я былъ, когда воспѣтая въ моихъ стихахъ Лидія, томила меня медленнымъ огнемъ любви. Я боялся, какъ-бы художникъ, начиная рисовать мое лицо, не изобразилъ вмѣстѣ съ тѣмъ и моихъ стоновъ (Epigrammatum libellus, 35). Въ другомъ признаніи снова слышится отголосокъ какого-то нелегкаго увлеченія юности: „Любовь—тяжелая болѣзнь: и я, мой Фаустъ, хоть теперь и не влюбленъ, до сихъ поръ еще мучусь, потому что нѣкогда любилъ (Epigr. lib., 24). Изъ сѣтей тяжелой, болѣзненной страсти—какъ можно судить по 7 эл. 3 кн.—поэтъ освободился не собственнымъ починомъ, а благодаря дружеской рукѣ пріятеля Осссолинскаго, котораго онъ и поручаетъ особенной признательности потомства. Когда Кохановскій писалъ эти признанія, любовь для него была уже дѣломъ минувшихъ дней, воспоминаніемъ. Есть однако свидѣтельства, современныя самому любовному чувству. Это сердечныя изліянія предъ искреннимъ другомъ Андреемъ Нидецкимъ, написанныя въ горькомъ тонѣ на тему объ униженіяхъ, которыя принесла неудачная любовь. (2 кн., фрашки 51 и 59 „Do Jędrzeja“).

По прочтеніи этихъ намековъ на совершившійся фактъ, изслѣдователь переходитъ къ стихамъ о любовныхъ отношеніяхъ съ готовымъ убѣжденіемъ, что имѣетъ въ своемъ распоряженіи въ формѣ эротическихъ латинскихъ элегій и польскихъ пѣсенъ рядъ историческихъ документовъ, наглядно рисующихъ связь юнаго Кохановскаго съ возлюбленной сердца. У біографа къ тому-же рождается и то вѣроятное предположеніе, что въ молодости Кохановскій непремѣнно былъ въ кого-нибудь влюбленъ. Понятно теперь усиленное стремленіе нѣкоторыхъ прозрѣть въ содержаніи любовной лирики указанія на мѣсто и время ея происхожденія, угадать теченіе любовныхъ эпизодовъ и подлинныя имена женщинъ, которыми увлекался Кохановскій. Однако нельзя обойтись безъ недоразумѣній и противорѣчій въ такомъ историко-литературномъ вопросѣ, гдѣ приходится датировать безъ прямыхъ библіографичеекихъ указаній и дѣлать біографическіе выводы изъ матеріала, лишеннаго хронологической системы. Ученые, которыхъ мы ниже назовемъ, считаютъ совокупность эротической лирики Кохановскаго своего рода дневникомъ; но имъ хорошо извѣстно, что это—дневникъ съ перетасованными страницами, не полный и скупой на подробности. Это лабиринтъ общихъ мѣстъ, восхищеній и воплей разочарованія, въ которомъ трудновато разобраться. Впрочемъ, твердая увѣренность въ томъ, что предъ глазами памятники пережитаго поэтомъ чувства, придаетъ изслѣдователямъ энергію.

Первый, кто вошелъ въ разсмотрѣніе любовной лирики съ надеждой на достиженіе успѣшныхъ результатовъ, былъ Рафаилъ Левенфельдъ. Въ своей монографіи (Iohann Kochanowski und seine lateinischen Dichtungen Posen, 1877 г.) онъ выставилъ гипотезу о мѣстѣ написанія и дѣленіи любовныхъ латинскихъ элегій.

Любовныя произведенія принадлежатъ къ наиболѣе раннимъ проблескамъ лирическаго дарованія Яна Кохановскаго. Въ этомъ убѣждаетъ личное признаніе поэта: „Не музы сдѣлали меня поэтомъ... одна любовь научила меня слагать сладостные стихи“ (1 кн., 1 эл., 1—3). Первая молодость его прошла за границей (1552—1557). Тамъ и воспитался литературный талантъ польскаго гуманиста. Нѣкоторая доля любовной латинской лирики написана имъ, по мнѣнію Левенфельда, въ Падуѣ, гдѣ, какъ извѣстно, онъ проходилъ высшую образовательную школу, а другая часть, адресованная Лидіи,—въ Парижѣ, городѣ, который, по преимуществу, игралъ роль въ сердечной жизни его. Кохановскій нигдѣ прямо не говоритъ, что любовь

къ Лидіи его мучила во французской столицѣ. Къ такому утвержденію Левенфельда приводитъ сопоставленіе нѣкоторыхъ данныхъ. Въ настоящее время эта гипотеза отвергнута. Дѣло въ томъ, что Левенфельдъ въ своихъ сужденіяхъ опирался на текстъ элегій, появившійся впервые въ печати въ 1584 г. Недавно доказано, что это изданіе представляетъ позднѣйшую редакцію элегій. Именно, въ 1891 г. въ жур. Atenеum, т. 2-мъ, напечатана была статья[1]) пр. Брюкнера, въ которой авторъ сообщаетъ объ открытомъ имъ въ Императорской публичной библіотекѣ спискѣ латинскихъ элегій отъ 1562 г. Находка важна въ двухъ отношеніяхъ. Во первыхъ, основываясь на ней, можно судить, съ какой постепенностью развивался поэтическій даръ Кохановскаго. Поэтъ—мы наглядно убѣждаемся въ этомъ изъ приведенныхъ Брюкнеромъ данныхъ—много работалъ надъ красотой своего стиля. Разница между печатнымъ текстомъ и рукописной первоначальной редакціей, по свидѣтельству Брюкнера, такова.

Широковѣщательныя, ничего новаго не дающія описанія, безцвѣтныя сравненія, поэтъ либо опускаетъ, либо замѣняетъ болѣе живыми образами и картинами. Онъ ищетъ мѣткихъ эпитетовъ, удачныхъ выраженій, любитъ рельефно обрисовывать мысль антитезой, наклоненъ къ дидактическимъ разсужденіямъ, но вездѣ избѣгаетъ плоскости мысли и прозаичности языка. Далѣе. Предъ печатаніемъ Кохановскій подвергалъ свои прежнія произведенія передѣлкѣ, которая уничтожала *мѣстный и личный* колоритъ. Отсюда вытекаетъ вторая важная сторона открытія Брюкнера. Левенфельдъ и послѣдовавшій по его стопамъ извѣстный историкъ польской литературы Тарновскій[2]) относили романъ съ Лидіей къ парижскому періоду жизни поэта; Брюкнеръ переноситъ его въ Падую и такимъ образомъ не признаетъ дѣленія элегій на двѣ группы. Въ традиціонномъ

---

[1]) Nowe przyczynki do dzieł Jana Kochanowskiego.

[2]) Jan Kochanowski (Studya do historyi literatury polskiej, wiek XVI), стр. 92. Доводы Левенфельда: въ стихахъ, гдѣ говорится о любви, говорится и о возвращеніи на родину (El. III, 7). Поэтъ возвратился въ Польшу изъ Франціи въ 1557. Приблизительно въ томъ-же году написана элегія, въ которой упоминаніе объ отказѣ Карла V отъ престола (1556) связано съ описаніемъ любовнаго чувства къ Лидіи (3 кн., 11 эл.). Совпаденіе даты любовнаго романа съ годомъ возвращенія изъ Франціи ясно указываетъ мѣсто, гдѣ происходилъ романъ (Jan Koch., 15 стр.). Слабая сторона гипотезы: Левенфельдъ не доказалъ, что элегія 11-я 3 кн. была написана во Франціи; а въ этомъ и состоитъ весь вопросъ. Думать-же о возвращеніи на родину онъ могъ и въ Италіи.

печатномъ текстѣ тщательно сглажены всѣ слѣды, которые привели бы къ правдивымъ догадкамъ насчетъ мѣста происхожденія элегій; напротивъ, имѣющіяся тамъ указанія наводятъ прямо на ложныя соображенія. Такъ, въ эл. четвертой первой книги читаемъ, что ни слезы, ни мольбы возлюбленной не могли удержать Андрея Нидецкаго отъ поѣздки за Альпы. Судя по 11-ой эл. 1 кн., Кохановскому очевидно предстояло послѣдовать примѣру своего пріятеля; но онъ остался на мѣстѣ, уступая просьбамъ своей милой, и написалъ нѣжный отвѣтъ: „Не убивай меня, жизнь моя, своими жалобами, не столь меня мучитъ желанье видѣть *Италію*, чтобы ты изъ-за этого выплакала себѣ глаза". Казалось-бы, что Кохановскій имѣлъ намѣреніе выѣхать за Альпы изъ Франціи. Между тѣмъ, читая рукописный текстъ Брюкнера, приходится измѣнить эту точку зрѣнія: здѣсь стоитъ „видѣть Gallica regna" [1]). Слѣдовательно, въ изданіи 1584 г. встрѣчаемъ позднѣйшую поправку, которая, что называется, отвела глаза читателю. Элегія писана въ Италіи предъ поѣздкой автора во Францію [2]). Еще прямѣе указанія, заимствованныя Брюкнеромъ изъ другихъ элегій манускрипта. Въ печатномъ изданіи 6 эл. 2 кн. поэтъ говоритъ, что покинетъ городъ, гдѣ живетъ Лидія: глаза его не будутъ видѣть ненавистныхъ холмовъ; въ рукописномъ-же текстѣ сказано эвганейскихъ (падуанскихъ) [3]). Въ 9 эл. 2 кн. мы, между прочимъ, узнаемъ, что разгоняя любовную тоску, поэтъ бродилъ „въ уединенныхъ мѣстахъ"; въ ранней-же редакціи сказано „по берегамъ Медуака", т. е., Bacchiglione, рѣки, на которой стоитъ Падуя [4]). Всѣ это тропинки, по которымъ Брюкнеръ приходитъ къ выводу, что происхожденіемъ своимъ элегіи любовнаго содержанія обязаны падуанской жизни поэта, занявшей почти все время его пребыванія за границей. Пока дѣло шло только объ элегіяхъ.

Среди похвалъ, расточаемыхъ Лидіи, Кохановскій помѣстилъ и слѣдующую: „Если мои стихи дышатъ какой-либо прелестью, ей обязаны этимъ. Ей воспѣваетъ латинская, ей—молодая славянская Муза (1 кн., 6 эл., 25—26). Это мѣсто подало Брюкнеру мысль установить связь между любовными элегіями и значительной частью любов-

---

[1]) Nowe przyczynki, 8 стр.

[2]) Если вскорѣ по отъѣздѣ Андрея Нидецкаго, то въ 1556 г., осенью. (Ibid.).

[3]) Ibid., 18.

[4]) Ibid., 19.

ныхъ польскихъ стихотвореній. По его мнѣнію, всѣ тѣ польскія произведенія эротической музы Кохановскаго внушены любовью къ Лидіи, т. е., относятся къ падуанскому періоду, въ которыхъ встрѣчаются тѣ-же мотивы и идеи, что и въ элегіяхъ. Вкратцѣ онъ намѣтилъ мотивы, свойственные тому и другому отдѣлу лирики, и это литературное сходство объяснилъ единствомъ героини романа (Nowe przyczynki, 21). Вопросъ о времени происхожденія польскихъ пѣсенъ рѣшается еще инымъ образомъ. Такъ, напр., Ст. Тарновскій, считая невозможнымъ назвать пѣсни, посвященныя воспѣванію Лидіи, призналъ всю польскую любовную лирику плодомъ позднѣйшаго времени, иныхъ отношеній, чѣмъ тѣ, которыми вызваны элегіи. Такія отношенія создались въ эпоху придворной жизни поэта, когда онъ и въ столицѣ и въ провинціи могъ увлекаться женской красотой и пѣть ей панегирики (стр. 193, Jan Kochan.). Мнѣніе это ничѣмъ не подкрѣплено, а потому оно заслуживаетъ меньшаго довѣрія, чѣмъ мыслъ Брюкнера. Послѣдній окончательно восторжествовалъ-бы, если-бъ доказалъ, что родство сюжетовъ въ элегіяхъ и пѣсняхъ можетъ-быть объясняемо исключительно единствомъ прославляемой личности: вѣдь немаловажной причиной сходства обѣихъ вѣтвей лирики приходится на основаніи предъидущаго анализа счесть также единство литературной школы, подъ вліяніемъ которой они писаны.

Несмотря на отмѣченное разногласіе по поводу того, когда и гдѣ возникла лирика, въ самомъ существенномъ вопросѣ Левенфельдъ, Тарновскій и Брюкнеръ держатся одного мнѣнія: всѣ фазисы и подробности описанной поэтомъ несчастной страсти они единодушно вносятъ въ біографію его. Каждому изъ этихъ ученыхъ одинаково свойственно стремленіе искусственной систематизаціей элегій и пѣсенъ возстановить утраченную въ печатномъ изданіи и манускриптѣ естественную перспективу той любовной исторіи, которая была предметомъ литературнаго воспроизведенія. Упомянутые ученые говорятъ: несомнѣнно, что, уступая гуманистическому литературному режиму, поэтъ старался свои чувства подогнать подъ условныя формулы или, какъ онъ говоритъ въ первой элегіи первой книги, „canere antiquo consona Callimacho“, но несомнѣнно также и то, что молодой человѣкъ любилъ на самомъ дѣлѣ. „Слѣды дѣйствительныхъ чувствъ и страданій должны быть въ этихъ элегіяхъ, и потому онѣ, несмотря на свой однообразный условный характеръ..... мучатъ надеждой, что изъ нихъ мы всетаки сумѣемъ узнать что нибудь о Кохановскомъ“

(Jan Kochanow. 58 стр.). Итакъ, полагаютъ, что предъ испытующимъ взоромъ современнаго критика въ формѣ любовной лирики предстоитъ растворъ неподдѣльнаго чувства въ классическихъ реминисценціяхъ. Нужно подвергнуть этотъ растворъ тщательному анализу, отдѣлить одинъ элементъ отъ другого, чтобы получить на днѣ стклянки кристаллы фактовъ изъ жизни Кохановскаго. Окончивъ обозрѣніе серіи элегіи къ Лидіи, Тарновскій дѣлаетъ такое заключеніе. Кохановскій любилъ Лидію; это была красивая, не лишенная образованія и кой-какихъ очаровательныхъ качествъ блондинка, женщина легкомысленная, далеко не добродѣтельная; сначала она питала взаимность къ Кохановскому, но скоро промѣняла его на болѣе богатаго ухаживателя (96 и 107 стр. Jan Kochanowski). Брюкнеръ, который въ Archiv für slav philol., VIII, затѣмъ въ рецензіи на трудъ Тарновскаго (1888), помѣщенной въ Kwart. Histor. VI, 369, какъ и Нерингъ (Kwart. Histor. III, 276), не видѣлъ жизненной правды въ любовныхъ изліяніяхъ Кохановскаго и отвергалъ біографическую цѣнность этихъ выводовъ изъ элегій,—потомъ въ статьѣ по поводу своего открытія перемѣнилъ первоначальное воззрѣніе. Онъ утверждаетъ, будто Кохановскій пережилъ цѣлую скалу чувствъ, начиная съ момента знакомства и недолгаго обладанія и кончая измѣной милой (Nowe przyczynki, 20).

Вотъ и вся соль, выпаренная біографами изъ элегій.

Людвикъ Цвикѣинскій въ своей монографіи о Клеменсѣ Яницкомъ объ эротическихъ писателяхъ временъ Возрожденія разсуждаетъ приблизительно такъ. Мы допустили-бы жестокую ошибку, если-бъ за чистую монету принимали любовныя изліянія тогдашнихъ поэтовъ. Поэты—филологи XV и XVI вв., рисуя свои страсти, охотно пользовались сильными выраженіями и впадали въ преувеличенія—заимствовали у древнихъ поэтовъ запасъ мыслей и образовъ и, чтобы разнообразить многократно обработанные сюжеты, придумывали искусственныя ситуаціи. На самомъ же дѣлѣ, въ большинствѣ случаевъ, любовь ихъ бывала мимолетной прихотью, либо фикціей, или грубой, лишенной поэтическаго колорита, чувственностью. Мы присоединяемся къ тому взгляду, что сущность эротической поэзіи вовсе не отраженіе дѣйствительности.

Намъ представляется чисто механическій процессъ литературнаго возникновенія такъ называемаго романа Кохановскаго съ Лидіей. Нѣтъ нужды вмѣстѣ съ Брюкнеромъ говорить о непосредственно

вылившихся чувствахъ, такъ-какъ побудительной причиной творчества Кохановскаго были не они, а образцы, Тибуллъ и Проперцій, всѣ чувства, всѣ оттѣнки страсти, всѣ мечты и думы которыхъ отразились въ памяти польскаго гуманиста и въ сознаніи его превратились въ теоретическую схему перипетій любовнаго чувства. Всѣ эти восхваленія и порицанія милой, готовность прославлять ее, горделивое чувство взаимности, мечты о сельской жизни, жалобы на холодность возлюбленной, безсонныя ночи у завѣтныхъ дверей, зависть къ сопернику и проклятія распущенности, увѣщанія, стремленіе покинуть возлюбленную, тоска въ разлукѣ съ ней, борьба любви и гнѣва и проч., словомъ, всѣ градаціи въ „скалѣ“ чувствъ не служатъ указаніями на факты или обстоятельства изъ жизни Кохановскаго, а лишь на подраздѣленія его эстетической теоріи.

Вмѣсто собственнаго сердечнаго опыта поэтъ въ основаніе любовной лирики положилъ правила, выведенныя изъ начитанности въ эротическихъ писателяхъ, и на сценѣ появился міръ страстей, чуждый его интимной личности, но близкій и понятный ему, какъ гуманисту. Въ реальность Лидіи мы не вѣримъ. Тарновскому хорошо извѣстно, что элегія, рисующая ея образъ, въ отношеніи подражательности „имѣетъ дурную репутацію“. Если вычеркнуть всё, что по мысли или манерѣ принадлежитъ Проперцію или Тибуллу, то съ трепетомъ придется спросить: что же останется отъ Кохановскаго? Къ счастью, утѣшаетъ Тарновскій читателей, сходство еще не воровство: Кохановскій писалъ по образцу римскихъ поэтовъ, вдохновился ими, но не переписывалъ ихъ буквально (Jan Kochanowski, стр. 97 и 98). Странная защита! Если-бъ Кохановскій просто переписывалъ, то былъ-бы не авторомъ подражательныхъ элегій и пѣсенъ, а издателемъ избранныхъ мѣстъ изъ классиковъ. Кокетка, державшая поэта въ цѣпяхъ живьемъ выхвачена изъ древней литературы. Утонченность вкуса образованной римлянки она соединяетъ съ продажностью куртизанки. Она живетъ въ типичной атмосферѣ классической старины. Ея аттрибуты, ея времяпрепровожденіе — цвѣты, арфа, пирушки, чтенье поэтовъ, танцы, бокалы вина, служенье Венерѣ съ счастливымъ богачемъ—всё это напоминаетъ какую-нибудь Фрину или Родопу, или римлянку временъ упадка. Красавица, разукрашенная сидонійскимъ пурпуромъ, мечтающая о баняхъ и театрахъ, благоухающихъ сицилійскимъ шафраномъ, рядомъ съ Кохановскимъ, человѣкомъ XVI ст., составляетъ анахронизмъ.

Столь частымъ жалобамъ Кохановскаго на богачей, установившихъ плату за любовь, на соперника раба или знатнаго гуляку, на то обидное для страстнаго любовника положеніе, когда, по слову Горація (Lib. III, car. 10), бокъ страждетъ и отъ порога и отъ дождя, соотвѣтствуютъ тождественныя въ древней эротической поэзіи. Трудно думать, чтобы это тождество, касающееся личности милой, хода романической исторіи въ общемъ и въ частностяхъ, вытекало изъ сходства между Кохановскимъ и римскими поэтами въ жизненныхъ условіяхъ, при которыхъ разыгрывались ихъ любовныя чувства. Всего важнѣе, что противъ такого предположенія говоритъ неустойчивость самыхъ любовныхъ сюжетовъ въ лирикѣ Кохановскаго, а также фиктивность имени Лидіи. Сначала о первомъ. По свидѣтельству Брюкнера, Кохановскій передѣлывалъ не только стиль, но и содержаніе элегій; такой полной перемѣнѣ подпали 13-я 1 кн. и 10 эл. 1 кн.

Лидія переселилась изъ города въ деревню. Поэтъ сначала дѣлаетъ видъ, будто поддался иллюзіи счастья: онъ будетъ для Лидіи носить въ награду за любовь птичекъ, малину, зайцевъ. Неожиданно затѣмъ обнаруживается скрытое недовѣріе мечтамъ: возможно-ли, чтобы она не посмѣялась надъ деревенскими подарками? Теперь золото въ цѣнѣ, золота пусть припасетъ тотъ, кто хочетъ любви. Словомъ, скептицизмъ кладетъ печать на настроеніе элегіи. Такой видъ она имѣла первоначально. Между тѣмъ въ печатномъ текстѣ нѣтъ ни недовѣрія, ни притворства. Лидія перенеслась отъ одного образа жизни къ другому. Поэтъ толкуетъ ей о прелестяхъ охотничьей и земледѣльческой жизни. Идиллія выдержана вполнѣ. Въ концѣ элегіи — надежда, что взаимная любовь замѣнитъ ему богатство. Другая элегія: онъ ждетъ Лидію на свиданье. Сцена ожиданія представлена въ рукописи безъ многихъ подробностей печатнаго текста. Нѣтъ тамъ миѳологическихъ вставокъ, нѣтъ просьбы не тратить времени на нарядъ, нѣтъ указанья на то, что Лидія являлась къ нему прежде переодѣтой въ мужское платье.

Припомнимъ характерную заботу Кохановскаго о томъ, чтобъ изъ фрашекъ издатель Янушовскій ничего не выбрасывалъ: онъ не хотѣлъ утратить память о мельчайшихъ чертахъ своего прошлаго. Здѣсь же мы видимъ не то. Онъ мѣняетъ духъ элегіи, вноситъ новыя подробности. Очень трудно доказать, что онъ дѣлалъ это изъ желанія воспроизвести былое болѣе правдиво. Что написано подъ свѣжимъ

впечатлѣньемъ событія, то всегда искреннѣе, вѣрнѣе передастъ настроеніе минуты, чѣмъ произведеніе, удаленное отъ своего предмета значительнымъ разстояніемъ времени. Но зачѣмъ-бы автору перекрашивать одно, затушевывать другое, если этимъ подновленіемъ не достигается близость къ истинѣ? Мы, по крайней мѣрѣ, на этотъ вопросъ можемъ отвѣтить лишь тѣмъ соображеніемъ, что Кохановскій въ элегіяхъ не видѣлъ памятниковъ сердечной исторіи, а потому не связывалъ съ ними иныхъ воспоминаній, кромѣ литературныхъ.

Что касается фиктивности образа Лидіи, то драгоцѣнное указаніе на это находимъ опять таки у Брюкнера (Nowe przyczynki, 9), который однако воспользовался имъ въ высшей степени несчастливо. Извѣстна 2 эл. 3 кн., родъ посланія, которымъ Кохановскій, какъ до сихъ поръ думали, приглашаетъ къ себѣ въ Чернолѣсъ въ гости своего друга и покровителя, епископа, бывшаго канцлера, Мышковскаго, обѣщая ему отъ имени жены, Пасифилы (Дороты), самое радушное угощенье всѣмъ, что найдется въ ихъ скромномъ хозяйствѣ. Въ юбилейномъ изданіи элегію основательно относятъ къ числу позднѣйшихъ (послѣ 1578).

Въ рукописномъ сборникѣ Брюкнера, который, какъ онъ утверждаетъ, относится къ 1562 г. этой элегіи не должно бы быть; между тѣмъ она есть тамъ, но только въ ней упоминается не Пасифила, а Лидія. Ухватившись за это имя, комментаторъ увѣряетъ, что во 2 эл. 3 кн. рѣчь идетъ не о Мышковскомъ, краковскомъ епископѣ, не о Польшѣ, не о Доротѣ, а о Падуѣ, Лидіи, какомъ-то иномъ Мышковскомъ. Но можно спросить: откуда у Кохановскаго взялась въ Италіи своя деревня, свое хозяйство, откуда этотъ домашній очагъ? Могъ-ли онъ обзавестись возлѣ Падуи имѣніемъ, если есть мѣсто предположенію, что за границу онъ выѣхалъ на чужія средства? Самъ-же Брюкнеръ объясняетъ нареканія Кохановскаго на золото его бѣдностью (Nowe przyczynki, 15). Всѣ эти сомнѣнія ученый думаетъ успокоить ссылкой на 3 элегію 1 кн. манускрипта (13 эл. 1 кн. печатнаго изданія), гдѣ встрѣчается намекъ на выѣздъ Лидіи въ деревню. Однако трудно впасть въ болѣе жестокое противорѣчіе съ самимъ собой, чѣмъ это удалось комментатору. Надѣемся, что Брюкнеръ не имѣетъ въ виду передѣлки (1 кн.. 13 эл.), потомучто она, по его же собственному заявленію, излишне напыщенна и лишена жизненной правды (Nowe przyczynki, 14); а между тѣмъ оттуда то именно и можно вывести заключеніе, что между мечтами Кохановскаго

и желаніемъ Лидіи была полная гармонія. Возьмемъ-же менѣе фальшивую по настроенію первоначальную редакцію той-же элегіи. Начало ея какъ будто пророчитъ сожительство Кохановскаго съ Лидіей на лонѣ сельской жизни, но прочтемъ дальше: поэтъ жалуется на алчность современныхъ ему дѣвъ, на Лидію, которая, блистая во время прогулки пурпуромъ и перлами, занимаетъ поклонниками цѣлую улицу; есть-ли надежда подступить къ ней съ пустыми руками, какое тутъ можетъ быть мѣсто бѣдности? Изъ боязни быть осмѣяннымъ, поэтъ хочетъ пожертвовать даже послѣдней рубашкой, чтобы, окончательно разорившись, на самомъ дѣлѣ взяться за мотыку.

Можно-ли послѣ этого, если вѣрить правдивости всего писаннаго Кохановскимъ, допустить осуществленіе его мечтанія поселиться съ Лидіей въ деревнѣ? Принимая во вниманіе содержаніе и тонъ указанной Брюкнеромъ элегіи, нельзя вообразить себѣ Кохановскаго счастливымъ любовникомъ, а жадную Лидію въ роли добродѣтельной матроны.

Хорошъ-бы былъ и епископъ Мышковскій, обѣдающій у куртизанки! Брюкнеру ничего не оставалось дѣлать, какъ принять епископа Мышковскаго за кого-то другого. Всѣ эти неестественности и противорѣчія вытекаютъ изъ какого-то крупнаго недоразумѣнія. Ради одного имени Лидіи нельзя относить элегію несомнѣнно позднѣйшаго происхожденія къ падуанскому періоду [1]). Гораздо проще обстоитъ

---

[1]) Для рѣшенія спорнаго вопроса важнѣе всего опредѣлить время происхожденія открытаго Брюкнеромъ списка элегій. Издатель утверждаетъ, что сборникъ появился незадолго до 1562. Если справедливо его мнѣніе, то мы, конечно, отказываемся отъ противорѣчія. Но есть основаніе иначе датировать найденный сборникъ. Обширный манускриптъ въ 267 стр., въ которомъ отъ 32 по 56 помѣщены элегіи и три другія стихотворенія Кохановскаго, писанъ различными почерками въ разное время. Первыя двѣ страницы записаны въ 1588 г. Отъ 3-й до 60-й не тѣмъ почеркомъ записаны кромѣ произведеній Кохановскаго нѣсколько документовъ и писемъ отъ 1558 и 1559 гг. Далѣе Брюкнеръ переходитъ къ писаннымъ иной рукой 70 — 173, ничего не говоря о почеркѣ предшествовавшаго десятка страницъ. А жаль, потому что отъ 65—69 помѣщенъ относящійся *къ 1582 г.* протестъ противъ католическаго духовенства, а на 70 и 71 стр. появляется инструкція объ обязанностяхъ рыцарскаго сословія *отъ 1562 г.* и дальше другіе исторические документы, сеймовыя конституціи, рѣчи отъ 1556 и 1563 годовъ. При этомъ замѣтимъ, что часть актовъ, среди которыхъ находится, между прочимъ, конституція сейма 1563 г., написана новымъ почеркомъ. Даты и указанія на содержаніе манускрипта мы беремъ у Брюкнера съ 3 — 4 стр. его статьи „Nowe przyczynki". Ничто не мѣшаетъ предположить, что по времени происхожденія манускриптъ

дѣло, если имя Лидіи считать условнымъ. Это имя звукъ пустой. Съ нимъ не связывалось въ представленіи поэта никакихъ традицій о реальной личности. Лидія—нарицательное слово, идеальный адресъ, по которому посылались лирическія изліянія элегій и пѣсенъ, разумѣется не могла вызывать въ душѣ поэта двойственнаго впечатлѣнія, сочетавшись съ образомъ его жены. Съ нашей точки зрѣнія усвоенье этого имени Доротѣ Подлодовской доказываетъ призрачность героини романа, изображеннаго Кохановскимъ въ любовной лирикѣ. Впослѣдствіи жена поэта пріобрѣтаетъ названье Пасифилы, очевидно, во избѣжаніе возможныхъ затрудненій читателей.

Итакъ, напрасно усматриваютъ реальную подкладку въ эротической лирикѣ Кохановскаго, напрасный трудъ дѣлать выводы о сущности любовныхъ отношеній и характерѣ возлюбленной, выступающихъ тамъ. Впрочемъ, отчего-же не допустить, что Кохановскій дѣйствительно былъ подъ обаяніемъ женской прелести? Но въ такомъ

раздѣляется на двѣ части: одна записана до 1582, другая — позже этого года, но не позже 1588 На основаніи филологическихъ соображеній мы позволимъ себѣ установить дату для первой части (3—60 стр.) въ предѣлахъ 1578 — 1582 годовъ. Въ сборникѣ вслѣдъ за элегіями идутъ три польскія пѣсни Кохановскаго. Изъ нихъ одна—знаменитое „Czego chcesz od nas Panie“ (1 т., 355). Самъ Брюкнеръ въ Archiv f. slav. Phil., VIII, и Хмѣлевскій въ Ateneum, 4 т., 366 стр., 1888 г., по сличеніи этой пѣсни съ мотивами и выраженіями Psalterz'a Кохановскаго, относятъ ея происхожденіе ко времени занятій нашего поэта переводомъ псалмовъ (1571—1579). Это утвержденіе во всякомъ случаѣ вѣроятнѣе, чѣмъ анекдотическое преданіе о томъ, что будто-бы „Czego chcesz“, признаваемое перломъ религіозной лирики Кохановскаго, было написано въ Парижѣ (1557). Если пѣснь — псаломъ возникла подъ вліяніемъ Псалтыри (что доказано) и вышла изъ-подъ пера поэта около 1579 г., то сосѣдство ея съ элегіями указываетъ на время записи послѣднихъ въ манускриптѣ. Въ этотъ списокъ могла войти, какъ новинка, на ряду съ падуанскими произведеніями и элегія къ Мышковскому съ упоминаніемъ о Лидіи. Комментаторъ юбилейн. изд. относитъ ее къ 1578. Дѣло въ томъ, что Мышковскій пріѣхалъ на краковское епископство только въ 1577 г. Выѣхать къ поэту онъ могъ, очевидно, только изъ Кракова, потому что авторъ въ пригласительной элегіи упоминаетъ (III, 2, 29) про „столичную сутолоку“, tumultus urbis. Еще одно соображеніе. Въ печатномъ изданіи 1584 г. элегія помѣщена въ 3 кн. № 2 Этотъ фактъ, даже по мнѣнію Брюкнера, долженъ указывать на ея позднѣйшее происхожденіе, потому что „.. въ первыхъ двухъ книгахъ элегій значительное большинство составляютъ произведенія падуанскія, которыя почти исчезаютъ въ двухъ другихъ“. (Nowe przyczynki. 22). Кромѣ этой элегіи, перенесена еще одна изъ второй книги манускрипта въ 3-ю печатнаго изданія подъ № 4-мъ. Это элегія, обращенная къ Яну Теньчинскому, которому поэтъ рисуетъ красоты Италіи: писана предъ 1562 г. по возвращеніи изъ Польши (Ateneum, 1891, 2, Nowe przyczynki, 14 стр.).

случаѣ необходимо добавить: страсти и ситуаціи, пережитыя имъ, были иными, чѣмъ описанныя въ элегіяхъ и пѣсняхъ, не походили на тибулловскія, какъ бываютъ похожи двѣ горошины. На это требованіе индивидуализма въ проявленіи чувствъ возразятъ старой истиной: съ тѣхъ поръ какъ помнитъ себя человѣчество, любовь не мѣняла своей сущности; не заключаютъ-ли, въ самомъ дѣлѣ, извѣстныя слова Бёрнса эссенціи всѣхъ любовныхъ пѣсенъ, которыя когда-либо были писаны: „Если-бы мы не любили такъ нѣжно, если-бы мы не любили такъ слѣпо, если-бы мы никогда не встрѣчались или не разставались, наши сердца не разрывались-бы отъ горя". Однако нельзя не согласиться и съ тѣмъ, что между выраженіемъ любви, напр., Ленскаго и Онѣгина существенная разница. Любовь тысячи разъ была сюжетомъ романса и всякій разъ какъ она шла изъ глубины сердца, облекалась своеобразной мелодіей. Отсюда, если въ произведеніи, посвященномъ чувству, замѣчается условность формы, то мы вправѣ заключить, что авторъ остроумной оболочкой реторическихъ фигуръ хотѣлъ скрасить недостатокъ сильныхъ сердечныхъ движеній. Пусть Кохановскій испыталъ любовь, но любовь безъ всякой силы, безъ всякихъ впечатлѣній, которыя могли бы тронуть его воображеніе. При искреннемъ чувствѣ невозможно говорить чужія слова, авторствовать, пользоватьсл шаблономъ, лелѣять фикцію. Если-бъ образцы и занимали тогда въ памяти Кохановскаго выдающееся мѣсто. то не такое, чтобъ изъ-за нихъ нельзя было замѣтить характера переживаемыхъ чувствъ. Искусственная декорація школьныхъ представленій не заслонила-бы сознанія дѣйствительной обстановки, при которой переживалось душевное волненіе. Но испытавъ легкія чувственныя привязанности въ родѣ той, о которой узнаемъ изъ эпиграммы „Ad Corinnam" (22 epigr., III т., 196), трудно судить о психологіи сильной страсти. Оставалось, отдавшись литературнымъ впечатлѣніямъ, фантазировать въ предѣлахъ готовыхъ формулъ, общепринятыхъ ситуацій.

Въ самомъ дѣлѣ мы не найдемъ у Кохановскаго ни одного сюжета, который-бы не былъ обработанъ до него. Правильнѣе выразиться,—у него, какъ у подражателя репертуаръ мыслей и чувствъ уже, чѣмъ у римскихъ поэтовъ.

Нельзя не отмѣтить проистекающей отсюда монотонности настроенія въ любовной поэзіи его. Въ сущности въ латинской лирикѣ Кохановскій играетъ только двумя противоположными по смыслу

сюжетами. Самое расположеніе элегій въ печатномъ изданіи 1584 г. таково, что каждая послѣдующая какъ будто предназначена ослаблять впечатлѣнье отъ предъидущей. Если одна изображаетъ подъемъ духа, то вторая отчаянье, полное довѣріе уничтожается подозрѣніемъ, прощенье гнѣвомъ. Приведемъ вкратцѣ содержанье нѣсколькихъ паръ элегій изъ первой книги.

6) Въ надеждѣ на взаимность, авторъ перечисляетъ красоты Лидіи.

8) Здѣсь раздаются по адресу Лидіи упреки въ непостоянствѣ, алчности, тутъ-же совѣты придерживаться одного постояннаго друга.

10) Несомнѣнно, отношенія поэта и его подруги идутъ хорошо, потомучто онъ ожидаетъ ее къ себѣ на свиданье. Она не явилась, промучивъ поклонника.

11) Лидію и Яна связываютъ, повидимому, самыя нѣжныя узы: иначе, зачѣмъ-бы ей рыдать при мысли о разлукѣ съ нимъ.

12) Духъ поэта упалъ. Пріятели утѣшаютъ его въ любовной тоскѣ.... и т. д.

Обратимся ко второй книгѣ.

1 эл. начинается съ упрековъ въ непостоянствѣ, кончается обращеньемъ къ благоразумію возлюбленной сердца. Очевидно надежда на поворотъ Лидіи къ лучшимъ нравамъ не покинула поэта.

2) Несчастный поклонникъ твердо рѣшился при содѣйствіи Вакха изгнать изъ памяти образъ неблагодарной.

3) Возвращается къ ней, потомучто не можетъ найти себѣ мѣста отъ страданій.

4) Явленія Венеры утишаютъ его скорбь: богиня убѣдила поэта во взаимности милой.

5) Мученія возникаютъ вновь, Лидія уклоняется отъ него... и т. д.

Въ польской лирикѣ Кохановскій также постоянно вращается въ заколдованномъ кругѣ двухъ ощущеній: радость отъ взаимности и боязнь потерять ее. Въ первомъ случаѣ онъ всегда заявляетъ, что будетъ служить возлюбленной до смерти, во второмъ—жалуется, что скоро умретъ. Если эта калейдоскопическая игра свѣта и тѣни затрудняетъ пониманье романа, то ничуть не помогаютъ дѣлу и внѣшнія событія, введенныя поэтомъ въ лирику; они очень безсодержательны: милая куда-то уѣзжаетъ; онъ проводитъ тоскливую ночь у воротъ ея жилища, онъ ждетъ ее къ себѣ на свиданіе, онъ въ горѣ ищетъ уединенья въ пустынныхъ мѣстахъ и т. п. Но и эти

событія скорѣе фикціи, подсказанныя изученіемъ латинскихъ образцовъ, чѣмъ отраженье дѣйствительности. Вслѣдствіе того, что пестрая смѣна житейскихъ впечатлѣній не перешла въ стихи Кохановскаго, отношенія между нимъ и милой представляются весьма тусклыми. Въ польской лирикѣ сказывается старательное стремленье автора опускать изъ поля зрѣнія все фактическое, частное, матеріальное, какъ-бы чувствуется тенденція придать любви побольше деликатности, тонкости, когда предметъ страсти похожъ на прекрасный призракъ, а отношенія къ нему сводятся къ восхищенному поклоненію и тоскливымъ жалобамъ на любовныя муки. Таковы, между прочимъ, неупомянутыя нами до сихъ поръ пѣсни „Do Miłości". Здѣсь подъ абстрактнымъ понятіемъ любви авторъ вездѣ разумѣетъ Амура или Венеру. Поэтъ томится, таетъ на огнѣ любви, онъ близокъ къ смерти, поэтому проситъ Амура прекратить его страданья. Больше мы ровно ничего не узнаемъ оттуда о личности автора и его возлюбленной.

Если современный читатель, пробѣгая содержаніе любовной поэзіи Кохановскаго, видитъ въ ней проистекающее отъ бѣдности реальныхъ впечатлѣній однообразіе и условность выраженія, то изъ этого отнюдь не слѣдуетъ, чтобы самъ авторъ замѣчалъ тоже самое. Это видно, напр., изъ слѣдующаго обстоятельства. Много спустя послѣ пріѣзда изъ-за границы, Кохановскій снова принимается за обработку любовнаго сюжета. Жизнь несомнѣнно дала новому чувству новое содержаніе. Однако поэтъ не переростаетъ правилъ. Ему дѣла нѣтъ до новыхъ темъ; онъ опять готовъ отливать свои чувства въ издавна опредѣлившуюся, неподвижную форму, какъ-бы не сознавая, что въ жизни человѣка не можетъ повториться разъ пережитый имъ рядъ душевныхъ и физическихъ явленій. Чѣмъ-то въ родѣ вступительной главы къ начинающемуся роману (съ Пасифилой) служитъ 1 эл. 3 кн., гдѣ поэтъ проситъ Венеру не возобновлять въ его сердцѣ давней игры чувствъ. „Достаточно—говоритъ онъ—разъ въ жизни безумствовать. Не мнѣ уже стоять на сторожѣ у запертыхъ дверей, пока хохлатый пѣтухъ провозгласитъ день, или стучать ногой о негостепріимныя двери, или прибѣгать то къ лести, то къ угрозамъ". Нечего искать въ любовныхъ произведеніяхъ Кохановскаго страсти, жизненности или психологической глубины. Онъ стремился познакомить не со своими ощущеніями и чувствами, а съ установившимся литературнымъ типомъ любовной лирики, писалъ не для самого себя,

но для представителей гуманизма въ современномъ ему образованномъ обществѣ Польши XVI ст.

Въ манускриптѣ 1562 г. находится элегія, послѣдніе стихи которой мы приведемъ: Божественная Эрато! Пошли мнѣ силъ для стиховъ, такъ чтобы ихъ хвалила Киприда, хвалила сама любовь. Пусть другіе ставятъ пирамиды.... вырѣзываютъ свои имена на мраморѣ; упадутъ со временемъ скалы, годы уничтожатъ мраморъ. Только слава музъ никогда не умретъ. (Въ печат. изд. I, 5 „къ Яну Тарновскому"). Эти слова—эхо классическаго міра, отзывавшееся въ представленіи каждаго болѣе или менѣе одареннаго гуманиста. По мѣрѣ возростанія своего таланта Кохановскій всё болѣе проникался жаждой славы, которая, по словамъ Фойгта, и была жизненнымъ нервомъ всякой гуманистической дѣятелсности (Возрожденіе классич. древности I, 17). Польскій поэтъ къ тому-же сознавалъ, что въ его лицѣ можетъ украситься лаврами Польша, а съ ней и цѣлое славянство. Сдѣлаться гордостью своихъ соотечественниковъ было его завѣтной цѣлью [1]). Желаніе славы—и не для себя только, но и для родины—было, по нашему мнѣнію, побудительнымъ толчкомъ къ тому, чтобъ поэтъ началъ легкіе любовные эпизоды изъ своей жизни превращать въ образы могучихъ страстей и создавать преувеличенные аффекты, искусственныя ситуаціи, лишь-бы, какъ онъ самъ согласно съ эстетикой своего времени говоритъ, „въ касталійскомъ гротѣ занять ближайшее мѣсто послѣ Корнелія Галла и Тибулла" [2]).

---

[1]) ...Frigida ne tantum Thrace, sed dicere vatem
Quondam etiam posset Sarmatis ora snum.

1 кн., 12, 15—16 стр.

[2]) Изъ ст. Брюкнера. Это мѣсто опущено въ печ изд. I, 5 эл.

Трены.

I.

Между 1579 и 1580 гг. Кохановскій похоронилъ свою тридцатимѣсячную дочь Оршулю. Въ поэзіи, внушеніяхъ „златокудрой Эрато“, онъ находилъ источникъ утѣшенія (XV тр.). Такъ возникли 19 элегій, пѣсенъ плача, гдѣ отразились разныя настроенія его тосковавшей души, начиная отъ безутѣшной скорби до разсудочно-спокойнаго примиренія съ приговоромъ Промысла.

Для установленія правильнаго взгляда на лирическое произведеніе важно выяснить психическія условія, его породившія. Критикъ Фаленскій находитъ, что неоцѣненное достоинство треновъ состоитъ въ ихъ непосредственности. Вѣрный образъ происхожденія Треновъ критикъ усматриваетъ въ одномъ разсказѣ Вальмики. Величественный творецъ Рамайяны однажды имѣлъ случай наблюдать трогательный примѣръ необычайной признанности въ царствѣ птицъ: самецъ-голубь умеръ съ горя надъ трупомъ только-что подстрѣленной своей подруги. „Въ тотъ-же моментъ Вальмики почувствовалъ острую скорбь, какъ-будто несчастье коснулось его самого, и безсознательно съ устъ его полились ритмическія слова.....“ [1]) Подобно этому охваченное жестокой болью сердце Кохановскаго излилось въ „слезахъ творчества“. Трены—это импровизація; ихъ поэтическая форма „вышла готовой изъ пораженной громомъ несчастья души“ поэта [2]).

Пр. Нерингъ смотритъ на дѣло съ болѣе холодной точки зрѣнія [3]). По его мнѣнію, сомнительна возможность художественныхъ

---

[1]) Biblioteka Warszawska, 1865, I, 356: Treny Jana Kochanowskiego.

[1]) Ibid., 385.

[2]) Studya literackie, str. 35–36. Poznań, 1884 r.

эмоцій, если въ домѣ смерть или ея слѣды, а голова отуманена тяжелой печалью. Помимо того, трены носятъ несомнѣнные признаки заботливости автора объ эстетическомъ совершенствѣ, округленности и законченности выраженія: Кохановскій плачетъ, но, сохраняя болѣзненный тонъ страдальца, не забываетъ избѣгать словъ дюжинныхъ, избитыхъ, выдвигаетъ цѣлый рядъ живописныхъ картинъ и сравненій, умѣетъ сосредоточиться на миѳологическомъ сюжетѣ. „Создавая трены, поэтъ несомнѣнно не только имѣлъ въ виду себя и свое бѣдное сердце, но и читающую публику“ [1]). Они были написаны, по Нерингу, когда горе Кохановскаго не мѣшало проявленію его артистическихъ склонностей, слѣдовательно, когда уже была извѣстная перспектива между печальнымъ происшествіемъ и воспоминаніемъ о немъ.

Тѣмъ не менѣе было-бы большимъ заблужденіемъ, болѣе опаснымъ, чѣмъ крайность мнѣнія Фаленскаго, предполагать, что поэтъ выплакалъ свое горе, покончилъ съ тоской, а затѣмъ въ состояніи хладнокровія рѣшилъ увѣковѣчить свои былыя страданья въ литературномъ памятникѣ. Если въ первыя минуты душевнаго потрясенія вдохновенье невозможно, то при воспроизведеніи умолкнувшихъ страстей по памяти естественно можетъ получиться картина психологически не точная, не совпадающая линія въ линію съ ея жизненной основой. Въ состояньи объективнаго спокойствія инстинктъ легко побѣждается соображеньемъ. Представленіе о естественномъ ходѣ, броженьи изчезнувшихъ чувствованій утрачивается; расчлененныя на отдѣльные эпизоды, въ головѣ автора они втискиваются самымъ незамѣтнымъ образомъ въ рамки логическаго плана; при томъ-же въ поэтической идеализаціи прежнія ощущенія возсоздаются не въ чистомъ видѣ, но съ примѣсью позднѣйшихъ. Таковы, напр., трены поэта Морольскаго на смерть жены. Ссылаемся на судъ Фаленскаго, который на многихъ страницахъ своей статьи разсматриваетъ трены Кохановскаго, какъ школу подражателей. „Поэзія—вполнѣ заслуживающая названіе остроумной выдумки. Всё тамъ состоитъ изъ пріятныхъ куплетовъ и смѣлаго сопоставленія антитезъ. Вчитываясь въ эти поэтическія утонченности, невольно задаешь себѣ вопросъ, какъ

---

[1]) Ani mi łacno teraz dowiadać się o tym,
Jaka mię z płaczu mego czeka cześć na potym.

Tr. II, w 15.

можно было оплакивать любимую особу столь игривымъ способомъ“ [1])?. Этотъ удивительный способъ пaлiянiя горя въ сущности и объясняется значительной дозой равнодушiя автора къ своей потерѣ: онъ охотно наслаждается игрой собственнаго воображенiя, потому что сердце уже молчитъ.

Между тѣмъ трены Кохановскаго вовсе не отдаленное эхо пережитыхъ волненiй. Есть объективное доказательство того, что они— отпечатокъ живыхъ чувствъ, а не результатъ головной затѣи. Въ ихъ нѣдрахъ нѣтъ плана, связующаго всѣ части въ одно стройное литературное цѣлое, напр., въ „поэму“, гдѣ каждая глава можетъ быть понята лишь изъ совокупности всего произведенiя, гдѣ нѣтъ повторенiя однихъ и тѣхъ-же идей, образовъ и мотивовъ. Изъ многихъ наблюденiй пр. Неринга надъ отсутствiемъ взаимоотношенiя и связи между отдѣльными тренами приводимъ одно весьма замѣчательное. При существованiи плана въ тренахъ, мы открыли-бы тамъ извѣстную логичность въ размѣщенiи упоминанiй поэта о загробномъ состоянiи его Оршули. Однако вотъ что мы имѣетъ въ дѣйствительности „Въ тренѣ 3-мъ поэтъ говоритъ о скоромъ свиданiи съ Оршулей, „da Pan Bóg“ по смерти. Въ тренѣ 8-мъ безпорядочно отзываются христiанскiя и языческiя, свойственныя итальянскимъ гуманистамъ, повѣрiя „o marach nikczemnych“, но всѣ они расплываются въ ничто подъ дуновенiемъ извѣстнаго сомнѣнiя „Gdzieśkolwiek jest, jeźliś jest“; однако въ 14 тр. поэтъ собирается за Оршулей, или къ ней въ подземное царство“ [2]). Подобная путаница въ переходахъ отъ невѣрiя къ вѣрѣ въ загробное бытiе конечно не могла исходить изъ плана, напередъ обдуманнаго.

Остается признать, что трены во всей своей цѣлости были написаны подъ впечатлѣнiемъ еще не изглаженнаго временемъ страданiя. Какъ страницы дневника, они черпали свое содержанiе изъ разныхъ стадiй и переживанiй этого страданiя. Другими словами, они созданы не единымъ напряженiемъ творческихъ силъ, а въ разные моменты, независимо другъ отъ друга, какъ отдѣльныя элегiи, посвященныя въ каждомъ данномъ случаѣ особенному сердечному побужденiю. Испытывая тяжелое чувство грусти, поэтъ, конечно, не надѣялся на утѣшенiе, такъ-какъ будущихъ настроенiй угадать нельзя.

---

[1]) Bibliot. Warszawska, 334 стр I т. 1866.

[2]) Studya literackie, 37 стр.

Слѣдовательно, изображая это настроеніе въ 8-мъ тренѣ, онъ не предвидѣлъ содержанія 19-го. Лишь пройдя назначенное ему поприще душевныхъ испытаній, онъ могъ однимъ взглядомъ окинуть свой горестный дневникъ и почувствовать, что поэтическія мелодіи отдѣльныхъ треновъ составляютъ въ общемъ симфонію родительскаго горя.

Въ литературной дѣятельности Яна Кохановскаго замѣчается постоянный переходъ отъ произведеній, затрогивающихъ его личную жизнь, къ произведеніямъ на общественныя темы. Къ числу первыхъ относятся, между прочимъ, любовная лирика и трены, два памятника, отмѣчающіе начало и конецъ развитія индивидуализма и оригинальности творчества Кохановскаго. Въ самомъ дѣлѣ, если классическое вліяніе, особенно сильное въ началѣ литературной дѣятельности нашего автора, къ концу его жизни уступаетъ мѣсто самобытнымъ замысламъ, то въ свою очередь индивидуализмъ, почти не просвѣчивающій въ любовной лирикѣ, въ тренахъ достигаетъ своего наиболѣе яркаго выраженія. Это извѣстная мысль, вытекающая изъ той аксіомы, что Кохановскій высказывался въ тренахъ отъ избытка сердца.

II.

Поэтъ стоитъ въ нихъ ближе всего къ своей природѣ.

Какой смыслъ кроется подъ этимъ общимъ опредѣленіемъ?

Изслѣдователи отвѣчаютъ различно. Фаленскій въ своей проникнутой поэтическимъ жаромъ статьѣ говоритъ такъ. „Изучая природу треновъ и родникъ, изъ котораго они брызнули, надлежитъ совлечь съ нихъ всякій рефлективный уборъ (obrać je należy ze wszelkiego refleksyjnego przyboru); вѣдь тѣло родилось раньше, нежели одежда. И что-жъ тогда останется? Человѣческая натура во всей своей первобытной наготѣ, душа въ мученіяхъ, сердце на ладони, и въ общемъ тотъ таинственный дуализмъ, который удивительно какъ напоминаетъ борьбу сатаны съ ангеломъ надъ останками Моисея...“ [1]. По этому взгляду, въ нравственномъ мірѣ человѣческаго существа разгорается на почвѣ страданія борьба земныхъ инстинктовъ съ высшими, идеальными стремленіями. Протекая психологически полный кругъ мученій, нашъ духъ переживаетъ три выразительнѣйшихъ со-

---

[1]) Bibl. Warszaw., 1866, I, 359.

стоянія: слѣпое противоборство горю, соединяющееся съ ропотомъ на Промыслъ, моральный упадокъ, являющійся результатомъ призыва на помощь недальновидной земной мудрости, наконецъ, религіозное просвѣтленіе. Исторія человѣчества дала типическаго представителя для каждой изъ отмѣченныхъ стадій, въ Іовѣ, Соломонѣ, Ѳомѣ Кемпійскомъ. Вотъ эти-то три фазы раскрыты и въ исторіи горестей нашего поэта, потому что „и ему было ниспослано испытаніе, и онъ мудрствовалъ, и онъ также не нашелъ нигдѣ успокоенія, кромѣ какъ въ Богѣ“ [1]).

Не ясна-ли отсюда мысль Фаленскаго, что въ тренахъ Кохановскій проявилъ себя *человѣкомъ* по преимуществу, т. е., со стороны тѣхъ основныхъ свойствъ духа, которыя присущи одинаково всѣмъ людямъ, даже рожденнымъ подъ различными широтами и въ разныя времена. Но разсматривать трены съ точки зрѣнія сентенціи, что сердце человѣческое старо какъ свѣтъ, значитъ отмѣтить въ нихъ только лишь абстрактный типъ скорби, значитъ глядѣть на міръ Божій съ высоты птичьяго полета, когда исчезаютъ особенности, характеризующія человѣка извѣстной націи, эпохи, общества, когда уже нельзя отличить мантіи ветхозавѣтнаго патріарха отъ тоги представителя римскаго стоицизма, какого-нибудь Цицерона или Сенеки.

За то другой критикъ, Шуйскій [2]), ставитъ на видъ отраженіе въ тренахъ исторической личности Кохановскаго, а по скольку поэтъ представилъ тончайшіе оттѣнки мысли и чувствъ своего времени,— отраженіе народной души. Къ этому воззрѣнію присоединяется и Тарновскій [3]). Этой прекрасной въ методологическомъ отношеніи мыслью Шуйскій пользуется какъ орудіемъ для проведенія въ литературу вопроса тенденціи, что гуманизмъ оставилъ печальные слѣды въ религіозномъ сознаніи Кохановскаго. По мнѣнію автора, ясно высказанному имъ въ книгѣ „Odrodzenie i Reformacya“, гуманизмъ, вторгшись подобно губительному урагану въ область культурныхъ представленій человѣчества, вырвалъ съ корнемъ средневѣковые устои, но не сумѣлъ обуздать пробудившихся чувственныхъ инстинктовъ

---

[1]) Bibl. Warszaw., 1866, I, 363.

[2]) Rocznik Towarzystwa Naukowego, 1886 r. Zestawienie historyczne-literackie estetyczne Trenów i Ojca Zadżumionych.

[3]) Jan Kochanowski, 400 стр.

новымъ нравственнымъ идеаломъ и оставилъ умы въ полной нерѣшительности, гдѣ правда и во что вѣрить.

Подъ воздѣйствіемъ языческой философіи разложились религіозныя понятія такого выдающагося дѣятеля польскаго Возрожденія, какимъ былъ Кохановскій. Поэтъ впалъ въ скептицизмъ, который и вырвался наружу въ минуту его горькаго сокрушенія о смерти дочери. Сомнѣнія, вылившіяся въ десятомъ и одинадцатомъ тренахъ, являются факеломъ, освѣщающимъ всё моральное прошлое, всю исторію души Кохановскаго вплоть до момента осиротѣнія. Но раскрывая намъ пожизненную неустойчивость поэта въ христіанскихъ вѣрованіяхъ, трены вмѣстѣ съ тѣмъ носятъ признаки *поступательнаго* движенія его духа: кончилось его долголѣтнее блужданіе и вкривь и вкось безъ твердой вѣры въ безсмертіе души и Божіе Провидѣніе, надъ гуманистическими заблужденіями восторжествовала христіанская идея. „Не на языческомъ чувствѣ оканчивается поэма Кохановскаго. Онъ побѣдилъ, и исторію своей побѣды съ психологической правдой воспроизвелъ въ заключительныхъ четырехъ тренахъ“. Нѣчто подобное внутренней драмѣ Кохановскаго происходило въ ту пору съ цѣлымъ польскимъ обществомъ, съ той только разницей, что поэтъ возвратился къ вѣрѣ отцовъ отъ язычества, а народъ отъ протестантскихъ волненій. Эта аналогія поднимаетъ трены до высоты историческаго памятника, служащаго символомъ духовнаго просвѣтленія цѣлой націи въ послѣднюю четверть XVI ст.

Такъ вотъ въ какомъ смыслѣ трены надо считать непосредственнымъ отраженіемъ историческаго типа Кохановскаго. Тамъ, по объясненію Тарновскаго, заключена эссенція внутренней борьбы цѣлой жизни поэта, „борьбы, которая повторялась, возобновлялась и, наконецъ, подъ вліяніемъ ни разу не испытаннаго ранѣе несчастья была безповоротно рѣшена“ [1]). Не знаемъ, слѣдуетъ-ли придавать значеніе поручительству этого критика за вѣрность взгляда Шуйскаго, если онъ вплоть до 400 стр. своего объемистаго труда о Кохановскомъ стремится доказать не только христіанизмъ поэта, но и его католическую правовѣрность [2]).

По мнѣнію однихъ, разсуждаетъ Тарновскій (230 стр.), поэтъ былъ какимъ-то гуманистическимъ философомъ, затерявшимся въ

---

[1]) Jan Kochanowski, 400 str.

[2]) Ibid. 230, 232, 244, 246, затѣмъ отъ 300.

калейдоскопѣ популярныхъ въ XVI ст. теорій и мнѣній. Противъ этого однако говоритъ 3 эл. 4 кн., представляющая изъ себя полное исповѣданіе Кохановскаго въ высшихъ вопросахъ бытія: въ основѣ его философскаго міросозерцанія покоится вѣра въ Бога, Высшаго Судію, и въ лучшую жизнь по смерти [1]). По другимъ,—Кохановскій склонялся къ протестантизму. Но если дѣйствительно въ нѣкоторыхъ фрашкахъ (1 кн.: 43, 49, 55 и 2 кн.: 19, 25), въ элегіи 16-ой 3 кн. „Ad Duditium“ [2]), въ Carmen Macaronicum прямо или косвеннымъ образомъ встрѣчаются порицанія вмѣшательству высшаго духовенства въ свѣтскія дѣла, шутки надъ слабостями ксендзовъ и монаховъ, то нигдѣ не проскальзываетъ мысль о необходимости народнаго языка въ церкви или причастіи подъ обоими видами и т. п. Съ другой стороны въ такихъ произведеніяхъ какъ „Satyr“ и „Zgoda“ находятся важные слѣды чисто католическаго разумѣнія: поэтъ не усваиваетъ мірянамъ права богословствовать независимо отъ церковныхъ соборовъ [3]). Припомнимъ 22 фр. III кн. 2 т. 412 стр. „Na Haeretyki“ (Po co wy Haeretycі w kościele bywacie, kiedy ceremoniie za smiech sobie macie?... и т. д.), а также 115 epigr. (III т. 249 стр.), гдѣ поэтъ восторженно отзывается о ревностной дѣятельности кардинала Гозія на пользу католицизма („Cujus quando parem pietas habitura fidesquest, Tutandaeque ardens religionis amor?“) [4]). Принявъ во вниманіе всё сказанное, критикъ усматриваетъ въ Кохановскомъ не протестанта, а скорѣе всего католика, хотя и не фанатичнаго, не гуманиста, принесшаго чистоту вѣры въ жертву скептицизму, но христіанина, высокое благочестіе котораго засвидѣтельствовано такими перлами религіозной поэзіи, какъ многіе изъ псалмовъ и гимнъ „Czego chcesz od nas Panie“.

И вотъ послѣ такого вполнѣ основательнаго, по нашему мнѣнію, вывода, какъ-бы не замѣчая противорѣчія съ самимъ собой, Тарновскій соглашается (400 стр.) съ огульнымъ утвержденіемъ Шуйскаго, что поэтъ всю жизнь отрицавшій религіозную истину, въ критическій моментъ жизни очутился въ безпомощномъ положеніи: „Zakotłowało

---

[1]) Элегія написана послѣ 1570 г.

[2]) Также въ двухъ неизвѣстныхъ Тарновскому элегіяхъ сборника Брюкнера.

[3]) Satyr, 168 ст. 2 т.: „Jedź do Trydentu, a tam pokażesz co umiesz“.
Это его совѣтъ религіознымъ новаторамъ.

[4]) Написано по случаю смерти кардинала въ 1579 году.

mu w głowie, zabrakło mu gruntu pod nogami". Фаленскій нѣсколько театрально представляетъ себѣ внутреннюю драму Кохановскаго, но въ тонъ обоимъ упомянутымъ ученымъ. „Вотъ только что этотъ человѣкъ расшибался, рычалъ отъ боли; теперь сѣлъ на минутку, заломилъ руки, горько заплакалъ. Нѣтъ снова всталъ, какъ-бы охладѣлъ; мудрствуетъ, сомнѣвается, даже нѣсколько кощунствуетъ. Неожиданно опамятывается, упалъ на колѣни и челомъ ударилъ о землю, молится Богу .... ибо Богъ есть начало страданія, но вмѣстѣ съ тѣмъ и конецъ его" [1])...

Согласно основной точкѣ зрѣнія этой польско-католической критики внутренній сложный процессъ, происходившій съ Кохановскимъ подъ тяжестью несчастья, сводится къ мукамъ перелома міросозерцанія, къ рѣзкому переходу отъ пожизненныхъ языческихъ исповѣданій гуманизма къ ортодоксальному католичеству. Если усматривать во всемъ броженіи религіозный характеръ и съ другой стороны видѣть въ немъ рѣзкій переходъ, то необходимо сдѣлать такой законный вопросъ: пережилъ-ли бы Кохановскій свою драму, если-бы въ теченіе предшествовавшаго времени вѣровалъ въ Бога и загробное существованіе?

Въ духѣ Шуйскаго надо отвѣтить отрицательно.

Между тѣмъ, по нашему мнѣнію, именно такъ и было.

Броженье, составляющее содержаніе треновъ, разрѣшается религіозной ресигнаціей, а не поступательнымъ движеніемъ. Идея переворота убѣжденій была-бы вѣрна, если-бы поэтъ отказался отъ скептицизма (X и XI трены) во имя новаго воззрѣнія, а не во имя только лишь художественнаго воспроизведенія исповѣданій (XIX тренъ), жившихъ въ его душѣ и раньше. Такъ-какъ Кохановскій не даетъ въ тренахъ ничего новаго въ области своихъ религіозныхъ вѣрованій, то слѣдовательно не въ переворотѣ идей этого порядка состоитъ весь фокусъ пониманія его личности.

Большаго интереса и вниманія заслуживаетъ воззрѣніе Неринга. Онъ не стремится погрузить по примѣру Фаленскаго личность поэта въ море „общечеловѣческаго"; равнымъ образомъ ему чужда предвзятость Шуйскаго въ отношеніи къ гуманизму. Вроцлавскій профессоръ (Studya literackie, Treny J. Kochan., 29—56) также признаетъ

[1]) Bibliot. Warszaw. 1866, I, 359.

переломъ въ поэзіи и міросозерцаніи Кохановскаго, но на другой почвѣ. Поэтъ, по мнѣнію критика, подъ давленіемъ бѣдствія *низвергается съ высоты стоической побѣждающей міръ философіи въ темную бездну человѣческаго горя и немощи*, въ ту область, которая насъ увлекаетъ, вызывая состраданіе, и заставляетъ сердце сжиматься до боли за ближняго, а умъ—видѣть въ немъ болѣе чѣмъ когда-нибудь брата и человѣка. Эта мысль должна быть точкой отправленія для всякаго, желающаго освѣтить психологическую основу треновъ.

III.

Трены, по образному слову Шуйскаго, „кладезь слезъ“. Оттуда смотритъ на насъ измученное страданіемъ лицо Кохановскаго. Его воображеніе преслѣдуетъ образъ неумолимо-жестокой царицы подземныхъ тѣней, смерти, которая безпощадно примѣняетъ свой „полный беззаконія законъ“ („prawo krzywdy pełne“, 21 ст., II тр.) даже къ малюткамъ. Поэтъ проклинаетъ смерть. Она представляется ему въ видѣ змѣи, простирающей свое „лакомое горло“ (I тр., 9—12) къ гнѣзду слабыхъ птенцовъ, между тѣмъ какъ безсильное родительское противодѣйствіе надвигающейся опасности находитъ себѣ рельефное выраженіе въ образѣ несчастной самки, которая своимъ отчаяннымъ щебетаніемъ и взмахами крылышекъ думаетъ прогнать злодѣйку.

Съ чувствомъ физической боли поэтъ вспоминаетъ, какъ обвѣянное ядовитымъ дыханіемъ смерти младенчески-нѣжное существо „упало у ногъ родителей“ подобно гибкой вѣткѣ, подрѣзанной неосторожнымъ садовникомъ (V тр.).

Въ своихъ мечтахъ онъ приникаетъ къ холодному гробу дочери, плачетъ неудержимо, но ему кажется всё мало: онъ стремится слить въ одинъ аккордъ всѣ воздыханія и вопли цѣлаго міра, чтобъ выразить тоску осиротѣнія (I тр., 1—6). Эта тоска жжетъ его сердце (XIX, 3), изсушаетъ кости (XVI, 2), превращаетъ въ живой гробъ, какъ Ніобу (XV), лишаетъ творческихъ силъ (XVI, 3) и стремленія къ славѣ (II, 15—16). Что ему слава! Онъ готовъ былъ-бы всю жизнь быть нянькой, убаюкивающей дитя, предпочелъ-бы всю жизнь писать наивныя колыбельныя пѣсни для мамокъ, чѣмъ теперь „рыдать надъ глухимъ гробомъ“ умершей дѣвочки и этимъ заслужить похвалы потомства (II, 1—9)!

Непонятны, удивительны эти неутолимыя слезы и ропотъ на смерть, если припомнить литературныя произведенія Кохановскаго до треновъ, преимущественно-же его „пѣсни“.

Ja jeden niech wam służę, a za cześć poczytam
Sobie, że się dróg inszych, niz pospólstwo, chwytam.
Wy mię z ziemie wzwodzicie, wy mię wyłączacie
Z liczby nieznacznej i nad obłoki wsadzacie:
Zkąd próżne troski ludzkie, i nie męską trwogę,
Zkąd omylną nadzieię, i błąd widzieć mogę [1]).

Въ этихъ самоувѣренныхъ словахъ кроются элементарныя идеи стоицизма, мудрости котораго поклонялся Кохановскій. Въ основаніи ученія древней стоической школы лежало знаніе того, что человѣческая жизнь есть море случайностей, гдѣ такъ легко затеряться, знаніе того, что человѣкъ беззащитенъ противъ измѣнчивости судьбы, если не принимаетъ мѣръ, если не выработаетъ опредѣленнаго метода жизни.

Всегда спокойный умъ, всегда чистая совѣсть—вотъ тотъ методъ.

Умъ говоритъ: Не вѣрь фортунѣ! Внимательно смотри на послѣдній оборотъ ея колеса. По природѣ своей это непостоянная госпожа. Она часто мѣняетъ свое поведеніе. Не вѣрь въ золото и ни въ какія сокровища. Каждую минуту бойся перемѣны. Что дастъ фортуна, то можетъ и отнять. Для нея не существуетъ „давности владѣнія“ [2]).

Обуздывая страсти, не позволяя гнаться за обманчивымъ и преходящимъ, какъ молодость, здоровье, богатство, власть,—умъ тѣмъ самымъ стремится устранить возможныя разочарованія. Съ другой-же стороны, въ случаѣ дѣйствительнаго удара судьбы, онъ съ высоты величія предписываетъ мужественную стойкость и терпѣніе. При всякой случайности, печальной или радостной, настроеніе должно

---

[1]) Пустъ я одинъ служу вамъ (Музы); я горжусь тѣмъ, что держусь иныхъ дорогъ, неужели обыденные люди. Вы меня возносите надъ землей, вы меня выключаете изъ толпы посредственностей и поселяете выше облаковъ, откуда могу созерцать суетныя горести людей, ихъ женственныя волненья, обманчивыя надежды и заблужденія. „Musa“, 21—26, II т. 29 стр.

[2]) I т., 307 стр., 2 кн., пѣснь 3, 1—8 ст.

быть неизмѣнно-ровнымъ [1]). „Тотъ мудръ, кто терпѣливо переноситъ, что необходимо перенести, и не увеличиваетъ своихъ несчастій слезами“ [2]). Плачъ дѣло недостойное мужа.

Спокойствіе ума всецѣло зависитъ отъ чистой совѣсти, которая въ свою очередь имѣетъ фундаментомъ добродѣтель (cnota). Изъ всего, чѣмъ владѣетъ личность, только одна добродѣтель не подлежитъ превратностямъ судьбы. Она вѣчное сокровище, драгоцѣнный алмазъ. Ея не вырветъ жестокій врагъ, не спалитъ огонь, не потопитъ вода [3]). „Добродѣтель“—сердце стоической мудрости.

Въ понятіи о ней совмѣщается любовь къ наукѣ, исполненіе гражданскаго долга, справедливость, умѣренный образъ жизни. Кто поклоняется ей, того она хранитъ отъ бѣды въ настоящемъ, а въ будущемъ отъ забвенія [4]). Добродѣтель надежный компасъ [5]) для путника, бросаемаго по волнамъ житейскаго моря, покамѣстъ онъ не приплыветъ къ тихой пристани [6]), покамѣстъ „вся измѣнчивость этого свѣта, всѣ его противорѣчія и печали, несправедливости и неясности не найдутъ себѣ объясненія въ будущей жизни“.

Христіанская вѣра въ безсмертіе души увѣнчиваетъ философію Кохановскаго. Нѣтъ здѣсь на землѣ прочной стѣны, о которую можно было-бы опереться. Человѣкъ живетъ на свѣтѣ какъ изгнанникъ. Въ небѣ его отчизна. Счастливъ тотъ, кто послѣ земного „пилигримства возсядетъ тамъ“ [7]). Но безсмертіе души не имѣло-бы смысла, если-бы не служило цѣлямъ справедливости. Человѣкъ на томъ свѣтѣ отдаетъ отчетъ въ своей жизни Богу, Богъ человѣку воздаетъ справедливость. „Въ нашей жизни часто можно видѣть, что добродѣтельные люди преслѣдуемы нищетой, а преступные наслаждаются изобиліемъ. Насколько это справедливо, пусть всякій разсудитъ самъ. Въ такомъ случаѣ, или Богъ несправедливъ, что, разумѣется, ложь; или-же человѣкъ въ лучшей своей части вѣченъ; если-же человѣкъ за свои заслуги не получилъ награды при жизни, пока связанъ смертнымъ

---

[1]) I т. 316, 9 п. 21—22 ст.
[2]) II кн., 4 эл., 29—30.
[3]) I т., 307 стр. 3 пѣснь, 21—24.
[4]) I т., 361, O Smierci J. Tarnowskiego, 73—76.
[5]) I т., 324, 17 п.
[6]) II т., 505, 50 Fragment, 4 ст.
[7]) I т., 365 стр., п. II, 163—166.

тѣломъ, то надо вѣрить, что онъ хранимъ для будущей жизни, когда Богъ явно каждому воздастъ должную справедливость“ [1]).

Къ повседневному факту смерти Кохановскій лично относился съ большимъ спокойствіемъ. Смерть просто переходъ къ новой жизни. Подобно тому какъ сонъ, прекращая на время нашу дѣятельность, смѣняется состояніемъ бодрствованія, такъ точно послѣ смерти въ извѣстный срокъ настанетъ пробужденіе [2]). Доброму человѣку нечего бояться конца жизни: *тамъ* ожидаетъ его награда и блаженство. Только злой долженъ трепетать при мысли о предѣлѣ своего земного бытія, такъ-какъ ему въ будущемъ предначертана гибель [3]). Такое-же философски-свѣтлое отношеніе къ смерти поэтъ внушалъ и другимъ. Пустая и старая вещь жаловаться на нее. Положимъ, она лишена состраданія; беретъ безъ разбору молодыхъ и старыхъ [4]), не льститъ ни добродѣтели, ни достоинству [5]). Но кто воскресилъ слезами покойника? Если-бъ такъ было, то можно-бы совѣтовать плакать надъ гробомъ дни и ночи. Плачъ однако не только не возвращаетъ намъ дорогого человѣка, но даже вредитъ нашему собственному здоровью [6]). Кромѣ того, онъ противенъ Богу. „Лучше скромно вытерпѣть, хотя въ сердцѣ и ноетъ. Что Богъ предопредѣлилъ, то не отмѣнимо, если-бъ даже кто могъ камни тронуть своимъ рыданіемъ“ [7]).

IV.

Мы выше показали, какъ отнесся Кохановскій къ смерти, когда она со своей косой навѣстила его домъ.

Весь разумъ прежнихъ его разсужденій о божественномъ управленіи міромъ разсѣялся въ ничто. Онъ не увидѣлъ въ катастрофѣ проявленія высшей воли Небеснаго Отца, который ниспосылаетъ горе человѣку или во испытаніе его терпѣнія или въ поученіе другимъ. Смерть Оршули представлялась поэту безсмысленной игрой слѣпого

[1]) IV кн, 3 эл., 192—200.
[2]) Epigr. lib., 73, 3 т., 228 стр.: „interitum... consequitur vita nova“.
[3]) 50, Fragm., 9 ст. II т., 505 стр.
[4]) 49, Fragm., II т., 504.
[5]) 2 кн. пѣс., „О смерти Я. Тарновскаго“, 49—50 ст., I п., 360.
[6]) Ibidem, 53—58.
[7]) Ibidem, 65—68.

случая. Его дочь не успѣла появиться среди живыхъ существъ, не насмотрѣлась еще на ясное солнце, какъ умерла [1]), а онъ, несчастный отецъ, такъ вознагражденъ за свою скромную и тихую жизнь [2]).

Очевидно, въ жизни есть что-то смѣющееся надъ нами, что-то издѣвающееся надъ нашими лучшими надеждами. Это—непобѣдимое злое начало; „какой-то *неизвѣстный врагъ*, которому дѣла нѣтъ ни до злыхъ, ни до хорошихъ людей“ [3]), играетъ судьбой неповинныхъ смертныхъ, ставитъ вверхъ дномъ всѣ человѣческія отношенія. Бросая безсильный протестъ Промыслу, поэтъ отвергаетъ и значеніе добродѣтели. Стоитъ-ли слѣдовать ея указаніямъ, когда благочестіе не служитъ щитомъ отъ напасти, когда счастье цѣлой жизни разлетается дымомъ отъ одного зловреднаго дуновенія [4]). Подъ гнетомъ близкаго прикосновенія смерти поэтъ доходитъ до сомнѣнія въ загробномъ существованіи Оршули. Нѣжными линіями поэтъ нарисовалъ намъ образъ живой Оршули [5]). Это—милое дитя съ кудрявой головкой, румянымъ личикомъ, смѣющимися глазами. Воображеніемъ онъ погружается въ созерцаніе дорогихъ чертъ, вспоминаетъ жесты, мимику, звукъ голоса исчезнувшей дочери [6]). Онъ страстно желаетъ вновь увидѣть этотъ обликъ во всей его физической цѣлости, хочетъ вѣрить въ его бытіе. Съ другой стороны воспоминаніе развертывало предъ поэтомъ и иную картину, на которой Оршуля выступала достояніемъ могилы, съ печатью смерти на лицѣ, измѣнившейся, поблѣкшей, осунувшейся.

Это второе полное горькаго реализма представленіе въ душѣ поэта боролось съ первымъ. Въ раю-ли ты, взываетъ поэтъ въ X тр., въ сонмѣ ангельчиковъ (małych anyołków), или въ образѣ соловья на землѣ; на берегахъ Леты или на счастливыхъ островахъ, или, наконецъ, въ чистилищѣ, но—гдѣ-бы ни была—явись предо мною *въ прежней своей цѣлости* (w onej dawnej swej całości),—*если ты существуешь!*

---

[1]) II тр., 23—26.

[2]) „Wiodłem swój żywot tak skromnie, że ledwie kto wiedział o mnie...“ XVII, 17—18.

[3]) Тг. XI, 5—8.

[4]) Kogo kiedy pobożność jego ratowała? Kogo dobroć przypadku złego uchowała?—ibid., 1—4.

[5]) XIX тр., 7—10 ст.

[6]) XII тр., 6—8.

Кохановскій только въ поэтическихъ мечтахъ позволяетъ себѣ уноситься въ область различныхъ воззрѣній на загробное пребываніе человѣка. Мысль о безплотномъ существованіи Оршули ему недоступна. Отъ приведенныхъ словъ его вѣетъ слишкомъ сильными впечатлѣніями похоронъ и кладбища, той мыслью, что вмѣстѣ съ тлѣніемъ тѣла разсѣивается и духъ.

На ряду съ религіозными убѣжденіями рухнулъ и стоицизмъ поэта.

Цицеронъ и Сенека, авторитеты, давшіе Кохановскому основанія его стоической теоріи, оставили въ нѣкоторыхъ своихъ сочиненіяхъ [1]) намеки на такіе моменты жизни, когда свѣтлое настроеніе ихъ духа тускнѣло отъ горестныхъ волненій, когда холоднымъ разсудкомъ имъ не удавалось торжествовать надъ естественными проявленіями чувства. Цицеронъ признается, что порой въ немъ сказывалась слабость и хрупкость, свойственныя человѣческому роду, и онъ начиналъ терять вѣру въ краеугольный принципъ своей системы, будто добродѣтель способствуетъ стойкому перенесенію страданія. И у Сенеки иногда срывалось слово безсилія и неувѣренности. Вся жизнь людей, говоритъ онъ, достойна плача. Ни незапятнанная совѣсть, ни воздержаніе, ни любовь къ знанію, ни умъ, свободный отъ всяческихъ увлеченій, не спасаютъ отъ печали, разъ она поселилась въ сердце.

Во всей своей безотрадной правдѣ представились эти мысли Кохановскому, когда его постигло несчастье. При первомъ-же испытаніи онъ почувствовалъ банкротство своей самоувѣренной философіи; „онъ, кому надлежало стоять выше толпы, низвергся съ высотъ, на которыхъ пребываютъ избранники, до уровня обыкновенныхъ смертныхъ и съ безсильнымъ разумомъ очутился въ когтяхъ страданія“ [2]). Пр. Нерингъ [3]), наблюдая идейную связь IX и XI тр. съ изреченіями Цицерона и Сенеки, дѣлаетъ вѣрную догадку, что поэтъ, не находя покоя отъ подавляющей тоски, съ надеждой на утѣшеніе обращался къ своему катехизису мудрости. Предъ его глазами проходила вереница давно знакомыхъ сентенцій; но идеальный образъ невозмутимой ясности духа болѣе не сживался съ его внутреннимъ настроеніемъ.

---

[1]) См. ст. Неринга: Studya literackie, 54 стр.

[2]) Studya liter., стр. 46.

[3]) Ibid., 55.

Онъ понялъ тогда, что мудрость вовсе не обладаетъ чудодѣйственной силой перерождать человѣка чуть-ли не въ ангела, „который не знаетъ что такое горе, не чувствуетъ скорби, независимъ отъ злоключеній, не подвластенъ страху“ [1]).

Лучшее доказательство этому—Цицеронъ. Онъ разсуждалъ, что весь міръ—отечество мудреца,—и тѣмъ не менѣе плакалъ, уходя изъ Рима въ изгнаніе; онъ говорилъ, что только безчестія не снесетъ, а всякая другая скорбь ему чуть-ли не въ радость; однако жаловался на смерть дочери. Онъ училъ: только безбожному страшна смерть; но почему-же онъ, добродѣтельный человѣкъ, такъ не хотѣлъ умирать, когда за ѣдкія рѣчи былъ приговоренъ къ смерти? [2]).

Итакъ, легко твердить: „мужайся и переноси“!—если жизнь складывается по душѣ. Пользуясь достаткомъ, мы хвалимъ бѣдность; надѣясь на долголѣтнее здоровье, легкомысленно не боимся смерти. Между тѣмъ пусть приключится нищета или скорбь,—и свѣтъ намъ не милъ и другимъ языкомъ мы разсуждаемъ о смерти [3]). Желая возвыситься надъ обстоятельствами, мы призываемъ на помощь разумъ, но онъ является плохимъ защитникомъ отъ бѣдъ. Его направленіе зависитъ отъ настроенія человѣка, слѣдовательно отъ обстоятельствъ [4]). Въ виду этого, вопреки голосу мудрости, поэтъ не считаетъ безчестіемъ отдаться переживанію чувства тяжелой утраты во всей его неизмѣримой широтѣ и глубинѣ. Его упрекали въ малодушіи, въ женственной слезливости, но эти пристыживанія ни къ чему не вели и только будили досаду въ его „раненной душѣ“ [5]).

Если плачъ суетенъ,—говоритъ онъ,—то что-же на этомъ свѣтѣ не суета? Вся жизнь человѣческая—сплошное заблужденіе.

Кромѣ того, еще неизвѣстно, что достойнѣе: бороться съ человѣчнымъ чувствомъ или, не стѣсняясь, изливать горе [6]).

По мнѣнію Неринга, весь смыслъ треновъ заключается въ этомъ вопросѣ [7]).

---

[1]) Tr. IX, 4–6.
[2]) Tr. XVI, 21–32.
[3]) XVI, 10–19.
[4]) II, 19.
[5]) XVII, 33–40.
[6]) I, 15–20.
[7]) Studya literackie, 42 стр.

V.

Представимъ себѣ, каково настроеніе осиротѣлаго родителя послѣ того, какъ онъ возвратился съ кладбища. Поэтъ взвѣшиваетъ на досугѣ всю силу своего несчастья. Въ домѣ воцарилась пустота. Своей болтовней и дѣтскимъ смѣхомъ, шалостями и всѣмъ тѣмъ, что вноситъ съ собой начинающаяся жизнь, Оршуля наполняла комнаты чернолѣсскаго дома и разгоняла хмурое настроеніе его обитателей: матери, безпрестанно озабоченной хозяйствомъ и нездоровьемъ мужа, и отца, утомленнаго умственнымъ трудомъ. Смерть унесла съ собой эту дѣвочку, а съ ней и смѣхъ и веселье [1]).

Вотъ объясненіе плача Кохановскаго. Однако оно не полно, хотя опирается на его собственное свидѣтельство. Не нужно забывать, что смерть Оршули затронула не только родительскій инстинктъ, но и высшіе интересы поэта. Въ 12-мъ тренѣ онъ даетъ очеркъ внутреннихъ достоинствъ покойной дочери. Это была благоразумная, ласковая, учтивая дѣвочка. Не помолившись Богу, она никогда не вспоминала о пищѣ, ни разу не пошла спать, не поручивъ здоровья своихъ родителей Богу. Съ какой радостью она встрѣчала отца, когда онъ возвращался съ дороги! Съ какой предупредительностію она старалась помочь родителямъ въ каждой работѣ! Если въ этомъ описаніи чувствуется отецъ, дорожащій каждымъ намекомъ на будущую почтительную дочь, прекрасную женщину и хозяйку, то по другимъ подробностямъ очерка можно замѣтить дѣятеля литературы, надѣявшагося, что нить поэзіи, столь долго витая имъ въ теченіи жизни, не оборвется и по его смерти, что поэтическій талантъ не уйдетъ изъ его рода. Оршуля съ малаго возраста имѣла призваніе къ поэзіи: она пѣла, говорила, слагала стихи—будто была ученой! У ней была способность перенять чужую осанку, манеру кланяться [2]). Въ особенности ясно раскрываются великія надежды Кохановскаго на Оршулю въ VI тр.. Она цѣлый день услаждала слухъ отца звонкой пѣсенкой, напоминая собой соловья, который всю весеннюю ночь

---

[1]) VIII тр.

[2]) Spiewać, mówić, rymować—jako co uczone,
Każdego ukłon trafić, wyrazić postawę..

разливается въ зеленыхъ кустахъ. Въ этой младенческой душѣ горѣла искорка вдохновенія: она сама сочиняла новыя пѣсенки [1]).

Намъ кажется, именно *въ идеализаціи* Оршули кроется мотивъ исключительнаго страданія Кохановскаго. Въ зачаточныхъ проявленіяхъ духовной жизни только что поднявшагося надъ землей ребенка, въ говорливости, пѣвучести, подражательной способности его, поэтъ, поощряемый отцовской нѣжностію, прозрѣваетъ краснорѣчіе, лирическое дарованіе, наблюдательный умъ. Въ свѣтлой отдалённости будущаго ему рисовался образъ „славянской Сафо“ [2]). Поэтъ съ увѣренностію говорилъ себѣ, что передастъ въ наслѣдство Оршулѣ вмѣстѣ съ земельной частью свою „лютню“ [3]).

Теперь этотъ лучезарный призракъ исчезъ, все богатство прекрасныхъ мечтаній разсѣялось. Онъ искренно говоритъ, что Оршуля, уходя изъ этого свѣта, взяла съ собой половину его души (dusze połowicę). Развѣ онъ оплакиваетъ смерть дѣйствительной Оршули, тридцатимѣсячнаго ребенка? Нѣтъ! Онъ разсказываетъ намъ о разставаніи поэтессы съ жизнію. Онъ приводитъ ея лебединую пѣснь [4]):

A tyś ani umierając śpiewać przestała,
Lecz matkę, ucałowawszy, takeś żegnała:
Już ja tobie, moja matko, służyć nie będę,
Ani za twym wdzięcznym stołem miejsca zasiędę:
Przyjdźie mi klucze położyć, samej precz iechać,
Domu rodziców swych miłych wiecznie zaniechać.

Такую-же грустную исторію прощанія съ свѣтомъ, матерью (и отсутствующимъ женихомъ) Кохановскій представилъ въ одномъ изъ своихъ латинскихъ стихотвореній, „Epitaphium Doralices“. Тамъ рѣчь идетъ о преждевременной смерти прекрасной дѣвицы Доралики,

---

[1]) VI тр., 5 ст.
[2]) VI тр., 1 ст.
[3]) VI тр., 3 ст.
[4]) VI тр., 15—18 ст.:

„А ты и умирая пѣть не перестала,
Но поцѣловавши мать такъ съ ней прощалась:
Ужъ я тебѣ, матушка, служить больше не буду,
Ни за твоимъ гостепріимнымъ столомъ мѣста не займу:
Придетъ время мнѣ ключи положить, самой прочь уѣхать,
Домъ милыхъ родителей на вѣкъ позабыть“.

родившейся на берегахъ Вислы. Съ ея смертью закрылись уста, источавшія прежде сладостныя слова, умолкли звуки „славянской Музы“ [1]). Кажется намъ, что, думая о смерти Оршули, поэтъ не могъ не вспомнить свои мысли и чувства, выраженныя имъ когда-то по поводу Доралики; въ такомъ случаѣ, въ воображеніи его слилась въ одинъ образъ поэтическая душа надвислянской Сафо съ дѣтскимъ личикомъ Оршули. Находясь подъ обаяніемъ этого образа, Кохановскій слишкомъ живо чувствовалъ понесенную утрату, чтобы не утѣшиться сухой мудростію стоическихъ максимъ. Они, какъ негодные пластыри, не залечивали его раны. Въ XIII-мъ тренѣ несчастный отецъ сравниваетъ себя съ бѣднякомъ, которому приснился кладъ [2]): сновидѣніе улетѣло, предъ глазами — дѣйствительность, наводящая на тяжелыя размышленія [3]), въ душѣ еще горитъ порывъ къ золотому призраку. Онъ не знаетъ участи столь-же горькой, какъ его участь. Только великое материнское отчаяніе Ніобы можно противопоставить его отцовской скорби [4]). Только время успокоитъ его взволнованную душу [5]).—Когда затмился яркій образъ Оршули впечатлѣніями позднѣйшихъ событій, въ поэтѣ воцарилось то состояніе равновѣсія, при которомъ возможно возвышенное религіозное настроеніе.

Вѣра въ таинственный загробный міръ, въ вѣчную справедливость, затуманенная, подавленная на время земными привязанностями, земнымъ идеаломъ, вновь возродилась въ сердцѣ поэта и вылилась въ XVIII тр. молитвой о прощеніи и милосердіи. Въ XIX тр. мы находимъ прекрасный апоѳеозъ. Поэтъ видитъ во снѣ свою дочь на рукахъ его покойной матери. Отъ лица послѣдней онъ излагаетъ ученіе о Божіей правдѣ и загробной жизни. Слова матери являются отвѣтомъ на сомнѣніе Кохановскаго въ безсмертіи души и вмѣстѣ съ тѣмъ наставленіемъ, что жизнь человѣческая—юдоль плача, гдѣ не можетъ быть истиннаго счастья.

Христіанское міросозерцаніе послѣдняго трена не представляетъ ничего особенно новаго по отношенію къ прежнимъ религіознымъ исповѣданіямъ Кохановскаго. Слѣдующимъ соображеніемъ мы уста-

---

[1]) Epitaph. Doralices. 3 т., 347 стр.
[2]) XIII тр., 5—8.
[3]) VII тр.
[4]) XV тр.
[5]) XVI тр.

навливаемъ случайность скептицизма поэта въ догматахъ вѣры во время скорби по поводу смерти дочери. Въ элегіи „на смерть Яна Тарновскаго“ поэтъ совѣтуетъ людямъ устремлять свои взоры на небо; тамъ дорогіе намъ покойники наслаждаются блаженствомъ, созерцая „истинное бытіе Вѣковѣчной Мысли“. Богъ вознаградитъ нашу земную печаль земными радостями, подобно тому, какъ бѣдствія ненастной зимы вознаграждаются прекрасными весенними днями [1]). Эти мысли поэтъ влагаетъ въ уста самому Яну Тарновскому; его голосъ съ небесъ какъ-бы достигаетъ до слуха сына. Подобный же литературный пріемъ поэтъ, какъ извѣстно, употребилъ и въ XIX тренѣ: „о тайнахъ вѣчности и гроба“ поэту разсказываетъ его покойная мать [2]).

Обратимъ вниманіе на многозначительное заключительное слово матери. Она говоритъ сыну: ты утѣшалъ въ такой же бѣдѣ другихъ; теперь, наставникъ, лѣчись самъ: время лучшій врачъ всѣхъ болѣзней. Но, кто презиралъ избитыя дорожки, тому не годится ожидать столь поздняго лѣкарства; тотъ долженъ *разумомъ* исцѣлять болѣзни, которыя въ другихъ излѣчиваются временемъ. Человѣкъ науки не останавливается слишкомъ долго на прошлыхъ событіяхъ, онъ смотритъ впередъ и съ одинаковымъ хладнокровіемъ готовъ встрѣтить какъ добрую, такъ и злую долю.

Итакъ, поэтъ, успокоившись, возвратилъ разуму его права быть царемъ человѣческой природы.

И. Ф. Кожинъ.

---

[1]) I т., 365. Тренъ XIX, ст, 156: Jeden jest pan smutku i nagrody.

[2]) Подражаніе Consolatio ad Marciam Сенеки. Неринъ: Studya liter.

Основы ученія о наложеніи поверхностей.

Поверхности постоянной кривизны.

Составилъ въ 1896 году студентъ И. И. Бѣлянкинъ.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Съ появленіемъ въ свѣтъ такихъ трактатовъ по геометріи, какъ G. Darboux: Leçons sur la théorie générale des surfaces, и L. Bianchi: Lezioni di Geometria Differenziale, насущная потребность въ энциклопедіи по математической теоріи поверхностей была удовлетворена. Но, какъ ни полны вышеуказанныя сочиненія,—все-же иные вопросы, даже въ своихъ основаніяхъ, изложены въ нихъ не съ достаточной подробностью и простотой.

Настоящая работа имѣетъ цѣлью представить въ возможно простомъ, сжатомъ и систематическомъ видѣ основанія одного подобнаго вопроса—именно вопроса о наложеніи поверхностей вообще и поверхностей постоянной кривизны въ частности.

Въ вообще бѣдной русской математической литературѣ, кромѣ нѣсколькихъ мемуаровъ, затронутому вопросу о наложеніи поверхностей посвящена лишь одна работа проф. Млодзѣевскаго: Объ изгибаніи поверхностей.

Появленіе нашей статьи и вызвано желаніемъ принести посильную ленту для пополненія пробѣла въ столь обширной области, какова дифференціальная геометрія.

Свою работу мы раздѣлили на три главы.

Чтобы сдѣлать чтеніе статьи доступнымъ и читателю, незнакомому съ методомъ изученія поверхностей въ координатныхъ параметрахъ Гаусса, мы принуждены были посвятить первую главу изложенію нѣкоторыхъ общихъ соображеній изъ теоріи поверхностей. Такъ, мы говоримъ здѣсь

о дифференціальныхъ параметрахъ Beltrami, о геодезической линіи и геодезической кривизнѣ и о линейныхъ элементахъ нѣкоторыхъ типичныхъ поверхностей.

Во второй главѣ въ § 1 мы ближе знакомимся съ задачей ученія о наложеніи поверхностей; далѣе достаточно подробно изложена общая теорія наложенія поверхностей постоянной кривизны, поверхностей вращенія и геликоидовъ, приведены линейные элементы поверхностей постоянной кривизны въ формѣ Beltrami и въ симметрическихъ координатахъ; подробнѣе, чѣмъ въ другихъ сочиненіяхъ, говорится объ общемъ случаѣ наложенія поверхностей. Признавая несомнѣнной пользу частныхъ примѣровъ при выясненіи положеній общей теоріи, мы старались вездѣ иллюстрировать изложеніе простыми примѣрами.

Въ главѣ третьей мы переходимъ къ болѣе подробному изученію свойствъ поверхностей постоянной кривизны; въ началѣ главы, методомъ прямымъ и отличнымъ отъ предлагаемаго обыкновенно, разсмотрѣнъ вопросъ о тригонометріи на поверхностяхъ постоянной положительной и отрицательной кривизны. Затѣмъ переходимъ къ изученію движенія равныхъ фигуръ изъ одного положенія на поверхности постоянной кривизны въ другое. При изложеніи этого вопроса, какъ носящаго уже болѣе спеціальный, частный характеръ, мы мѣстами пропускали нѣкоторыя выкладки, предоставляя читателю самому пополнить ихъ.

Въ заключеніи говорится о постулатѣ Эвклида и о нахожденіи Декартовыхъ координатъ всѣхъ поверхностей, налагающихся на данную.

Принявъ во вниманіе то обстоятельство, что настоящая работа есть первая работа автора, при томъ по вопросу довольно общаго характера, читатель снисходительно отнесется къ тѣмъ недомолвкамъ и промахамъ въ изложеніи, на которые натолкнется при чтеніи.

Кромѣ устныхъ указаній и замѣчаній моихъ учителей, руководствомъ при составленіи работы, главнымъ образомъ, служили слѣдующія книги:

Gauss.	Disquisitiones generales circa superficies curvas. Commentationes societatis Gottingensis. Vol. VI ad ann. 1823—1827. Gottingen. 1827.
Luigi Bianchi.	Lezioni di Geometria Differenziale. Pisa. 1894.
Gaston Darboux.	Leçons sur la théorie générale des surfaces. Paris. Gauthier-Villars. 1887—1896.
Knoblauch.	Einleitung an die algemeine Theorie der krummen Flächen. Leipzig-Teubner. 1888.
Ioachimsthal.	Anwendung der Differenzial und Integralrechnung auf die algemeine Theorie der Flächen und der Linien doppelter Krümmung. Leipzig-Teubner. 1884.

Млодзѣевскій. Объ изгибаніи поверхностей. Москва. 1886.

Beltrami. Saggio di interpretazione della geometria non euclidea. Giornale di matematiche, t. VI. 1868.

Bertrand. Traité de Calcul différentiel et de Calcul intégrale. Calcul différentiel. Paris. Gauthier-Villars. 1864.

Петерсонъ. Объ изгибаніи поверхностей второго порядка. Математическій Сборникъ, т. X.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

§ 1. О дифференціальныхъ параметрахъ.

Пусть имѣются двѣ квадратичныя въ дифференціалахъ формы

$$E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2 \tag{1}$$

$$d\varphi \cdot d\psi = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}du + \frac{\partial\varphi}{\partial v}dv\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial u}du + \frac{\partial\psi}{\partial v}dv\right) \tag{2}$$

съ коэффиціентами, зависящими отъ u и v.

Пусть онѣ формулами преобразованія

$$u = u(u_1, v_1), \quad v = v(u_1, v_1)$$

преобразуются въ

$$E_1\,du_1^2 + 2F_1\,du_1\,dv_1 + G_1\,dv_1^2 \tag{3}$$

$$d\varphi \cdot d\psi = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial u_1}du_1 + \frac{\partial\varphi}{\partial v_1}dv_1\right)\left(\frac{\partial\psi}{\partial u_1}du_1 + \frac{\partial\psi}{\partial u_1}dv_1\right). \tag{4}$$

Умножимъ (2) и (4) на произвольный множитель h, сложимъ соотвѣтственно съ (1) и (3) и подберемъ h такъ, чтобы суммы представляли полный квадратъ линейной въ дифференціалахъ функціи. Мы должны имѣть:

$$4\left(E + h\frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\psi}{\partial u}\right)\left(G + h\frac{\partial\varphi}{\partial v}\frac{\partial\psi}{\partial v}\right) - \left[2F + h\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\psi}{\partial v} + \frac{\partial\varphi}{\partial v}\frac{\partial\psi}{\partial u}\right)\right]^2 = 0$$

$$4\left(E_1 + h\frac{\partial\varphi}{\partial u_1}\frac{\partial\psi}{\partial u_1}\right)\left(G + h\frac{\partial\varphi}{\partial v_1}\frac{\partial\psi}{\partial v_1}\right) - \left[2F_1 + h\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u_1}\frac{\partial\psi}{\partial v_1} + \frac{\partial\varphi}{\partial v_1}\frac{\partial\psi}{\partial u_1}\right)\right]^2 = 0,$$

откуда

$$\frac{E\frac{\partial\varphi}{\partial v}\frac{\partial\psi}{\partial v} - F\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\psi}{\partial v} + \frac{\partial\varphi}{\partial v}\frac{\partial\psi}{\partial u}\right) + G\frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\psi}{\partial u}}{E_1\frac{\partial\varphi}{\partial v_1}\frac{\partial\psi}{\partial v_1} - F_1\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u_1}\frac{\partial\psi}{\partial v_1} + \frac{\partial\varphi}{\partial v_1}\frac{\partial\psi}{\partial u_1}\right) + G_1\frac{\partial\varphi}{\partial u_1}\frac{\partial\psi}{\partial u_1}} =$$

$$= \frac{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\psi}{\partial v} - \frac{\partial\varphi}{\partial v}\frac{\partial\psi}{\partial u}\right)^2}{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u_1}\frac{\partial\psi}{\partial v_1} - \frac{\partial\varphi}{\partial v_1}\frac{\partial\psi}{\partial u_1}\right)^2} = \frac{EG - F^2}{E_1G_1 - F_1^2}.$$

Ясно, что выраженія

$$\nabla(\varphi, \psi) = \frac{E\frac{\partial\varphi}{\partial v}\frac{\partial\psi}{\partial v} - F\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\psi}{\partial v} + \frac{\partial\varphi}{\partial v}\frac{\partial\psi}{\partial u}\right) + G\frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\psi}{\partial u}}{EG - F^2},$$

$$\Theta(\varphi, \psi) = \frac{\frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\psi}{\partial v} - \frac{\partial\varphi}{\partial v}\frac{\partial\psi}{\partial u}}{\sqrt{EG - F^2}}$$

независимо отъ формулъ преобразованія для u и v сохраняютъ величину и видъ; подобныя выраженія по Beltrami носятъ названіе дифференціальныхъ параметровъ и соотвѣтственно обозначаются черезъ $\nabla(\varphi, \psi)$ и $\Theta(\varphi, \psi)$.

Если $\varphi = \psi$, то тогда вмѣсто $\nabla(\varphi, \psi)$ имѣемъ $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = \frac{E\left(\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)^2 - 2F\frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\varphi}{\partial v} + G\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)^2}{EG - F^2}.$$

Легко замѣтить слѣдующее соотношеніе между ∇, Δ и Θ:

$$\Delta^2(\varphi, \psi) + \Theta^2(\varphi, \psi) = \Delta\varphi . \Delta\psi.$$

Если $\varphi = u$, а $\psi = v$, то тогда:

$$\Theta(u, v) = \frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} = \frac{\frac{\partial u}{\partial u_1}\frac{\partial v}{\partial v_1} - \frac{\partial u}{\partial v_1}\frac{\partial v}{\partial u_1}}{\sqrt{E_1G_1 - F_1^2}}$$

$$\Delta u = \frac{G}{EG - F^2} = G . \Theta^2(u, v)$$

$$\Delta v = \frac{E}{EG - F^2} = E . \Theta^2(u, v)$$

$$\nabla(u, v) = \frac{-F}{EG - F^2} = -F . \Theta^2(u, v).$$

Въ виду послѣднихъ соотношеній квадратичная форма (1) можетъ быть написана въ „*инваріантной*“ формѣ:

$$E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2 = \frac{\Delta v\,du^2 - 2\nabla(u,v)\,du\,dv + \Delta u\,dv^2}{\Delta u\,.\,\Delta v - \nabla^2(u,v)}.$$

Постараемся теперь опредѣлить то h, которое обращаетъ въ полный квадратъ

$$(P\,du + Q\,dv)^2$$

выраженіе

$$E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2 - h\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\,du + \frac{\partial\varphi}{\partial v}\,dv\right)^2.$$

Мы имѣемъ

$$E - h\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)^2 = P^2$$

$$F - h\frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\varphi}{\partial v} = PQ$$

$$G - h\left(\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)^2 = Q^2.$$

Исключая изъ этихъ равенствъ P и Q, найдемъ

$$h = \frac{1}{\Delta\varphi}.$$

Опредѣляя теперь P и Q, получимъ

$$P\,.\,\sqrt{\Delta\varphi}\,.\,\sqrt{EG - F^2} = E\frac{\partial\varphi}{\partial v} - F\frac{\partial\varphi}{\partial u} \quad \ldots\ldots (a)$$

$$Q\,.\,\sqrt{\Delta\varphi}\,.\,\sqrt{EG - F^2} = F\frac{\partial\varphi}{\partial v} - G\frac{\partial\varphi}{\partial u}.$$

Обозначая

$$\sqrt{EG - F^2} = H,$$

мы имѣемъ:

$$E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2 = \frac{d\varphi^2}{\Delta\varphi} + \frac{1}{\Delta\varphi}\left(\frac{E\frac{\partial\varphi}{\partial v} - F\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{H}\,du + \right.$$

$$\left. + \frac{F\frac{\partial\varphi}{\partial v} - G\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{H}\,dv\right)^2 \ldots\ldots (b)$$

Такъ какъ при преобразованіи $E\,du^2 + 2F\,dudv + G\,dv^2$ въ новыхъ перемѣнныхъ выраженія

$$d\varphi \text{ и } \Delta\varphi$$

преобразуются въ подобныя же выраженія, то предыдущее тождество (b) дозволяетъ сказать, что линейная функція дифференціаловъ:

$$\frac{1}{H}\left\{\left(E\frac{\partial\varphi}{\partial v} - F\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)du + \left(F\frac{\partial\varphi}{\partial v} - G\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)dv\right\}$$

преобразуется въ подобную же и въ новыхъ перемѣнныхъ.

Называя интегрирующій дѣлитель этого выраженія черезъ μ, будемъ имѣть:

$$\mu\frac{\partial\Phi}{\partial u} = \frac{1}{H}\left(E\frac{\partial\varphi}{\partial v} - F\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)$$

$$\mu\frac{\partial\Phi}{\partial v} = \frac{1}{H}\left(F\frac{\partial\varphi}{\partial v} - G\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right).$$

Отсюда непосредственно вытекаетъ:

$$\frac{1}{H}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial u}\frac{\partial\mu}{\partial v} - \frac{\partial\Phi}{\partial v}\frac{\partial\mu}{\partial u}\right) = \frac{1}{H}\left\{\frac{\partial}{\partial v}\frac{1}{H}\left(E\frac{\partial\varphi}{\partial v} - F\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial}{\partial u}\frac{1}{H}\left(G\frac{\partial\varphi}{\partial u} - F\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)\right\}.$$

Въ перемѣнныхъ u_1 и v_1 получается аналогичное выраженіе. Лѣвая часть предыдущаго тождества есть инваріантъ типа Θ, значитъ имѣемъ и слѣдующій инваріантъ:

$$\Delta_2\varphi = \frac{1}{H}\left\{\frac{\partial}{\partial v}\frac{1}{H}\left(E\frac{\partial\varphi}{\partial v} - F\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial u}\frac{1}{H}\left(G\frac{\partial\varphi}{\partial u} - F\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)\right\}.$$

Тотъ же самый инваріантъ можно получить нѣсколько иначе; пусть выраженіе:

$$\frac{1}{H}\left(M\frac{\partial\psi}{\partial u} + N\frac{\partial\psi}{\partial v}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (c)$$

формулами преобразованія переводится въ:

$$\frac{1}{H_1}\left(M_1\frac{\partial\psi}{\partial u_1} + N_1\frac{\partial\psi}{\partial v_1}\right).$$

Тогда:

$$\frac{M}{H} = \frac{M_1 \frac{\partial u}{\partial u_1} + N_1 \frac{\partial u}{\partial v_1}}{H_1}$$

$$\frac{N}{H} = \frac{M_1 \frac{\partial v}{\partial u_1} + N_1 \frac{\partial v}{\partial v_1}}{H_1}.$$

Помножимъ первую строку на $\frac{\partial v}{\partial v_1}$, вторую на $\frac{\partial u}{\partial v_1}$, вычтемъ и вспомнимъ инваріантъ Θ; тогда найдемъ:

$$M\frac{\partial v}{\partial v_1} - N\frac{\partial u}{\partial v_1} = M_1.$$

Аналогично съ этимъ и

$$N\frac{\partial u}{\partial u_1} - M\frac{\partial v}{\partial u_1} = N_1 .$$

Пользуясь инваріантомъ Θ, мы дифференцированіемъ приходимъ къ инваріанту:

$$\frac{1}{H}\left(\frac{\partial M}{\partial u} + \frac{\partial N}{\partial v}\right) = \frac{1}{H_1}\left(\frac{\partial M_1}{\partial u_1} + \frac{\partial N_1}{\partial v_1}\right) \ldots\ldots\ldots (d)$$

Сравнивъ теперь выраженіе (c) съ инваріантомъ $\nabla(\varphi, \psi)$, написаннымъ въ формѣ:

$$\frac{1}{H}\left\{\frac{G\frac{\partial\varphi}{\partial u} - F\frac{\partial\varphi}{\partial v}}{H}\frac{\partial\psi}{\partial u} + \frac{E\frac{\partial\varphi}{\partial v} - F\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{H}\frac{\partial\psi}{\partial v}\right\}$$

заключаемъ аналогично (d), что выраженіе

$$\frac{1}{H}\left\{\frac{\partial}{\partial u}\frac{1}{H}\left(G\frac{\partial\varphi}{\partial u} - F\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\frac{1}{H}\left(E\frac{\partial\varphi}{\partial v} - F\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)\right\}$$

есть также инваріантъ.

Выведемъ еще одинъ инваріантъ, весьма важный въ теоріи поверхностей.

Квадратичная форма

$$A^2du^2 + 2AB\cos\alpha\, dudv + B^2dv^2,$$

гдѣ A, B и α суть функціи отъ u и v, по умноженіи на нѣкоторый множитель t^2, можетъ быть представлена въ видѣ суммы квадратовъ двухъ полныхъ дифференціаловъ $dx^2 + dy^2$.

Въ самомъ дѣлѣ, вводя неизвѣстныя пока функціи $t(u, v)$ и $\varphi(u, v)$, мы можемъ положить:

$$dx = t A \cos\varphi\, du + t B \cos(\varphi + \alpha)\, dv,$$

$$dy = t A \sin\varphi\, du + t B \sin(\varphi + \alpha)\, dv.$$

Условія полнаго дифференціала:

$$\cos\varphi \frac{\partial}{\partial v} tA - tA \sin\varphi \frac{\partial\varphi}{\partial v} = \cos(\varphi+\alpha) \frac{\partial}{\partial u} tB - tB \sin(\varphi+\alpha)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u} + \frac{\partial\alpha}{\partial u}\right),$$

$$\sin\varphi \frac{\partial}{\partial v} tA + tA \cos\varphi \frac{\partial\varphi}{\partial v} = \sin(\varphi+\alpha) \frac{\partial}{\partial u} tB + tB \cos(\varphi+\alpha)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u} + \frac{\partial\alpha}{\partial u}\right)$$

даютъ:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u} = \frac{1}{tB\sin\alpha}\left(-\frac{\partial}{\partial v} tA + \cos\alpha \frac{\partial}{\partial u} tB\right) - \frac{\partial\alpha}{\partial u} \quad \ldots\ldots (e)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial v} = \frac{1}{tA\sin\alpha}\left(\frac{\partial}{\partial u} tB - \cos\alpha \frac{\partial}{\partial v} tA\right).$$

Исключая отсюда φ, получимъ:

$$\frac{\partial^2\alpha}{\partial u \partial v} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{\frac{\partial}{\partial v} tA - \cos\alpha \frac{\partial}{\partial u} tB}{tB\, sn\,\alpha} + \frac{\partial}{\partial u}\frac{\frac{\partial}{\partial u} tB - \cos\alpha \frac{\partial}{\partial v} tA}{tA\, sn\,\alpha} = 0 \quad \ldots\ldots (f)$$

Уравненія (e) и (f) опредѣляютъ функціи t и φ.

Размѣстимъ въ (f) члены зависящіе отъ t и независящіе въ разныя стороны и подѣлимъ равенство на $AB\sin\alpha$:

$$\frac{-1}{AB\sin\alpha}\left(\frac{\partial^2\alpha}{\partial u\partial v} + \frac{\partial}{\partial u}\frac{\frac{\partial B}{\partial u} - \cos\alpha\frac{\partial A}{\partial v}}{A\,sn\,\alpha} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{\frac{\partial A}{\partial v} - \cos\alpha\frac{\partial B}{\partial u}}{B\sin\alpha}\right) =$$

$$= \frac{1}{AB\sin\alpha}\left(\frac{\partial}{\partial u}\frac{B\frac{\partial \lg t}{\partial u} - A\cos\alpha\frac{\partial \lg t}{\partial v}}{A sn\alpha} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{A\frac{\partial \lg t}{\partial v} - B\cos\alpha\frac{\partial \lg t}{\partial u}}{B\,sn\,\alpha}\right).$$

Но правая часть послѣдняго равенства есть инваріантъ

$$\Delta_2 \lg t,$$

написанный при обозначеніяхъ:

$$E=A^2,\ F=AB\cos\alpha,\ G=B^2.$$

Слѣдовательно и лѣвая часть есть инваріантъ, который обыкновенно обозначается буквой K и который можемъ написать такъ:

$$K=\frac{-1}{AB\sin\alpha}\left(\frac{\partial^2\alpha}{\partial u\partial v}+\frac{\partial}{\partial u}\frac{\frac{\partial B}{\partial u}-\cos\alpha\frac{\partial A}{\partial v}}{A\sin\alpha}+\frac{\partial}{\partial v}\frac{\frac{\partial A}{\partial v}-\cos\alpha\frac{\partial B}{\partial u}}{B\sin\alpha}\right)=$$

$$=\frac{1}{AB\sin\alpha}\left(\frac{\partial^2\alpha}{\partial u\partial v}-\frac{\partial}{\partial u}\frac{\frac{\partial B}{\partial u}-\frac{\partial}{\partial v}A\cos\alpha}{A\sin\alpha}-\frac{\partial}{\partial v}\frac{\frac{\partial A}{\partial v}-\frac{\partial}{\partial u}B\cos\alpha}{B\sin\alpha}\right)\quad\ldots\ (g)$$

Преобразуемъ K къ количествамъ E, F и G.

Мы имѣемъ:

$$\frac{\partial}{\partial u}\frac{\frac{\partial B}{\partial u}-\cos\alpha\frac{\partial A}{\partial v}}{A\sin\alpha}=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\frac{\partial G}{\partial u}}{H}-\frac{F\frac{\partial E}{\partial v}}{EH}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial v}\frac{\frac{\partial A}{\partial v}-\cos\alpha\frac{\partial B}{\partial u}}{B\sin\alpha}=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\frac{\partial E}{\partial v}}{H}-\frac{F}{G}\frac{\frac{\partial G}{\partial u}}{H}\right)$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\alpha}{\partial u}=-\frac{EG\frac{\partial F}{\partial u}-\frac{F}{2}\frac{\partial}{\partial u}EG}{2EGH}$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\alpha}{\partial v}=-\frac{EG\frac{\partial F}{\partial v}-\frac{F}{2}\frac{\partial}{\partial v}EG}{2EGH}.$$

Для K получаемъ симметричное выраженіе:

$$K=\frac{1}{2H}\left\{\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\frac{\partial F}{\partial v}-\frac{\partial G}{\partial u}}{H}+\frac{F\frac{\partial E}{\partial v}}{2EH}-\frac{F\frac{\partial G}{\partial v}}{2GH}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\frac{\partial F}{\partial u}-\frac{\partial E}{\partial v}}{H}+\frac{F\frac{\partial G}{\partial u}}{2GH}-\frac{F\frac{\partial E}{\partial u}}{2EH}\right)\right\}.$$

Если $F = 0$, или $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то

$$K = -\frac{1}{AB}\left(\frac{\partial}{\partial u}\frac{\partial B}{\partial u}\frac{}{A} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{\partial A}{\partial v}\frac{}{B}\right) =$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{EG}}\left[\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right)\right].$$

Если $F = 0$ и $E = 1$, то тогда:

$$K = -\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial^2\sqrt{G}}{\partial u^2}.$$

Предыдущій выводъ инваріанта K не годится для формы вида $2F\,dudv$; положеніемъ $u = u_1 + iv_1$, $v = u_1 - iv_1$ мы приводимъ нашу форму къ виду $2F(du_1^2 + dv_1^2)$; составляя теперь K для послѣдней формы, находимъ:

$$K = -\frac{1}{4F}\left\{\frac{\partial^2}{\partial u_1^2}lg\,F + \frac{\partial^2}{\partial v_1^2}lg\,F\right\};$$

выражая производныя отъ F по u_1 и v_1 черезъ производныя по u и v, получимъ:

$$K = -\frac{1}{F}\frac{\partial^2}{\partial u\,\partial v}lg\,F \quad \ldots\ldots\ (h)$$

§ 2. Геодезическая линія и геодезическая кривизна.

Декартовы координаты всякой поверхности могутъ быть представлены въ формѣ:

$$x = x(u, v),\ y = y(u, v),\ z = z(u, v).$$

Параметры u и v называются Гауссовыми криволинейными координатами поверхности; уравненія

$$u = const. \quad \text{или} \quad v = const.$$

представляютъ линіи, играющія на поверхности такую же роль, какъ

$$x = const. \quad \text{или} \quad y = const.$$

въ Декартовыхъ координатахъ на плоскости. Уравненіе любой линіи, про-

веденной на поверхности, представится такъ:

$$\Phi(u, v) = 0.$$

Элементъ дуги любой линіи на нашей поверхности опредѣляется изъ:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = E\,du^2 + 2\,F\,du\,dv + G\,du^2 =$$
$$= A^2du^2 + 2\,AB\cos\alpha\,du\,dv + B^2dv^2,$$

гдѣ:

$$E = A^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2$$

$$F = AB\cos\alpha = \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial z}{\partial v}$$

$$G = B^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2.$$

Обозначимъ $\sqrt{EG - F^2} = AB\sin\alpha$ черезъ H.

Такъ какъ

$$H^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial z}{\partial v} - \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v} - \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2,$$

то для дѣйствительныхъ точекъ квадратичная въ дифференціалахъ форма ds^2 всегда опредѣленная. Найдемъ теперь косинусъ угла ω двухъ линій

$$\Phi(u, v) = 0 \quad \text{и} \quad \Omega(u, v) = 0,$$

проведенныхъ на поверхности чрезъ одну точку. Обозначимъ элементъ дуги первой кривой черезъ $d\sigma$, второй—черезъ $d\sigma_1$; приращенія координатъ первой кривой черезъ du, dv, второй—черезъ $\delta u, \delta v$. Какъ извѣстно:

$$\cos\omega = \frac{dx}{d\sigma}\cdot\frac{dx_1}{d\sigma_1} + \frac{dy}{d\sigma}\cdot\frac{dy_1}{d\sigma_1} + \frac{dz}{d\sigma}\cdot\frac{dz_1}{d\sigma_1}.$$

Такъ какъ мы имѣемъ

$$dx = \frac{\partial x}{\partial u}\,du + \frac{\partial x}{\partial v}\,dv$$

$$dy = \frac{\partial y}{\partial u}\,du + \frac{\partial y}{\partial v}\,dv$$

$$dz = \frac{dz}{du}\,du + \frac{\partial z}{\partial v}\,dv$$

$$dx_1 = \frac{\partial x}{\partial u}\delta u + \frac{\partial x}{\partial v}\delta v\,,$$

$$dy_1 = \frac{\partial y}{\partial u}\delta u + \frac{\partial y}{\partial v}\delta v$$

$$dz_1 = \frac{\partial z}{\partial u}\delta u + \frac{\partial z}{\partial v}\delta v$$

$$ds = \sqrt{E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2}$$

$$ds_1 = \sqrt{E\,\delta u^2 + 2F\,\delta u\,\delta v + G\,\delta v^2}$$

$$\frac{du}{\frac{\partial\Phi}{\partial v}} = \frac{dv}{-\frac{\partial\Phi}{\partial u}} \text{ и } \frac{\delta u}{\frac{\partial\Omega}{\partial v}} = \frac{\delta v}{-\frac{\partial\Omega}{\partial u}}\,,$$

то выраженіе для $\cos\omega$ принимаетъ видъ:

$$\cos\omega = \frac{E\frac{\partial\Phi}{\partial v}\frac{\partial\Omega}{\partial v} - F\left(\frac{\partial\Phi}{\partial v}\frac{\partial\Omega}{\partial u} + \frac{\partial\Phi}{\partial u}\frac{\partial\Omega}{\partial v}\right) + G\frac{\partial\Phi}{\partial u}\frac{\partial\Omega}{\partial u}}{\sqrt{\left[E\left(\frac{\partial\Phi}{\partial v}\right)^2 - 2F\frac{\partial\Phi}{\partial u}\frac{\partial\Phi}{\partial v} + G\left(\frac{\partial\Phi}{\partial u}\right)^2\right]\left[E\left(\frac{\partial\Omega}{\partial v}\right)^2 - 2F\frac{\partial\Omega}{\partial u}\frac{\partial\Omega}{\partial v} + G\left(\frac{\partial\Omega}{\partial u}\right)^2\right]}} =$$

$$= \frac{\nabla(\Phi, \Omega)}{\sqrt{\Delta\Phi\,.\,\Delta\Omega}} \quad \ldots\ldots (a)$$

Условіе ортогональности нашихъ линій есть:

$$\nabla(\Phi, \Omega) = 0.$$

Уголъ координатныхъ линій найдемъ, принимая:

$$\Phi = u\,, \quad \Omega = v\,;$$

при соотвѣтствующемъ счетѣ дугъ:

$$\cos\omega = \frac{F}{\sqrt{EG}} = \cos\alpha\,, \quad \sin\omega = \frac{H}{\sqrt{EG}}\,.$$

Условіе ортогональности данной системы криволинейныхъ координатъ есть:

$$F = 0 \quad \text{или} \quad \alpha = \frac{\pi}{2}\,.$$

Найдемъ еще выраженіе элемента площади нашей поверхности, принявъ

за таковой элементарный плоскій параллелограммъ со сторонами $\sqrt{E}\,du$ и $\sqrt{G}\,dv$, направленными по линіямъ $v = const.$ и $u = const.$ Тогда

$$dS = \sqrt{E}\,.\,\sqrt{G}\,.\,du\,dv\,.\,sin\,(du,\,dv) = \sqrt{EG - F^2}\,du\,dv.$$

Покончивъ съ этими общими замѣчаніями относительно представленія поверхности въ Гауссовыхъ параметрахъ u и v, обратимся къ выводу уравненія геодезической линіи на нашей поверхности.

Подъ геодезической линіей разумѣемъ кратчайшую линію, проведенную на поверхности между двумя точками послѣдней. Если линейный элементъ поверхности

$$ds^2 = E\,du^2 + 2\,F\,du\,dv + G\,dv^2$$

приведемъ къ формѣ

$$ds^2 = dp^2 + M\,dq^2,$$

то $q = const.$ есть уравненіе геодезической линіи.

Для доказательства возьмемъ на этой кривой двѣ точки и проведемъ черезъ нихъ произвольную кривую по поверхности; длина этой кривой есть:

$$s = \int \sqrt{1 + M\left(\frac{dq}{dp}\right)^2}\,dp\,.$$

Подъинтегральная функція всегда больше единицы и пріобрѣтаетъ наименьшее значеніе, когда $\frac{dq}{dp} = 0$, а значитъ $q = const$, что и требовалось доказать.

Мы видѣли (въ § 1 гл. 1, *b*), что линейный элементъ данной поверхности всегда можно представить въ видѣ:

$$ds^2 = \frac{d\varphi^2}{\Delta\varphi} + (P\,du + Q\,dv)^2.$$

Если функцію $\varphi\,(u,\,v)$ выберемъ такъ, чтобы $(P\,du + Q\,dv)$ представляло полный дифференціалъ нѣкоторой функціи, то согласно предыдущему замѣчанію линія $\varphi = c$ есть геодезическая. Итакъ дифференціальное уравненіе геодезической линіи есть

$$\frac{\partial P}{\partial v} = \frac{\partial Q}{\partial u}$$

или по § 1 гл. 1, *a*:

$$\frac{\partial}{\partial u}\frac{G\frac{\partial\varphi}{\partial u}-F\frac{\partial\varphi}{\partial v}}{\sqrt{\Delta\varphi}\cdot\sqrt{EG-F^2}}+\frac{\partial}{\partial v}\frac{E\frac{\partial\varphi}{\partial v}-F\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{\sqrt{\Delta\varphi}\cdot\sqrt{EG-F^2}}=0\text{ *) . . . . (}b\text{)}$$

Пользуясь соотношеніемъ

$$\frac{dv}{du}=v'=\frac{-\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{\frac{\partial\varphi}{\partial v}},$$

легко замѣтить, что это есть обыкновенное дифференціальное уравненіе второго порядка; его полный интегралъ заключаетъ двѣ произвольныя постоянныя; поэтому всегда можно опредѣлить эти постоянныя такъ, чтобы получить геодезическую линію, соединяющую двѣ данныя точки. Раздѣлимъ полученное выше уравненіе геодезической линіи на H и напишемъ его въ видѣ:

$$\frac{1}{H}\left[\frac{G\frac{\partial\varphi}{\partial u}-F\frac{\partial\varphi}{\partial v}}{H}\cdot\frac{\partial}{\partial u}\frac{1}{\sqrt{\Delta\varphi}}+\frac{E\frac{\partial\varphi}{\partial v}-F\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{H}\cdot\frac{\partial}{\partial v}\frac{1}{\sqrt{\Delta\varphi}}\right]+$$

$$+\frac{1}{H\sqrt{\Delta\varphi}}\left[\frac{\partial}{\partial u}\frac{G\frac{\partial\varphi}{\partial u}-F\frac{\partial\varphi}{\partial v}}{H}+\frac{\partial}{\partial v}\frac{E\frac{\partial\varphi}{\partial v}-F\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{H}\right]=0,$$

или такъ:

$$\nabla\left(\varphi,\frac{1}{\sqrt{\Delta\varphi}}\right)+\frac{\Delta_2\varphi}{\sqrt{\Delta\varphi}}=0.$$

Инваріантъ, стоящій въ лѣвой части послѣдняго равенства, обращающійся въ нуль для *геодезической* линіи $\varphi(u,v)=const.$ вообще, взятый съ обратнымъ знакомъ, называется геодезической кривизной линіи $\varphi(u,v)=c$ и обозначается такъ:

$$-\frac{1}{\rho_\varphi}=\frac{\Delta_2\varphi}{\sqrt{\Delta\varphi}}+\nabla\left(\varphi,\frac{1}{\sqrt{\Delta\varphi}}\right).$$

Здѣсь ρ_φ есть *радіусъ геодезической кривизны*. Ниже мы выяснимъ геометрическій смыслъ инваріанта $\frac{1}{\rho_\varphi}$.

*) Это уравненіе есть уравненіе геодезической линіи въ формѣ Bonnet.

Для координатныхъ линій имѣемъ изъ (*b*):

$$\frac{1}{\rho_u} = \frac{-1}{AB\,sn\,\alpha}\left\{\frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial v}\,A\cos\alpha\right\},$$

$$\frac{1}{\rho_v} = \frac{-1}{AB\,sn\,\alpha}\left\{\frac{\partial A}{\partial v} - \frac{\partial}{\partial u}\,B\cos\alpha\right\}\ *).$$

Въ случаѣ ортогональной системы:

$$\frac{1}{\rho_u} = \frac{-1}{AB}\frac{\partial B}{\partial u},$$

$$\frac{1}{\rho_v} = \frac{-1}{AB}\frac{\partial A}{\partial v}.$$

Имѣя послѣднія соотношенія, посмотримъ, къ какому виду можно привести линейный элементъ поверхности, если за криволинейныя координаты взять:

$v = const.$ — система геодезическихъ линій,

$u_1 = const.$ — ортогональныя траэкторіи къ v.

Въ силу ортогональности системы:

$$ds^2 = A^2du_1^2 + B_1^2dv^2 = Edu_1^2 + G_1dv^2.$$

Изъ условія

$$\frac{1}{\rho_v} = \frac{-1}{AB_1}\frac{\partial A}{\partial v} = 0$$

слѣдуетъ, что

$$A^2 = f(u_1).$$

Положимъ

$$\sqrt{f(u_1)}\,du_1 = du,$$

тогда будемъ имѣть:

$$ds^2 = du^2 + G(u, v)\,dv^2.$$

---

*) Эти соотношенія позволяютъ, на основаніи формулы (*g*) § 1 гл. 1, представить инваріантъ K поверхности въ формѣ Ліувилля:

$$K = \frac{1}{AB\sin\alpha}\left\{\frac{\partial^2\alpha}{\partial u\partial v} + \frac{\partial}{\partial u}\frac{B}{\rho_u} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{A}{\rho_v}\right\}.$$

гдѣ A, B и α суть функціи отъ u и v, по умноженіи на нѣкоторый множитель t^2, можетъ быть представлена въ видѣ суммы квадратовъ двухъ полныхъ дифференціаловъ $dx^2 + dy^2$.

Въ самомъ дѣлѣ, вводя неизвѣстныя пока функціи $t(u, v)$ и $\varphi(u, v)$, мы можемъ положить:

$$dx = tA\cos\varphi\, du + tB\cos(\varphi+\alpha)\, dv,$$

$$dy = tA\sin\varphi\, du + tB\sin(\varphi+\alpha)\, dv.$$

Условія полнаго дифференціала:

$$\cos\varphi\frac{\partial}{\partial v}tA - tA\sin\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial v} = \cos(\varphi+\alpha)\frac{\partial}{\partial u}tB - tB\sin(\varphi+\alpha)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}+\frac{\partial\alpha}{\partial u}\right),$$

$$\sin\varphi\frac{\partial}{\partial v}tA + tA\cos\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial v} = \sin(\varphi+\alpha)\frac{\partial}{\partial u}tB + tB\cos(\varphi+\alpha)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}+\frac{\partial\alpha}{\partial u}\right)$$

даютъ:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u} = \frac{1}{tB\sin\alpha}\left(-\frac{\partial}{\partial v}tA + \cos\alpha\frac{\partial}{\partial u}tB\right) - \frac{\partial\alpha}{\partial u} \quad \ldots\ldots (e)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial v} = \frac{1}{tA\sin\alpha}\left(\frac{\partial}{\partial u}tB - \cos\alpha\frac{\partial}{\partial v}tA\right).$$

Исключая отсюда φ, получимъ:

$$\frac{\partial^2\alpha}{\partial u\partial v} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{\frac{\partial}{\partial v}tA - \cos\alpha\frac{\partial}{\partial u}tB}{tB\,sn\,\alpha} + \frac{\partial}{\partial u}\frac{\frac{\partial}{\partial u}tB - \cos\alpha\frac{\partial}{\partial v}tA}{tA\,sn\,\alpha} = 0 \quad \ldots\ldots (f)$$

Уравненія (e) и (f) опредѣляютъ функціи t и φ.

Размѣстимъ въ (f) члены зависящіе отъ t и независящіе въ разныя стороны и подѣлимъ равенство на $AB\sin\alpha$:

$$\frac{-1}{AB\sin\alpha}\left(\frac{\partial^2\alpha}{\partial u\partial v} + \frac{\partial}{\partial u}\frac{\frac{\partial B}{\partial u} - \cos\alpha\frac{\partial A}{\partial v}}{A\,sn\,\alpha} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{\frac{\partial A}{\partial v} - \cos\alpha\frac{\partial B}{\partial u}}{B\sin\alpha}\right) =$$

$$= \frac{1}{AB\sin\alpha}\left(\frac{\partial}{\partial u}\frac{B\frac{\partial\lg t}{\partial u} - A\cos\alpha\frac{\partial\lg t}{\partial v}}{Asn\alpha} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{A\frac{\partial\lg t}{\partial v} - B\cos\alpha\frac{\partial\lg t}{\partial u}}{B\,sn\,\alpha}\right).$$

Но правая часть послѣдняго равенства есть инваріантъ

$$\Delta_2\lg t,$$

написанный при обозначеніяхъ:

$$E=A^2,\ F=AB\cos\alpha,\ G=B^2.$$

Слѣдовательно и лѣвая часть есть инваріантъ, который обыкновенно обозначается буквой K и который можемъ написать такъ:

$$K=\frac{-1}{AB\sin\alpha}\left(\frac{\partial^2\alpha}{\partial u\partial v}+\frac{\partial}{\partial u}\frac{\frac{\partial B}{\partial u}-\cos\alpha\frac{\partial A}{\partial v}}{A\sin\alpha}+\frac{\partial}{\partial v}\frac{\frac{\partial A}{\partial v}-\cos\alpha\frac{\partial B}{\partial u}}{B\sin\alpha}\right)=$$

$$=\frac{1}{AB\sin\alpha}\left(\frac{\partial^2\alpha}{\partial u\partial v}-\frac{\partial}{\partial u}\frac{\frac{\partial B}{\partial u}-\frac{\partial}{\partial v}A\cos\alpha}{A\sin\alpha}-\frac{\partial}{\partial v}\frac{\frac{\partial A}{\partial v}-\frac{\partial}{\partial u}B\cos\alpha}{B\sin\alpha}\right)\quad\ldots(g)$$

Преобразуемъ K къ количествамъ E, F и G.

Мы имѣемъ:

$$\frac{\partial}{\partial u}\frac{\frac{\partial B}{\partial u}-\cos\alpha\frac{\partial A}{\partial v}}{A\sin\alpha}=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\frac{\partial G}{\partial u}}{H}-\frac{F\frac{\partial E}{\partial v}}{EH}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial v}\frac{\frac{\partial A}{\partial v}-\cos\alpha\frac{\partial B}{\partial u}}{B\sin\alpha}=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\frac{\partial E}{\partial v}}{H}-\frac{F}{G}\frac{\frac{\partial G}{\partial u}}{H}\right)$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\alpha}{\partial u}=-\frac{EG\frac{\partial F}{\partial u}-\frac{F}{2}\frac{\partial}{\partial u}EG}{2EGH}$$

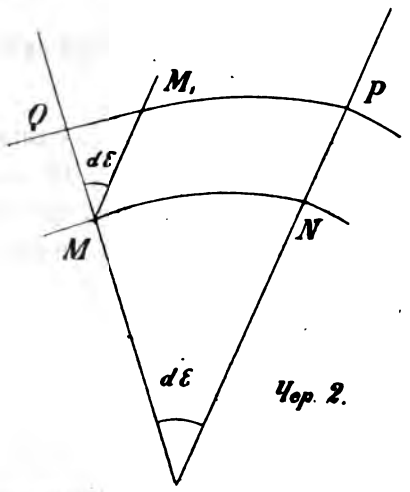
$$\frac{1}{2}\frac{\partial\alpha}{\partial v}=-\frac{EG\frac{\partial F}{\partial v}-\frac{F}{2}\frac{\partial}{\partial v}EG}{2EGH}.$$

Для K получаемъ симметричное выраженіе:

$$K=\frac{1}{2H}\left\{\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\frac{\partial F}{\partial v}-\frac{\partial G}{\partial u}}{H}+\frac{F\frac{\partial E}{\partial v}}{2EH}-\frac{F\frac{\partial G}{\partial v}}{2GH}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\frac{\partial F}{\partial u}-\frac{\partial E}{\partial v}}{H}+\frac{F\frac{\partial G}{\partial u}}{2GH}-\frac{F\frac{\partial E}{\partial u}}{2EH}\right)\right\}.$$

Пусть MN (см. черт. 2) есть элементъ плоской кривой. Пусть MQ и NP нормали къ MN, а QP—кривая параллельная MN. Тогда обыкновенная кривизна MN есть:



Чер. 2.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\varepsilon}{MN} = \frac{QM \cdot d\varepsilon}{MN \cdot MQ} =$$

$$= \frac{QM_1}{MN \cdot MQ} = \frac{QP - MN}{MN \cdot MQ}.$$

Послѣдняя формула обнаруживаетъ вышеупомянутую аналогію геодезической кривизны линіи на любой поверхности и обыкновенной кривизны плоской кривой. Легко было бы показать (см. Bianchi, § 75), что *геодезическая кривизна* въ точкѣ A *линіи на поверхности есть обыкновенная кривизна* (въ той же точкѣ) *ортогональной прожкціи этой линіи на касательную плоскость къ поверхности* въ точкѣ A *).

§ 3. Линейные элементы поверхностей вращенія, винтовыхъ и линейчатыхъ.

Пусть имѣется поверхность вращенія:

$$x = \rho \cos v \qquad dx = \cos v d\rho - \rho \sin v\, dv$$

$$y = \rho \sin v \qquad dy = \sin v d\rho + \rho \cos v\, dv$$

$$z = \varphi(\rho) \qquad dz = \varphi'(\rho)\, d\rho.$$

---

*) Обнаруживъ геометрическое значеніе инваріанта $\frac{1}{\rho_\varphi}$, естественно указать и на геометрическое значеніе важнаго инваріанта K. Пусть наша поверхность есть

$$z = f(x, y).$$

Вводя общепринятыя обозначенія Монжа, получаемъ:

$$ds^2 = (1 + p^2)\, dx^2 + 2pq\, dx\, dy + (1 + q^2)\, dy^2.$$

Составивъ теперь части, входящія въ K, подставивъ ихъ въ K, мы послѣ сокращеній получаемъ:

$$K = \frac{rt - s^2}{(1 + p^2 + q^2)^2}.$$

Не трудно узнать въ полученномъ выраженіи Гауссову кривизну поверхности въ точкѣ ея (x, y, z).

Ея линейный элементъ принимаетъ видъ:

$$ds^2 = [1 + \varphi'^2(\rho)]\, d\rho^2 + \rho^2 dv^2 = du^2 + \Phi^2(u)\, dv^2 \quad \ldots \ldots (a)$$

гдѣ положено

$$[1 + \varphi'^2(\rho)]^{1/2} d\rho = du.$$

Замѣтимъ, что параметръ u выражаетъ длину дуги меридіана поверхности, отсчитанную отъ одной изъ параллелей.

Обратно, если заданъ элементъ поверхности въ видѣ

$$ds^2 = du^2 + \Phi^2(u)\, dv^2,$$

то всегда можно найти поверхность вращенія, линейный элементъ которой имѣетъ эту данную форму. Такова поверхность вращенія:

$$x = \Phi(u) \cos v$$

$$y = \Phi(u) \sin v$$

$$z = \int \sqrt{1 - \Phi'^2(u)}\, du.$$

Частный случай поверхности вращенія, имѣемъ въ сферѣ. Для нея положимъ

$$x = R \cos u \cos v$$

$$y = R \cos u \sin v$$

$$z = R \sin u\,,$$

а потому

$$ds^2 = R^2 (du^2 + \cos^2 u\, dv^2).$$

Очевидно, что тотъ же элементъ чрезъ введеніе новыхъ перемѣнныхъ можно представить и такъ:

$$ds^2 = du^2 + \cos^2 \frac{u}{R}\, dv^2$$

$$ds^2 = du^2 + R^2 \sin^2 \frac{u}{R}\, dv^2.$$

Ясно, что Гауссова кривизна сферы, т. е. инваріантъ K, согласно § 1 гл. 1, есть $\frac{1}{R^2}$.

Теперь обратимся къ поверхностямъ, носящимъ названіе винтовыхъ поверхностей, или геликоидовъ.

Пусть имѣется цилиндрическій гелисъ:

$$x = \rho \cos \theta$$
$$y = \rho \sin \theta$$
$$z = a + m\theta.$$

Если станемъ разсматривать количество a, какъ $\varphi(\rho)$, то будемъ имѣть непрерывный рядъ гелисовъ, лежащихъ на одной поверхности, именуемой геликоидомъ. Изъ:

$$dx = \cos\theta\, d\rho - \rho \sin\theta\, d\theta$$
$$dy = \sin\theta\, d\rho + \rho \cos\theta\, d\theta$$
$$dz = \varphi'(\rho)\, d\rho + m\, d\theta$$

составимъ выраженіе линейнаго элемента въ формѣ:

$$ds^2 = [1 + \varphi'^2(\rho)]\, d\rho^2 + 2m\varphi'(\rho)\, d\rho d\theta + (\rho^2 + m^2)\, d\theta^2 \quad \ldots\ (b)$$

Послѣднюю строку можно переписать такъ:

$$ds^2 = (\rho^2 + m^2)\left(d\theta + \frac{m\varphi'(\rho)}{\rho^2 + m^2}\, d\rho\right)^2 + \left[1 + \varphi'^2(\rho) - \frac{m^2\varphi'^2(\rho)}{\rho^2 + m^2}\right] d\rho^2 =$$

$$= (\rho^2 + m^2)\left(d\theta + \frac{m\varphi'(\rho)}{\rho^2 + m^2}\, d\rho\right)^2 + \left[1 + \frac{\rho^2\varphi'^2(\rho)}{\rho^2 + m^2}\right] d\rho^2.$$

Вводя новыя перемѣнныя по формуламъ:

$$du = \left[1 + \frac{\rho^2\varphi'^2(\rho)}{\rho^2 + m^2}\right]^{1/2} d\rho,$$

$$dv = d\theta + \frac{m\varphi'(\rho)}{\rho^2 + m^2}\, d\rho,$$

получаемъ:

$$ds^2 = du^2 + \Phi^2(u)\, dv^2. \quad \ldots\ (c).$$

Теперь становится яснымъ, что линейный элементъ геликоида приводится къ тому-же виду, что и линейный элементъ поверхности вращенія; такъ какъ u есть функція отъ ρ, то параметръ u выражаетъ гелисы, а параметръ v—ортогональныя траэкторіи къ u.

Какъ и для поверхности вращенія, здѣсь можно было бы показать что по данному элементу

$$ds^2 = du^2 + \Phi^2(u)\, dv^2$$

всегда можно найти геликоидъ, линейный элементъ коего имѣлъ бы эту данную форму. Но мы пока оставимъ этотъ вопросъ, а впереди еще разъ вернемся къ нему.

Въ заключеніе настоящаго параграфа выведемъ элементъ линейчатой поверхности, т. е. поверхности, образованной движеніемъ прямой линіи, Декартовы координаты которой, слѣдовательно, могутъ быть представлены въ видѣ:

$$x = a + lu,$$
$$y = b + mu,$$
$$z = c + nu,$$

гдѣ a, b, c, l, m, n разсматриваются, какъ функціи параметра v. Уравненіе образующихъ нашей поверхности есть:

$$\frac{x-a}{l} = \frac{y-b}{m} = \frac{z-c}{n} = u.$$

Функціи l, m, n можно выбрать такъ, чтобы:

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1.$$

Такъ какъ

$$dx = l\,du + (a' + l'u)\, dv$$
$$dy = m\,du + (b' + m'u)\, dv$$
$$dz = n\,du + (c' + n'u)\, dv,$$

то линейному элементу дадимъ видъ:

$$ds^2 = du^2 + 2\,D\,du\,dv + (Au^2 + 2\,Bu + C)\, dv^2,$$

гдѣ:

$$A = l'^2 + m'^2 + n'^2$$
$$B = a'l' + b'm' + c'n'$$
$$C = a'^2 + b'^2 + c'^2$$
$$D = a'l + b'm + c'n.$$

Линейный элементъ можемъ переписать такъ:

$$ds^2 = (du + Ddv)^2 + (Au^2 + 2Bu + C - D^2)dv^2 =$$

$$= (du + Ddv)^2 + [(a' + l'u - lD)^2 + (b' + m'u - mD)^2 + (c' + n'u - nD)^2]\,dv^2,$$

или, вводя новыя перемѣнныя по формуламъ:

$$dU = du + Ddv$$

$$dV = \sqrt{A}\,dv,$$

$$ds^2 = dU^2 + [(U-\alpha)^2 + \beta^2]\,dV^2 \quad \ldots\ldots \quad (d)$$

гдѣ α и β функціи отъ V.

Обратно, когда заданъ линейный элементъ въ предыдущей формѣ, то можно найти координаты x, y, z въ формѣ:

$$x = a + lU$$
$$y = b + mU$$
$$z = c + nU,$$

гдѣ a, b, c, l, m, n функціи отъ V и

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1.$$

Мы достигнемъ нашей цѣли *напримѣръ*, опредѣляя наши неизвѣстныя функціи изъ уравненій:

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$
$$la' + mb' + nc' = 0$$
$$l'^2 + m'^2 + n'^2 = 1$$
$$l'a' + m'b' + n'c' = -\alpha$$
$$a'^2 + b'^2 + c'^2 = \alpha^2 + \beta^2.$$

Уравненію первому и третьему мы удовлетворимъ положеніемъ:

$$n = o$$
$$l = \sin V$$
$$m = \cos V.$$

Тогда изъ уравненій второго и четвертаго, которыя перепишутся такъ:

$$a' \sin V + b' \cos V = 0$$
$$a' \cos V - b' \sin V = -\alpha,$$

найдемъ квадратурами:

$$a = -\int \alpha \cos V dV,$$

$$b = +\int \alpha \sin V dV.$$

Теперь послѣднее уравненіе опредѣлитъ c въ видѣ:

$$c = \pm \int \beta dV.$$

Итакъ всѣ величины a, b, c, l, m, n опредѣлены.

Изъ того, что $n = o$, вытекаетъ, что нами найденная поверхность образована движеніемъ прямой, которая остается параллельною плоскости xy. Изъ выраженія

$$la' + mb' + nc' = 0$$

видно, что образующая прямая всегда остается перпендикулярною къ кривой двоякой кривизны:

$$x = a, \quad y = b, \quad z = c.$$

Легко показать, что линейчатыхъ поверхностей съ постоянной кривизной, отличной отъ нуля, не существуетъ.

Въ самомъ дѣлѣ, составимъ для элемента

$$ds^2 = du^2 + [(u - \alpha)^2 + \beta^2]\, dv^2$$

выраженіе инваріанта K по § 1:

$$K = -\frac{1}{\sqrt{(u-\alpha)^2+\beta^2}} \frac{\partial}{\partial u} \sqrt{\frac{(u-\alpha)^2}{(u-\alpha)^2+\beta^2}} = -\frac{\beta^2}{[(u-\alpha)^2+\beta^2]^2}.$$

Теперь ясно, что при $\beta = o$ кривизна обращается въ нуль; ясно также, что въ постоянную величину, отличную отъ нуля, K тождественно обратиться не можетъ.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

§ 1. Вопросъ о наложеніи поверхностей въ ученіи о поверхностяхъ.

Поверхности могутъ занимать насъ съ двоякой точки зрѣнія. Во первыхъ, мы можемъ изучать въ поверхности свойства, зависящія отъ пространственныхъ формъ ея, отъ положенія ея въ пространствѣ; напримѣръ—кривизну различныхъ сѣченій поверхности, такія свойства проведенныхъ на поверхности линій, которыя зависятъ отъ того, что данная линія лежитъ на изучаемой поверхности, а не на другой; таково изученіе линій кривизны. Во вторыхъ, можно изучать поверхность съ точки зрѣнія геометріи двухъ измѣреній на ней, что сведется къ изученію относительнаго расположенія линій на ней и соотношеній между линіями и ихъ углами.

Положимъ, что имѣются двѣ такія поверхности, что каждой точкѣ первой поверхности соотвѣтствуетъ точка второй, каждой линіи первой—линія второй, причемъ длины соотвѣтственныхъ линій между соотвѣтствующими точками одинаковы, а значитъ и линейные элементы любыхъ линій на этихъ поверхностяхъ соотвѣтственно одинаковы. Если выразимъ координаты точекъ первой поверхности черезъ параметры u и v, а второй—черезъ u' и v', то, въ силу указаннаго соотвѣтствія между точками нашихъ поверхностей, параметры u и v суть функціи отъ u' и v', и, значитъ, существуютъ формулы преобразованія, переводящія тождественно линейный элементъ первой поверхности въ элементъ второй.

И дѣйствительно, при существованіи формулъ преобразованія координатъ u, v въ u', v' указанное соотвѣтствіе точекъ поверхностей имѣетъ мѣсто, и, въ силу $ds = ds'$, длины соотвѣтственныхъ линій на поверхностяхъ одинаковы. Замѣтимъ здѣсь также, что и углы соотвѣтственныхъ линій нашихъ поверхностей одинаковы; это вытекаетъ изъ того обстоятельства, что косинусы угловъ этихъ линій, какъ показываетъ формула (*a*)

§ 2. Гл. 1, выражаются черезъ дифференціальные параметры квадратичной въ дифференціалахъ формы ds^2.

Вышеуказанное соотвѣтствіе между точками нашихъ поверхностей даетъ право, уподобивъ ихъ гибкимъ и нерастяжимымъ плёнкамъ, сказать, что онѣ „накладываются" другъ на друга безъ складокъ (и разрывовъ), какъ, напримѣръ, цилиндрическая или коническая поверхность развертывается въ плоскость.

Изъ всего сказаннаго ясно, что геометрія двухъ измѣреній на „налагаемыхъ" поверхностяхъ одна и таже. Такимъ образомъ ученіе о наложеніи поверхностей есть ученіе о поверхностяхъ, допускающихъ одну и ту же геометрію двухъ измѣреній на нихъ. Выяснивъ, съ какой точки зрѣнія насъ интересуетъ вопросъ о наложеніи поверхностей, мы можемъ уже формулировать и задачи, относящіяся къ этому вопросу.

Собственно говоря, здѣсь является лишь одна задача: по даннымъ элементамъ ds и ds_1 двухъ поверхностей узнать, наложимы ли онѣ, т. е. существуютъ ли формулы преобразованія ксординатъ u, v въ u', v', переводящія ds въ ds_1; сюда же относится и опредѣленіе этихъ формулъ, разъ онѣ существуютъ; примыкаетъ къ прежнему и такой вопросъ: можно ли наложить двѣ данныя поверхности такъ, чтобы установить напередъ заданное соотвѣтствіе между опредѣленными линіями, на нихъ проведенными.

Легко видѣть, что вопросъ о томъ, сколькими способами можно наложить одну данную поверхность на другую, будетъ вполнѣ рѣшенъ, если извѣстенъ одинъ способъ ихъ наложенія [т. е. одна пара какихъ-либо формулъ преобразованія $u = u(u_1, v_1)$ и $v = v(u_1, v_1)$] и извѣстно, какъ одна изъ этихъ поверхностей можетъ быть налагаема сама на себя. Вотъ почему ниже мы изучимъ наложеніе самихъ на себя нѣкоторыхъ типичныхъ поверхностей.

Какъ выше уже было замѣчено, безразлично, на какой изъ налагающихся другъ на друга поверхностей изучать общую всѣмъ имъ геометрію двухъ измѣреній. Поэтому въ дальнѣйшемъ, написавъ элементъ какой-либо группы поверхностей

$$ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2,$$

мы будемъ иногда говорить о какой-либо одной опредѣленной поверхности изъ цѣлаго этого класса, помня, что этого намъ достаточно, ибо всѣ прочія поверхности съ тѣмъ же линейнымъ элементомъ на разсматриваемую налагаемы.

Мы сказали, что нахожденіе формулъ преобразованія ds^2 въ ds_1^2 рѣшаетъ вопросъ о наложеніи этихъ поверхностей. Не надо при этомъ

упускать изъ виду, что вообще говоря не вся цѣликомъ первая поверхность налагается на всю вторую данными формулами преобразованія криволинейныхъ координатъ: налагаются лишь части, для которыхъ дѣйствительныя точки преобразуются въ дѣйствительныя-же.

Мы уже указали на основную задачу наложенія поверхностей. Но можетъ, правда, явиться и еще вопросъ, связанный съ ученіемъ о наложеніи и заключающійся въ опредѣленіи въ функціи параметровъ u и v Декартовыхъ координатъ всѣхъ поверхностей, наложимыхъ на данную ds^2. Понятно, что непосредственнаго отношенія къ геометріи двухъ измѣреній на поверхности этотъ вопросъ не имѣетъ, а потому впослѣдствіи мы коснемся его лишь вскользь.

§ 2. Общія геометрическія свойства наложенія поверхностей.

Мы видѣли, что наложеніе двухъ поверхностей ds и ds_1 характеризуется формулами преобразованія элемента ds въ ds_1. Пусть какое-либо геометрическое свойство поверхности

$$ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$$

выражается при помощи инваріантовъ отъ нѣкоторыхъ функцій $\varphi(u, v)$, $\psi(u, v)$... По основному свойству инваріантовъ (§ 1 гл. 1) мы вправѣ сказать, что упомянутое свойство имѣетъ мѣсто на всѣхъ поверхностяхъ, налагающихся на данную ds.

Такъ, напримѣръ, мы уже знаемъ, что инваріантъ

$$\frac{\nabla(\varphi, \psi)}{\sqrt{\Delta\varphi \cdot \Delta\psi}}$$

выражаетъ неизмѣнность угла любыхъ двухъ линій φ и ψ при наложеніи поверхностей (§ 2, гл. 1, *a*).

Въ числѣ геометрическихъ свойствъ, присущихъ всѣмъ налагающимся другъ на друга поверхностямъ, стоитъ прежде всего свойство, выражаемое инваріантомъ K (§ 1, гл. 1, *g*), относящееся къ каждой точкѣ нашихъ поверхностей; иными словами, справедлива основная теорема Гаусса: *въ соотвѣтственныхъ точкахъ налагающихся поверхностей полная кривизна одинакова.*

Въ числѣ свойствъ, относящихся къ каждой линіи налагающихся другъ на друга поверхностей, находится свойство, аналитически выражаемое инваріантомъ

$$\frac{\Delta_2\varphi}{\sqrt{\Delta\varphi}} + \nabla\left(\varphi, \frac{1}{\sqrt{\Delta\varphi}}\right).$$

На основаніи § 2, гл. 1, геометрически оно соотвѣтствуетъ неизмѣняемости при наложеніи поверхностей геодезической кривизны всякой линіи φ. Отсюда же вытекаетъ, что геодезическая линія при наложеніи остается геодезической (ибо для нея $\frac{1}{\rho_\varphi} = 0$).

Относящееся къ наложенію свойство любой фигуры на поверхности заключается въ томъ, что при наложеніи сохраняется ея площадь; это ясно изъ геометрическаго представленія о наложеніи, а также и изъ слѣдующихъ соображеній. Если контуръ фигуры на первой поверхности есть S, а на второй ему соотвѣтствующій контуръ есть S_1, то площадь фигуры на первой поверхности есть:

$$\Sigma = \int\int \sqrt{EG - F^2}\, du dv,$$

а на второй

$$\Sigma_1 = \int\int \sqrt{E_1 G_1 - F_1^2}\, du_1 dv_1.$$

Но вычислять первую площадь можемъ, преобразовавъ интегралъ къ новымъ перемѣннымъ u_1 и v_1.

Тогда получимъ:

$$\Sigma = \int\int \sqrt{EG - F^2} \left(\frac{\partial u}{\partial u_1} \frac{\partial v}{\partial v_1} - \frac{\partial u}{\partial v_1} \frac{\partial v}{\partial u_1} \right) du_1 dv_1,$$

гдѣ подъинтегральная функція должна быть выражена въ новыхъ перемѣнныхъ. По свойству дифференціальнаго параметра Θ вмѣсто послѣдняго выраженія можно написать:

$$\Sigma = \int\int \sqrt{E_1 G_1 - F_1^2}\, du_1 dv_1.$$

Такъ какъ контуръ S въ новыхъ перемѣнныхъ выражается тѣмъ же уравненіемъ, что и контуръ S_1 на второй поверхности, то предѣлы въ послѣднемъ выраженіи для Σ тѣ-же, что въ выраженіи для Σ_1, и наше предложеніе доказано.

§ 3. Наложеніе поверхностей съ постоянной кривизной равной нулю.

Мы видѣли въ предыдущемъ параграфѣ, что равенство Гауссовой кривизны въ соотвѣтственныхъ точкахъ поверхностей составляетъ необходимое условіе для ихъ наложенія. Теперь мы покажемъ, что въ случаѣ поверхностей съ постоянной кривизной это условіе и достаточно.

Начнемъ съ поверхностей постоянной нулевой кривизны.

Пусть имѣемъ двѣ такихъ поверхности. Отнесемъ ихъ къ системѣ криволинейныхъ координатъ перваго типа изъ разсмотрѣнныхъ на стр. 18-й.

По § 1 гл. 1 для K имѣемъ:

$$K = 0 = -\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial^2\sqrt{G}}{\partial u^2}.$$

Отсюда

$$\sqrt{G} = au + b.$$

Но въ нашемъ случаѣ:

$$\left(\frac{\partial\sqrt{G}}{du}\right)_{u=o} = a = o; \quad \left(\sqrt{G}\right)_{u=o} = b = 1,$$

значитъ линейные элементы приводятся къ одному и тому же виду:

$$ds^2 = du^2 + dv^2.$$

Ясно, что наши поверхности налагаются другъ на друга и на плоскость (линейный элементъ которой также есть dx^2+dy^2); такъ какъ произвольную геодезическую линію на обѣихъ поверхностяхъ можно принять за линію $u = o$, то поверхности налагаются такъ, что произвольная геодезическая линія одной изъ нихъ можетъ быть совмѣщена съ произвольной геодезической линіей другой поверхности.

Покажемъ, какъ-же на дѣлѣ найти общія формулы наложенія поверхности нулевой кривизны:

$$ds^2 = A^2du^2 + 2AB\cos\alpha\, dudv + B^2dv^2$$

на плоскость, т. е. какъ привести ds^2 къ виду:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2.$$

Положимъ:

$$dx = A\cos\varphi\, du + B\cos(\varphi+\alpha)\, dv,$$
$$\pm dy = A\sin\varphi\, du + B\sin(\varphi+\alpha)\, dv.$$

Условія полнаго дифференціала:

$$\cos\varphi\frac{\partial A}{\partial v} - A\sin\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial v} = \cos(\varphi+\alpha)\frac{\partial B}{\partial u} - B\sin(\varphi+\alpha)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}+\frac{\partial\alpha}{\partial u}\right),$$

$$\sin\varphi\frac{\partial A}{\partial v} + A\cos\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial v} = \sin(\varphi+\alpha)\frac{\partial B}{\partial u} + B\cos(\varphi+\alpha)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}+\frac{\partial\alpha}{\partial u}\right)$$

даютъ для опредѣленія пока неизвѣстной функціи φ:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u} = -\frac{\partial\alpha}{\partial u} + \frac{-\frac{\partial A}{\partial v} + \cos\alpha\,\frac{\partial B}{\partial u}}{B\sin\alpha}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial v} = \frac{\frac{\partial B}{\partial u} - \cos\alpha\,\frac{\partial A}{\partial v}}{A\sin\alpha}.$$

Въ силу того, что для нашей поверхности $K=0$, по § 1 гл. 1, g,

$$\frac{\partial^2\alpha}{\partial u\partial v} + \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\frac{\partial B}{\partial u} - \cos\alpha\,\frac{\partial A}{\partial v}}{A\sin\alpha}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\frac{\partial A}{\partial v} - \cos\alpha\,\frac{\partial B}{\partial u}}{B\sin\alpha}\right) = 0.$$

Послѣднее соотношеніе показываетъ, что выраженія $\frac{\partial\varphi}{\partial u}$ и $\frac{\partial\varphi}{\partial v}$ дѣйствительно опредѣляютъ функцію φ интегрированіемъ полнаго дифференціала. Зная φ, получаемъ искомыя формулы наложенія при помощи двухъ квадратуръ:

$$x = \int [A\cos\varphi\,du + B\cos(\varphi+\alpha)\,dv],$$

$$\pm y = \int [A\sin\varphi\,du + B\sin(\varphi+\alpha)\,dv].$$

Ясно, что формулы наложенія заключаютъ три произвольныхъ постоянныхъ (одна вошла при опредѣленіи φ, двѣ при нахожденіи x и y).

Какъ примѣръ, найдемъ формулы наложенія линейчатой поверхности

$$ds^2 = du^2 + (u-\alpha)^2\,dv^2$$

на плоскость. Полагаемъ:

$$dx = \cos\varphi\,du \pm (u-\alpha)\sin\varphi\,dv,$$

$$dy = \sin\varphi\,du \mp (u-\alpha)\cos\varphi\,dv.$$

Имѣемъ далѣе:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u} = 0, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial v} = \mp 1.$$

Значитъ

$$\varphi = \mp v + a$$

и слѣдовательно:

$$x = u\cos(\mp v + a) \mp \int a\sin(\mp v + a)\,dv,$$

$$y = u\sin(\mp v + a) \pm \int a\cos(\mp v + a)\,dv.$$

Опредѣлимъ здѣсь всѣ геликоиды, наложимые на плоскость.

Координаты геликоида можно написать въ видѣ:

$$x = \rho\cos v,$$

$$y = \rho\sin v,$$

$$z = \varphi(\rho) + mv,$$

а линейный элементъ его по § 3 гл. 1, (*b*):

$$ds^2 = [1+\varphi'^2(\rho)]\,d\rho^2 + 2m\varphi'(\rho)\,d\rho dv + (\rho^2 + m^2)\,dv^2.$$

Задача сводится къ опредѣленію φ такъ, чтобы $K = o$. Согласно § 1 гл. 1:

$$K = 0 = -\frac{1}{2H}\frac{\partial}{\partial\rho}\frac{2\rho}{H},$$

или

$$\frac{\partial}{\partial\rho}\frac{\rho}{H} = 0,$$

гдѣ

$$H^2 = \rho^2 + m^2 + \rho^2\varphi'^2(\rho).$$

Значитъ величина $\frac{\rho}{H}$ не зависитъ отъ ρ и есть постоянная $\frac{1}{a}$. Отсюда:

$$\rho^2 + m^2 + \rho^2\varphi'^2(\rho) = a^2\rho^2,$$

а потому:

$$d\varphi = \frac{\sqrt{a^2-1}}{\rho}\sqrt{\rho^2 - \frac{m^2}{a^2-1}}\,d\rho \text{ и } \varphi = const. + \int\sqrt{a^2-1}\sqrt{1-\frac{m^2}{(a^2-1)\rho^2}}\,d\rho.$$

Введемъ теперь новое перемѣнное по формулѣ

$$\rho = \frac{m}{\sqrt{a^2-1}}\,cosec\,\psi,$$

$$d\rho = -\frac{m}{\sqrt{a^2-1}}\frac{\cos\psi}{\sin^2\psi}\,d\psi.$$

Мы получаемъ

$$d\varphi = -m\,ctg^2\psi d\psi.$$

Интегрированіе даетъ:

$$\varphi = A + m(\psi + ctg\,\psi) = A + m\,arc\,sin\,\sqrt{\frac{m}{a^2-1}}\cdot\frac{1}{\rho} + \sqrt{a^2-1}\,\sqrt{\rho^2 - \frac{m^2}{a^2-1}}.$$

Теперь Декартовы координаты искомаго геликоида напишутся такъ:

$$x = \rho\cos v,\ y = \rho\sin v,$$

$$z = A + mv + m\,arc\,sin\,\frac{m}{\sqrt{a^2-1}}\cdot\frac{1}{\rho} + \sqrt{a^2-1}\cdot\sqrt{\rho^2 - \frac{m^2}{a^2-1}}.$$

Опредѣлимъ еще всѣ поверхности вращенія нулевой кривизны.

Декартовы координаты всякой поверхности вращенія въ функціи дуги u меридіана можно написать такъ:

$$x = \Phi(u)\cos v,\quad y = \Phi(u)\sin v,\quad z = \int\sqrt{1-\Phi'^2(u)}\,du.$$

Задача сводится къ опредѣленію функціи $\Phi(u)$ въ элементѣ

$$ds^2 = du^2 + \Phi^2(u)\,dv^2,$$

такъ, чтобы

$$K = o = -\frac{1}{\Phi(u)}\frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2}.$$

Интегрированіе даетъ:

$$\Phi(u) = au + b,$$

и потому элементъ имѣетъ видъ:

$$ds^2 = du^2 + (au + b)^2\,dv^2,$$

а

$$x = (au + b)\cos v,$$

$$y = (au + b)\sin v,$$

$$z = \int\sqrt{1 - a^2}\,.\,du = \sqrt{1 - a^2}\,.\,u + const.$$

$$x^2 + y^2 = \left(b + \frac{az}{\sqrt{1 - a^2}}\right)^2.$$

Мы получили конусъ вращенія около оси Z; если a нуль, то имѣемъ цилиндръ вращенія.

Въ заключеніе настоящаго параграфа покажемъ, что всякая поверхность нулевой кривизны есть обвертка нѣкоторой движущейся плоскости, т. е. есть геометрическое мѣсто прямой пересѣченія двухъ сосѣднихъ плоскостей упомянутой подвижной группы.

Отсюда вытекаетъ, что всякая поверхность нулевой кривизны можетъ быть образована движеніемъ прямой линіи и значитъ относится къ разряду линейчатыхъ поверхностей.

Нижеслѣдующее простое доказательство высказаннаго предложенія принадлежитъ Bonnet.

Пусть Декартовы координаты x, y, z нашей поверхности выражены черезъ параметры u, v такъ, что

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = du^2 + dv^2,$$

иными словами u и v суть координаты той точки плоскости uv, съ коей при наложеніи совмѣщается точка (xyz) поверхности. Въ такомъ случаѣ имѣемъ:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2 = 1,$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2 = 1,$$

$$\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial z}{\partial v} = 0.$$

Дифференцируя первыя два тождества по u и v найдемъ:

$$\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} + \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial^2 y}{\partial u^2} + \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} = 0,$$

$$\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial^2 x}{\partial v^2} + \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial^2 y}{\partial v^2} + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial^2 z}{\partial v^2} = 0,$$

$$\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} + \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial^2 y}{\partial u \partial v} + \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} = 0,$$

$$\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} + \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial^2 y}{\partial u \partial v} + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} = 0.$$

Дифференцируя теперь третье тождество и пользуясь прежними, получаемъ:

$$\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial^2 x}{\partial v^2}+\frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial^2 y}{\partial v^2}+\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial^2 z}{\partial v^2}=0,$$

$$\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial^2 x}{\partial u^2}+\frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial^2 y}{\partial u^2}+\frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial^2 z}{\partial u^2}=0.$$

Послѣднія шесть соотношеній даютъ:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial u^2}:\frac{\partial^2 x}{\partial u\partial v}:\frac{\partial^2 x}{\partial v^2}:\left(\frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial z}{\partial v}-\frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial z}{\partial u}\right)=\frac{\partial^2 y}{\partial u^2}:\frac{\partial^2 y}{\partial u\partial v}:\frac{\partial^2 y}{\partial v^2}:\left(\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v}-\frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial u}\right)=$$

$$=\frac{\partial^2 z}{\partial u^2}:\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}:\frac{\partial^2 z}{\partial v^2}:\left(\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v}-\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u}\right).$$

Имѣя въ виду вытекающія изъ послѣдней строки тождественныя зависимости вида:

$$\frac{\partial}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial u}\cdot\frac{\partial}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u}-\frac{\partial}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial u}\cdot\frac{\partial}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial u}=0,$$

заключаемъ, что, кромѣ зависимости

$$\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v}+\frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v}+\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial z}{\partial v}=0,$$

между частными производными $\frac{\partial x}{\partial u}, \frac{\partial x}{\partial v}, \frac{\partial y}{\partial u}, \frac{\partial y}{\partial v}, \frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$ есть еще четыре зависимости. Такъ какъ, далѣе

$$\frac{\partial z}{\partial u}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial u}=p\frac{\partial x}{\partial u}+q\frac{\partial y}{\partial u},$$

$$\frac{\partial z}{\partial v}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial v}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial v}=p\frac{\partial x}{\partial v}+q\frac{\partial y}{\partial v},$$

то ясно, что, исключая всѣ частныя производныя (изъ семи соотношеній), получимъ:

$$q=f(p).$$

Такъ какъ $p=\frac{\partial z}{\partial x}$, $q=\frac{\partial z}{\partial y}$, то

$$dz=pdx+qdy=pdx+f(p)dy.$$

Чтобы найти интегралъ этого уравненія введемъ вмѣсто z новую неизвѣстную функцію z_1 по формулѣ:

$$z = px + f(p)y + z_1.$$

Дифференцируя получимъ:

$$dz = pdx + f(p)dy + [x + yf'(p)]dp + dz_1$$

и значитъ:

$$[x + yf'(p)]dp = -dz_1.$$

Это равенство говоритъ, что z_1 есть функція $\varphi(p)$ отъ p:

$$[x + yf'(p) + \varphi'(p)]dp = 0.$$

Отсюда вытекаетъ:

1) $p = const. = c$ и $z = cx + f(c)y + \varphi(c)$ — уравненіе плоскости;

2) если положимъ

$$x + yf'(p) + \varphi'(p) = 0,$$

то это уравненіе вмѣстѣ съ

$$z = px + f(p)y + \varphi(p)$$

дастъ поверхность, обвертывающую плоскости

$$z = cx + f(c)y + \varphi(c).$$

Такимъ образомъ теорема доказана вполнѣ.

§ 4. Наложеніе поверхностей вращенія и геликоидовъ.

Прежде чѣмъ перейти къ поверхностямъ постоянной кривизны отличной отъ нуля, скажемъ еще нѣсколько словъ о наложеніи поверхностей вращенія и геликоидовъ.

Пусть имѣются двѣ поверхности вращенія (§ 3 гл. 1, *a*):

$$ds^2 = du^2 + \Phi^2(u)dv^2,$$

$$ds_1^2 = du_1^2 + \Phi_1^2(u_1)dv_1^2,$$

для которыхъ кривизна K не постоянная величина.

Такъ какъ для наложенія требуется равенство кривизны въ соотвѣтственныхъ точкахъ (§ 2 гл. 2), то необходимо:

$$\frac{1}{\Phi(u)}\frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2}=\frac{1}{\Phi_1(u_1)}\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial u_1^2}.$$

Отсюда заключаемъ, что при наложеніи нашихъ поверхностей u есть функція отъ u_1, а потому v есть функція отъ v_1 (ибо въ элементѣ $F=o$).

Такимъ образомъ приходимъ къ заключенію, что поверхности вращенія съ перемѣнной кривизной могутъ накладываться лишь такъ, чтобы ихъ меридіаны и параллели соотвѣтственно совпадали. Если, какъ только-что было доказано, $u=u(u_1)$, $v=v(v_1)$ и

$$du^2+\Phi^2(u)\,dv^2=du_1^2+\Phi_1^2(u_1)\,dv_1^2,$$

то обязательно существующія для наложенія формулы суть

$$u=\pm u_1+a,\quad v=\pm\frac{(v_1+b)}{k},$$

при чемъ функція Φ_1 должна быть такого вида, чтобы изъ

$$\Phi(\pm u_1+a)=\pm k\Phi_1(u_1)$$

можно было найти для постоянныхъ a и k значенія, обращающія послѣднее соотношеніе въ тождество.

Посмотримъ, можетъ-ли поверхность вращенія, напримѣръ,

$$ds^2=du^2+\Phi^2(u)\,dv^2,$$

накладываться сама на себя; легко понять, что вопросъ сводится къ нахожденію формулъ преобразованія элемента ds^2 къ такому же самому виду

$$ds^2=du_1^2+\Phi^2(u_1)\,dv_1^2.$$

При *любой* функціи $\Phi(u)$ мы будемъ имѣть, очевидно, лишь возможныя формулы преобразованія:

$$u=u_1,\quad v=\pm v_1+const.=\pm v_1+h,$$

которыя геометрически соотвѣтствуютъ вращенію поверхности около оси вращенія, или перекидыванію поверхности около линіи $v=\frac{h}{2}$.

Но можетъ случиться, что функція $\Phi(u)$ такова, что будутъ имѣть мѣсто формулы преобразованія:

$$u=u_1+a,\quad v=\pm\frac{v_1+b}{k},$$

гдѣ a и k—нѣкоторыя опредѣленныя постоянныя, при чемъ

$$\Phi(u_1 + a) = k\Phi(u_1).$$

Интегрированіе послѣдняго разностнаго уравненія и опредѣляетъ функцію Φ. Дѣйствительно, полагая $u_1 = at$:

$$\Phi[at + a] = k\Phi(at).$$

Переписывая иначе, имѣемъ:

$$log\,\Phi[a(t+1)] - log\,\Phi(at) = log\,k,$$

или

$$\Delta\, log\,\Phi(at) = log\,k;$$

отсюда, произведя конечное интегрированіе:

$$log\,\Phi(at) = t\,log\,k + \sum_{n=o}^{n=\infty} (A_n \cos 2\pi nt + B_n \sin 2\pi nt)$$

или

$$\Phi(at) = k^t \cdot e^{\sum_{n=o}^{n=\infty} (A_n \cos 2\pi nt + B_n \sin 2\pi nt)}$$

Въ такомъ случаѣ линейный элементъ принимаетъ видъ:

$$ds^2 = du^2 + k^{\frac{2u}{a}} \cdot e^{2\sum_{n=o}^{n=\infty} \left(A_n \cos 2\pi n \frac{u}{a} + B_n \sin 2\pi n \frac{u}{a}\right)} dv^2.$$

Ясно, что этотъ элементъ преобразуется самъ въ себя не только формулами

$$u = u_1 + a, \quad v = \pm \frac{v_1 + b}{k},$$

но и болѣе общими;

$$u = u_1 + Na, \quad v = \pm \frac{v_1 + b}{k^N},$$

гдѣ N—цѣлое число.

Полученный выше линейный элементъ принадлежитъ поверхности вращенія, обладающей слѣдующимъ характеристичнымъ свойствомъ: поясъ ея, ограниченный двумя параллелями, накладываясь, обвиваетъ k^{-N} разъ

другой поясъ ея, ограниченный тоже двумя параллелями и отстоящій отъ перваго на длину Na, считая по меридіану (стр. 40, *a*).

Можетъ случиться, что функція $\Phi(u)$ въ элементѣ ds^2 поверхности вращенія такова, что для преобразованія его въ самого себя существуютъ формулы:

$$u = u_1 + a, \quad v = \pm \frac{v_1 + b}{k}.$$

гдѣ a — *произвольная* постоянная, а k опредѣленнымъ образомъ выражающаяся чрезъ a постоянная, при чемъ

$$\Phi(u_1 + a) = k\Phi(u_1).$$

Отсюда мы имѣемъ:

$$lg\,\Phi(u_1 + a) - lg\,\Phi(u_1) = lg\,k.$$

Дифференцируя по u_1, находимъ:

$$\frac{\Phi'(u_1 + a)}{\Phi(u_1 + a)} = \frac{\Phi'(u_1)}{\Phi(u_1)}.$$

По произвольности a и u_1 предыдущія отношенія должны равняться постоянной величинѣ h; тогда имѣемъ:

$$\Phi(u) = Ce^{hu}, \quad k = e^{ha}$$

и линейный элементъ поверхности есть:

$$ds^2 = du^2 + C'e^{hu}dv^2,$$

а формулы преобразованія суть:

$$u = u_1 + a, \quad v = \pm \frac{v_1 + b}{e^{ha}}.$$

Полученная поверхность есть поверхность постоянной кривизны, съ которой мы еще встрѣтимся впереди.

Найдемъ теперь Декартовы координаты всѣхъ поверхностей вращенія около оси Z съ перемѣнной кривизной и элементомъ

$$ds^2 = du^2 + \Phi^2(u)\,dv^2.$$

Такъ какъ можно положить

$$x = R\cos\varphi, \quad y = R\sin\varphi, \quad z = \Omega(R),$$

при чемъ

$$ds_1^2 = [1 + \Omega'^2(R)]\,dR^2 + R^2 d\varphi^2,$$

то задача сводится къ нахожденію формулъ преобразованія ds^2 въ ds_1^2. Равенство кривизны въ соотвѣтственныхъ точкахъ влечетъ за собою слѣдствіе, что u есть функція R, а v—функція отъ φ. Тогда:

$$R^2\left(\frac{d\varphi}{dv}\right)^2 = \Phi^2(u)$$

и отсюда:

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)^2 = \frac{1}{k^2}\,,\quad R^2 = k^2\Phi^2(u)\,,\quad \sqrt{1+\Omega'^2(R)}\,dR = du.$$

Далѣе имѣемъ:

$$k\varphi = \pm v + a,\quad R = k\Phi(u),$$

$$\Omega(R) = \int\sqrt{1 - k^2\Phi'^2(u)}\,du.$$

Поэтому Декартовы координаты представляются въ формѣ:

$$x = k\Phi(u)\cos\frac{\pm v + a}{k}$$

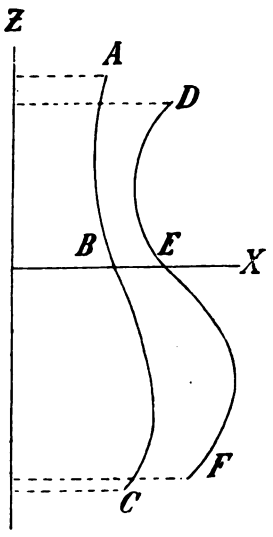
$$y = k\Phi(u)\sin\frac{\pm v + a}{k} \quad \ldots\ (a)$$

$$z = \int\sqrt{1-k^2\Phi'^2(u)}\,du.$$

Предыдущія формулы (a) даютъ возможность сдѣлать слѣдующее замѣчаніе; согласно съ этими формулами, двѣ поверхности:

$$1\begin{cases} x = \Phi(u)\cos v, \\ y = \Phi(u)\sin v, \\ z = \int_0^u\sqrt{1-\Phi'^2(u)}\,du, \end{cases} \qquad 2\begin{cases} x = k\Phi(u)\cos\dfrac{v}{k}\,, \\ y = k\Phi(u)\sin\dfrac{v}{k}\,, \\ z = \int_0^u\sqrt{1-k^2\Phi'^2(u)}\,du, \end{cases}$$

накладываются другъ на друга; при этомъ (см. черт. 3) поясъ первой поверхности, образованный вращеніемъ около оси Z кривой ABC на уголъ 2π и соотвѣтствующій измѣненію параметра u отъ $u=\alpha$ до $u=\beta$, параметра же v отъ $v=o$ до $v=2\pi$, можетъ быть наложенъ на часть пояса второй поверхности, образованную вращеніемъ кривой DEF на уголъ $\frac{2\pi}{k}$ и соотвѣтствующую измѣненію параметра u отъ $u=\alpha$ до $u=\beta$ и параметра v отъ $v=o$ до $v=2\pi$ (какъ и для первой поверхности).



Чер 3

Подобно тому, какъ для поверхности вращенія, такъ и для геликоидовъ можно обнаружить слѣдующее положеніе: если два геликоида перемѣнной кривизны налагаются, то гелисы ихъ соотвѣтственно совмѣщаютс я движеніе такого геликоида самого по себѣ есть взвинчиваніе его по его гелисамъ.

Мы уже знаемъ, что линейный элементъ любого геликоида приводится къ виду (§ 3 гл. 1, *c*):

$$ds^2 = du^2 + \Phi^2(u)\,dv^2,$$

чѣмъ и доказывается, что геликоидъ накладывается на поверхность вращенія. Опредѣлимъ теперь всѣ геликоиды, налагаемые на данный ds^2 (съ перемѣнною кривизною).

Координаты всякаго геликоида заключаются въ формулахъ:

$$x = R\cos\varphi,\ y = R\sin\varphi,\ z = \Omega(R) + m\varphi.$$

Его элементъ есть (§ 3 гл. 1, *b*):

$$ds_1^2 = [1 + \Omega'^2(R)]\,dR^2 + 2m\Omega'(R)\,dRd\varphi + (R^2 + m^2)\,d\varphi^2.$$

Задача сводится къ преобразованію ds^2 къ ds_1^2; изъ выраженій для кривизны поверхностей ds^2 и ds_1^2 слѣдуетъ, что

$$u = f(R),\ v = \omega(R, \varphi).$$

Сравненіе коэффиціентовъ при одинаковыхъ дифференціалахъ въ ds_1^2 и

преобразованномъ къ перемѣннымъ R, φ эл. ds^2, дастъ:

$$1 + \Omega'^2(R) - f'^2(R) = \Phi^2(f)\left(\frac{\partial\omega}{\partial R}\right)^2,$$

$$R^2 + m^2 = \Phi^2(f)\left(\frac{\partial\omega}{\partial\varphi}\right)^2,$$

$$m\Omega'(R) = \Phi^2(f)\,\frac{\partial\omega}{\partial R}\cdot\frac{\partial\omega}{\partial\varphi}.$$

Исключая изъ этихъ соотношеній $\frac{\partial\omega}{\partial R}$, $\frac{\partial\omega}{\partial\varphi}$, получаемъ:

$$1 + \Omega'^2(R) - \frac{m^2\Omega'^2(R)}{R^2+m^2} = f'^2(R) = 1 + \frac{R^2\Omega'^2(R)}{R^2+m^2},$$

и поэтому

$$du = f'(R)\,dR = \sqrt{1 + \frac{R^2\Omega'^2(R)}{R^2+m^2}}\,dR.$$

Послѣднія два изъ тѣхъ же соотношеній даютъ право написать:

$$dv = d\omega = \frac{\sqrt{R^2+m^2}}{\Phi(f)}\,d\varphi + \frac{m\Omega'(R)}{\Phi(f)\sqrt{R^2+m^2}}\,dR,$$

а отсюда слѣдуетъ, что

$$\Phi(f) = \Phi(u) = \pm\frac{1}{h}\sqrt{R^2+m^2},$$

$$dv = \pm h\left(d\varphi + \frac{m\Omega'(R)}{R^2+m^2}\,dR\right),$$

гдѣ h—постоянная величина.

Теперь, пользуясь выраженіемъ du, мы находимъ:

$$\Omega'(R)\,dR = d\Omega = \frac{h^2\,\Phi(u)\,du}{h^2\Phi^2(u) - m^2}\cdot\sqrt{\Phi^2(u)\left[1 - h^2\Phi'^2(u)\right] - \frac{m^2}{h^2}}$$

и

$$d\varphi = \pm\frac{dv}{h} - \frac{m\,d\Omega}{h^2\Phi^2(u)}.$$

Полученныя формулы опредѣляютъ уже координаты x, y, z черезъ u и v.

Изъ того, что при преобразованіи элемента ds^2 къ виду $ds_1{}^2$ мы имѣли $u = f(R)$, вытекаетъ слѣдующее положеніе: геликоиды накладываются на поверхность вращенія такъ, что гелисы совпадаютъ съ параллелями. Въ этомъ и состоитъ теорема Бура.

Замѣтимъ, что если въ предыдущихъ формулахъ, относящихся къ геликоидамъ, принять $m = o$, то, какъ и слѣдовало ожидать, координаты x, y, z получаются въ видѣ, раньше найденномъ для поверхности вращенія. Можно было бы предыдущіе результаты, относящіеся къ геликоидамъ, получить и инымъ путемъ.

Руководствуясь тѣмъ, что элементъ геликоида

$$ds^2 = du^2 + \Phi^2(u)\,dv^2,$$

какъ принадлежащій и поверхности вращенія, можно представить въ видѣ:

$$ds_1{}^2 = [1 + \psi'^2(r)]\,dr^2 + r^2 d\vartheta^2,$$

а элементъ геликоида, написанный въ формѣ

$$ds_3{}^2 = [1 + \Omega'^2(R)]\,dR^2 + 2m\Omega'(R)\,dR d\varphi + (R^2 + m^2)\,d\varphi^2,$$

можно, согласно со стр. 22, написать въ видѣ:

$$ds_2{}^2 = \left[1 + \frac{R^2\Omega'^2(R)}{R^2 + m^2}\right] dR^2 + (R^2 + m^2)\,d\omega^2,$$

мы весьма просто послѣдовательно найдемъ формулы (общія) для преобразованія элемента ds^2 къ виду $ds_1{}^2$, затѣмъ $ds_1{}^2$ къ виду $ds_2{}^2$ и, наконецъ, $ds_2{}^2$ къ виду $ds_3{}^2$.

Общія формулы, преобразовывающія $ds_1{}^2$ къ виду $ds_2{}^2$, доказываютъ теорему Бура, ибо мы имѣемъ, основываясь на равенствѣ кривизны, что r есть функція отъ R, т. е. параллели поверхности вращенія и гелисы геликоида совмѣщаются.

Такъ какъ въ нашемъ случаѣ упомянутая зависимость между r и R есть

$$r^2 = k^2(R^2 + m^2),$$

гдѣ k постоянная величина, то существующее тогда же соотношеніе:

$$1 + \frac{R^2\Omega'^2(R)}{R^2 + m^2} = \left[1 + \psi'^2(r)\right]\left(\frac{dr}{dR}\right)^2$$

позволяетъ опредѣлять меридіанъ поверхности вращенія $z = \psi(r)$, когда извѣстенъ профиль геликоида $z = \Omega(R)$, и обратно, простой квадратурой.

Этимъ и закончимъ изученіе наложенія геликоидовъ и поверхностей вращенія.

§ 5. Наложеніе поверхностей съ постоянной положительной кривизной $\frac{1}{R^2}$.

Пусть имѣемъ двѣ такихъ поверхности. Отнесемъ ихъ къ системѣ криволинейныхъ координатъ перваго типа изъ разсмотрѣнныхъ на стр. 18. По § 1 гл. 1:

$$K = \frac{1}{R^2} = -\frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial^2 \sqrt{G}}{\partial u^2}.$$

Отсюда

$$\frac{\partial^2 \sqrt{G}}{\partial u^2} + \frac{\sqrt{G}}{R^2} = 0.$$

Интегрируя, получаемъ:

$$\sqrt{G} = C \sin \frac{u}{R} + C_1 \cos \frac{u}{R}.$$

Но въ нашемъ случаѣ быть должно:

$$\left(\frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u}\right)_{u=o} = 0 = \frac{C}{R},$$

$$(\sqrt{G})_{u=o} = 1 = C_1.$$

Поэтому линейные элементы нашихъ поверхностей приводятся къ одному и тому же виду:

$$ds^2 = du^2 + \cos^2 \frac{u}{R}\, dv^2,$$

чѣмъ и доказывается наложимость нашихъ поверхностей другъ на друга и на сферу радіуса R.

Если бы мы отнесли наши поверхности къ системѣ координатъ второго типа изъ разсмотрѣнныхъ на стр. 18, то имѣли бы

$$\left(\frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u}\right)_{u=o} = 1 = \frac{C}{R},$$

$$(\sqrt{G})_{u=o} = 0 = C_1,$$

и потому привели бы элементы къ одному и тому же виду:

$$ds^2 = du^2 + R^2 \sin^2 \frac{u}{R}\, dv^2.$$

Такъ какъ произвольную геодезическую линію на обѣихъ поверхностяхъ можно принять за линію $v = o$ (для обѣихъ системъ координатъ на стр. 18), то ясно, что наши поверхности налагаются такъ, что произвольная геодезическая линія одной изъ нихъ можетъ быть совмѣщена съ произвольной геодезической линіей другой поверхности.

Покажемъ теперь, какъ же на дѣлѣ найти формулы наложенія поверхности постоянной кривизны $\frac{1}{R^2}$, именно:

$$ds^2 = A^2du^2 + 2AB\cos\alpha\, du\, dv + B^2dv^2$$

на сферу радіуса R, т. е. какъ привести ds^2 къ виду:

$$ds_1{}^2 = dp^2 + \cos^2\frac{p}{R}\,dq^2.$$

Такимъ образомъ, мы еще разъ убѣдимся въ налагаемости на сферу радіуса R, а значитъ и другъ на друга, поверхностей постоянной положительной кривизны $\frac{1}{R^2}$.

Если введемъ новыя перемѣнныя по формуламъ:

$$e^{\mp\frac{iq}{R}}\sec\frac{p}{R} = e^{-\frac{ix}{R}},$$

$$e^{\mp\frac{iq}{R}}\operatorname{tg}\frac{p}{R} = \frac{y}{R},$$

гдѣ $i = \sqrt{-1}$, то элементъ $ds_1{}^2$ приметъ видъ:

$$ds_1{}^2 = dx^2 + e^{\frac{2ix}{R}}dy^2.$$

Положимъ:

$$dx = A\cos\varphi du + B\cos(\varphi+\alpha)\,dv,$$

$$\pm e^{\frac{ix}{R}}dy = A\sin\varphi du + B\sin(\varphi+\alpha)\,dv.$$

Условія полнаго дифференціала

$$\cos\varphi\frac{\partial A}{\partial v} - A\sin\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial v} = \cos(\varphi+\alpha)\frac{\partial B}{\partial u} - B\sin(\varphi+\alpha)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}+\frac{\partial\alpha}{\partial u}\right),$$

$$\sin\varphi\frac{\partial A}{\partial v} + A\cos\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial v} =$$

$$= \sin(\varphi+\alpha)\frac{\partial B}{\partial u} + B\cos(\varphi+\alpha)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}+\frac{\partial\alpha}{\partial u}\right) + \frac{i}{R}\left(A\sin\varphi\frac{\partial x}{\partial v} - B\sin(\varphi+\alpha)\frac{\partial x}{\partial u}\right),$$

послѣ замѣны $\frac{\partial x}{\partial u}$, $\frac{\partial x}{\partial v}$ ихъ выраженіями изъ dx, даютъ для опредѣленія пока неизвѣстной функціи φ:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} = \frac{-\frac{\partial A}{\partial v} + \cos\alpha \frac{\partial B}{\partial u}}{B \sin\alpha} - \frac{\partial \alpha}{\partial u} - \frac{iA \sin\varphi}{R} = M,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial v} = \frac{\frac{\partial B}{\partial u} - \cos\alpha \frac{\partial A}{\partial v}}{A \sin\alpha} - \frac{iB \sin(\varphi+\alpha)}{R} = N.$$

Такъ какъ для нашей поверхности (§ 1 гл. 1, g):

$$K = \frac{1}{R^2} = -\frac{1}{AB \sin\alpha}\left\{\frac{\partial^2 \alpha}{\partial u \partial v} + \frac{\partial}{\partial u}\frac{\frac{\partial B}{\partial u} - \cos\alpha \frac{\partial A}{\partial v}}{A \sin\alpha} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{\frac{\partial A}{\partial v} - \cos\alpha \frac{\partial B}{\partial u}}{B \sin\alpha}\right\},$$

то легко убѣдиться, что условіе Эйлера для интегрированія выраженія съ тремя дифференціалами:

$$d\varphi = M du + N dv$$

удовлетворяется. Значитъ дѣйствительно можно опредѣлить φ, а затѣмъ, найдя x и y, будемъ знать и формулы для перехода отъ координатъ p и q къ u и v. Формулы преобразованія будутъ заключать три произвольныя постоянныя (одна войдетъ при опредѣленіи φ, двѣ другихъ—при нахожденіи x и y).

Покажемъ теперь, что нахожденіе функціи φ зависитъ отъ интегрированія уравненія Рикатти. Для этого введемъ новое перемѣнное:

$$\Omega = tg \frac{\varphi}{2}.$$

Тогда изъ $\frac{\partial \varphi}{\partial u}$ и $\frac{\partial \varphi}{\partial v}$ получимъ уравненія Рикатти:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial u} = a\Omega^2 + b\Omega + c,$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v} = a'\Omega^2 + b'\Omega + c'.$$

Такъ какъ въ выраженіи

$$ds^2 = dp^2 + \cos^2 \frac{p}{R} dq^2$$

линія $p = o$ есть геодезическая, то изъ формулы преобразованія:

$$e^{\pm \frac{iq}{R}} tg \frac{p}{R} = \frac{y}{R}$$

вытекаетъ, что $y = o$ соотвѣтствуетъ геодезической линіи $p = o$. Изъ вида формулы

$$ds^2 = dx^2 + e^{\frac{2ix}{R}} dy^2$$

вытекаетъ, что вообще $y = const.$ соотвѣтствуетъ нѣкоторой системѣ геодезическихъ линій. Если прибавить еще, что выборъ $x = o$ на поверхности произволенъ, то можно сказать, что подъ видомъ $y = const.$ можно выразить всякую геодезическую линію. Поэтому дифференціальное уравненіе геодезической линіи на нашей поверхности можетъ быть написано въ видѣ:

$$A \sin \varphi \, du + B \sin (\varphi + \alpha) \, dv = o,$$

гдѣ φ имѣетъ значеніе, опредѣляемое изъ

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} = M, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial v} = N.$$

Понятно, что интегралъ этого уравненія, какъ и быть должно, заключаетъ два постоянныхъ (первое войдетъ при помощи φ). Понятно также, что мы можемъ высказать такое положеніе: *опредѣленіе геодезической линіи на поверхности съ постоянной кривизной* $\frac{1}{R^2}$ *зависитъ отъ интегрированія уравненія Рикатти.*

Опредѣлимъ всѣ поверхности вращенія, накладывающіяся на поверхность съ кривизной $\frac{1}{R^2}$.

Декартовы координаты всякой поверхности вращенія въ функціи дуги u меридіана можно написать такъ:

$$x = \Phi(u) \cos v, \quad y = \Phi(u) \sin v, \quad z = \int \sqrt{1 - \Phi'^2(u)} \, du.$$

Задача сводится къ опредѣленію функціи $\Phi(u)$ такъ, чтобы для элемента:

$$ds^2 = du^2 + \Phi^2(u) \, dv^2$$

было $K = \frac{1}{R^2}$. По § 1 гл. 1.

$$\frac{1}{R^2} = -\frac{1}{\Phi(u)} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u^2},$$

откуда интегрируя получаемъ:

$$\Phi = C \cos \left(\frac{u}{R} + C_1 \right),$$

а потому

$$ds^2 = du^2 + C^2 cos^2\left(\frac{u}{R} + C_1\right) dv^2,$$

$$x = C\cos\left(\frac{u}{R} + C_1\right)\cos v,$$

$$y = C\cos\left(\frac{u}{R} + C_1\right)\sin v,$$

$$z = \int \sqrt{1 - \frac{C^2}{R^2}\sin^2\left(\frac{u}{R} + C_1\right)}\, du.$$

Чтобы составить себѣ нѣкоторое понятіе о характерѣ наложенія поверхности вращенія на сферу, разсмотримъ элементъ

$$ds^2 = du^2 + h^2 \cos^2\frac{u}{R}\, dv^2.$$

Декартовы координаты этой поверхности могутъ быть написаны въ видѣ:

$$x = hk\cos\frac{u}{R}\cos\frac{v}{k}$$

$$y = hk\cos\frac{u}{R}\sin\frac{v}{k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

$$z = \int_0^u \sqrt{1 - \frac{h^2k^2}{R^2}\sin^2\frac{u}{R}}\, du.$$

Изъ послѣднихъ формулъ явствуетъ, что изучаемая поверхность вращенія имѣетъ меридіанъ, коего уравненіе дается эллиптическою зависимостью между z и $(x^2 + y^2)$.

Въ случаѣ $hk = R$ меридіанъ обращается въ кругъ, ибо тогда

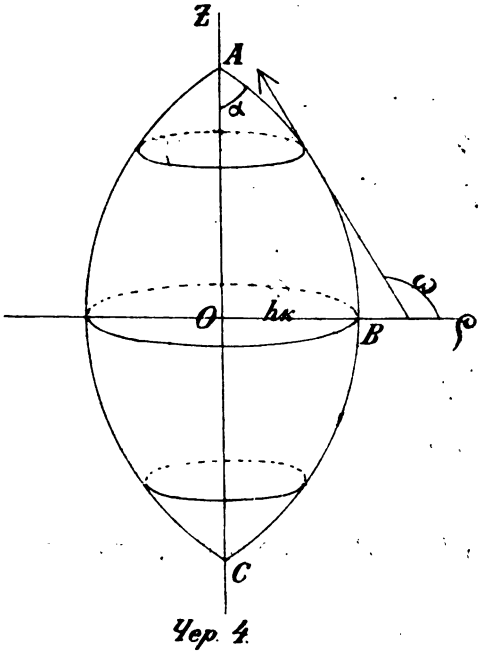
$$x = R\cos\frac{u}{R}\cos\frac{vh}{R}$$

$$y = R\cos\frac{u}{R}\sin\frac{vh}{R} \quad \ldots\ldots,\ldots\ldots (b)$$

$$z = R\sin\frac{u}{R}.$$

Изучимъ нѣсколько подробнѣе форму части меридіана для случая $hk < R$ и для случая $hk > R$. Радіусъ меридіана будемъ называть черезъ ρ.

Формулы (*a*) наст. §-фа показываютъ, что въ случаѣ $hk < R$ съ измѣненіемъ u отъ нуля до $\frac{\pi R}{2}$, ρ мѣняется отъ hk до 0 и z мѣняется отъ 0 до $z = 0'A = \int_0^{\frac{\pi R}{2}} \sqrt{1 - \frac{h^2k^2}{R^2} \sin^2 \frac{u}{R}}\, du < \frac{\pi R}{2}$, но $> R$.



Чер. 4.

Назовемъ черезъ ω уголъ касательной къ меридіану (считаемый въ направленіи возрастанія u) съ осью ρ; тогда:

$$tg\omega = \frac{dz}{d\rho} = \frac{\sqrt{1 - \frac{h^2k^2}{R^2} \sin^2 \frac{u}{R}}\, du}{-\frac{hk}{R} \sin \frac{u}{R}\, du} =$$

$$= \frac{\sqrt{1 - \frac{h^2k^2}{R^2} \sin^2 \frac{u}{R}}}{-\frac{hk}{R} \sin \frac{u}{R}} < 0,$$

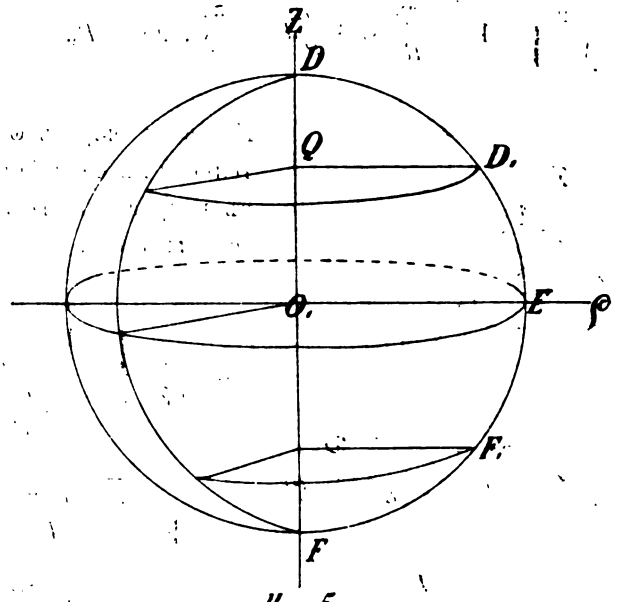
$$\cos \omega = -\frac{hk}{R} \sin \frac{u}{R},$$

$$\frac{d \cos \omega}{du} = -\frac{hk}{R^2} \cos \frac{u}{R} < 0.$$

Послѣднія формулы говорятъ, что меридіанъ обращенъ вогнутостью къ оси вращенія и имѣетъ форму, изображенную на чертежѣ 4-мъ. Въ точкѣ A меридіанъ встрѣчаетъ ось вращенія подъ угломъ $\alpha = arc \sin \frac{hk}{R}$.

Сферическій вырѣзокъ сферы (*b*) (см. черт. 5), получаемый вращеніемъ полукруга DEF около оси Z на уголъ $\frac{2k\pi h}{R}$, при наложеніи цѣликомъ закроетъ поверхность, образованную вращеніемъ на уголъ 2π около оси Z кривой ABC (параметры u и v измѣняются въ настоящемъ случаѣ отъ $u = o$ до $u = \frac{\pi R}{2}$, отъ $v = o$ до $v = 2k\pi$). Замѣтимъ, что $OA > O_1D = R$, т. е. при наложеніи нашей поверхности на сферу, первая сплющивается по оси вращенія (см. черт. 5).

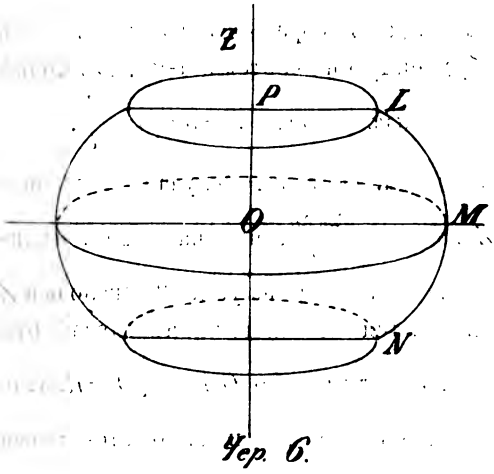
Формулы (*a*) наст. §-фа показываютъ далѣе, что въ случаѣ $hk > R$ съ измѣненіемъ u отъ нуля до $\varphi = R\,arc\,sin\,\frac{R}{hk}$, радіусъ ρ мѣняется отъ



Чер. 5.

hk до $hk\cos\frac{\varphi}{R} = hk\sqrt{1 - \frac{R^2}{h^2k^2}} = \sqrt{h^2k^2 - R^2}$, а z мѣняется отъ нуля до

$$z = OP = \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - \frac{h^2k^2}{R^2}\sin^2\frac{u}{R}}\,du < R\sin\frac{\varphi}{R}.$$



Чер. 6.

Какъ и въ предыдущемъ случаѣ меридіанъ обращенъ вогнутостью къ оси Z и имѣетъ форму, изображенную на чертежѣ 6-мъ.

Часть сферическаго пояса сферы (b), получаемая вращеніемъ дуги D_1EF_1 (см. черт. 5) около оси Z на уголъ $\frac{2\pi kh}{R}$ при наложеніи цѣликомъ покроетъ поверхность, образованную вращеніемъ на уголъ 2π около оси Z кривой LMN на черт. 6. Въ этомъ случаѣ параметры измѣняются: u отъ

нуля до $\varphi = R \arcsin \frac{R}{hk}$, v отъ нуля $2k\pi$. Замѣтимъ, что $OP < O_1Q$, ибо $OP < R \sin \frac{\varphi}{R}$, а $O_1Q = R \sin \frac{\varphi}{R}$, т. е. при наложеніи нашей поверхности на сферу первая растягивается по оси вращенія.

Найдемъ теперь всѣ геликоиды, налагаемые на сферу радіуса R. Станемъ искать функцію $\varphi(\rho)$ такъ, чтобы въ элементѣ геликоида (§ 3 гл. 1, b)

$$ds^2 = [1 + \varphi'^2(\rho)]\, d\rho^2 + 2m\varphi'(\rho)\, d\rho dv + (\rho^2 + m^2)\, dv^2$$

кривизна была равна $\frac{1}{R^2}$. По § 1 гл. 1 имѣемъ:

$$\frac{1}{R^2} = -\frac{1}{H}\frac{\partial}{\partial \rho}\frac{\rho}{H},$$

гдѣ

$$H^2 = \rho^2 + m^2 + \rho^2\varphi'^2(\rho).$$

Поэтому опредѣляемъ

$$\frac{\rho^2}{R^2} = -\frac{\rho^2}{H^2} + A.$$

Отсюда получимъ:

$$d\varphi = \sqrt{\frac{\rho^4 - m^2AR^2 + \rho^2(R^2 + m^2 - AR^2)}{\rho^2(AR^2 - \rho^2)}}\, d\rho.$$

Введя новое перемѣнное по формуламъ

$$\rho^2 - AR^2 = t^2,$$

легко замѣтить, что φ выражается эллиптическими интегралами. Декартовы координаты нашей поверхности напишутся въ видѣ:

$$x = \rho \cos v,\ y = \rho \sin v,\ z = \varphi(\rho) + mv.$$

Меридіанъ геликсида дается эллиптической зависимостью между z и ρ, на что указываетъ выраженіе $z = \varphi(\rho) + mv$ и выраженіе $d\varphi$.

Въ случаѣ $m = o$ получаемъ поверхность вращенія. Дифференціальное уравненіе ея меридіана есть:

$$\frac{dz}{d\rho} = \frac{d\varphi}{d\rho} = \sqrt{\frac{\rho^2 + R^2 - AR^2}{AR^2 - \rho^2}}$$

или обозначая $AR^2 - R^2 = a^2$:

$$\frac{dz}{d\rho} = \sqrt{\frac{a^2 - \rho^2}{\rho^2 - a^2 - R^2}}.$$

Поэтому линейный элементъ поверхности вращенія съ постоянной кривизной $\frac{1}{R^2}$ можно представить въ отличной отъ прежде данной, но къ ней приводимой формѣ (см. Darboux. I § 66):

$$ds^2 = \frac{R^2 d\rho^2}{a^2 + R^2 - \rho^2} + \rho^2 dv^2.$$

§ 6. Наложеніе поверхностей съ постоянной отрицательной кривизной $-\frac{1}{R^2}$.

Пусть имѣемъ двѣ такихъ поверхности. Отнесемъ ихъ къ системѣ криволинейныхъ координатъ перваго типа изъ разсмотрѣнныхъ на стр. 18. По § 1 гл. 1:

$$K = -\frac{1}{R^2} = -\frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial^2 \sqrt{G}}{\partial u^2}$$

и отсюда

$$\frac{\partial^2 \sqrt{G}}{\partial u^2} - \frac{\sqrt{G}}{R^2} = 0.$$

Интегрируя, получимъ (съ двумя произвольными функціями отъ v, какъ и на стр. 30 и 44):

$$\sqrt{G} = Ce^{\frac{u}{R}} + C_1 e^{-\frac{u}{R}}.$$

Но въ нашемъ случаѣ быть должно:

$$\left(\frac{\partial \sqrt{G}}{du}\right)_{u=o} = 0 = \frac{C - C_1}{R},$$

$$(\sqrt{G})_{u=o} = 1 = C + C_1.$$

Поэтому линейные элементы нашихъ поверхностей приводятся къ одному и тому же виду:

$$ds^2 = du^2 + \left(\frac{e^{\frac{u}{R}} + e^{-\frac{u}{R}}}{2}\right)^2 dv^2,$$

или, измѣняя обозначенія:

$$ds^2 = du^2 + \cosh^2 \frac{u}{R}\, dv^2,$$

чѣмъ и доказывается наложимость нашихъ поверхностей.

Если бы мы отнесли наши поверхности къ системѣ координатъ второго типа, изъ разсмотрѣнныхъ на стр. 18, то имѣли бы:

$$\left(\frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u}\right)_{u=o} = 1 = \frac{C - C_1}{R},$$

$$(\sqrt{G})_{u=o} = 0 = C + C_1,$$

и потому привели бы линейные элементы къ одному и тому же виду:

$$ds^2 = du^2 + R^2 \left(\frac{e^{\frac{u}{R}} - e^{-\frac{u}{R}}}{2}\right)^2 dv^2 = du^2 + R^2 \sinh^2 \frac{u}{R}\, dv^2.$$

Отнесемъ еще наши поверхности къ такой системѣ криволинейныхъ координатъ, чтобы параметръ v соотвѣтствовалъ геодезическимъ линіямъ, выходящимъ изъ безконечно удаленной точки на поверхности, а параметръ u—ортогональнымъ траэкторіямъ къ линіямъ v, и чтобы параметръ u выражалъ длину, отсчитанную подъ $v = const.$, а параметръ v—длину, отсчитанную по $u = o$. Въ линейномъ элементѣ: (см. стр. 17):

$$ds^2 = du^2 + \left(Ce^{\frac{u}{R}} + C_1 e^{-\frac{u}{R}}\right)^2 dv^2$$

функціи C и C_1 опредѣлимъ изъ условія, что при

$$u = -\infty$$

должно быть въ любыхъ предѣлахъ (v_0, v):

$$\int_{v_0}^{v} \sqrt{G}\, dv = 0.$$

Поэтому

$$(\sqrt{G})_{u=\infty} = 0 = 0 \,.\, C + C_1 \,.\, \infty.$$

Кромѣ того:

$$C + C_1 = 1.$$

Единственное возможное положеніе для существованія предыдущихъ равенствъ, при конечныхъ C и C_1, есть $C_1 = 0$, $C = 1$. Тогда будемъ

окончательно имѣть для обѣихъ поверхностей

$$ds^2 = du^2 + e^{\frac{2u}{R}} dv^2;$$

линіи u въ этой системѣ координатъ называются орициклами.

Такъ какъ произвольную геодезическую линію на обѣихъ поверхностяхъ можно принять, напримѣръ, за линію $u = 0$ первой системы координатъ, то заключаемъ, что поверхности наши налагаются такъ, что произвольная геодезическая линія одной изъ нихъ можетъ быть совмѣщена съ произвольной геодезической линіей другой поверхности.

Выше мы привели три вида, въ которыхъ можно представить линейный элементъ поверхности постоянной отрицательной кривизны,—какъ говорятъ—псевдосферической поверхности. Эти три типа соотвѣтственно называются такъ:

$$ds^2 = du^2 + e^{\frac{2u}{R}} dv^2 \text{ — типъ параболическій,}$$

$$ds^2 = du^2 + \cosh^2 \frac{u}{R} dv^2 \text{ — типъ гиперболическій,}$$

$$ds^2 = du^2 + R^2 \sinh^2 \frac{u}{R} dv^2 \text{ — типъ эллиптическій.}$$

Въ такой формѣ пользуется ими Bianchi. G. Darboux пишетъ ихъ въ нѣсколько иной формѣ:

$$ds^2 = R^2 (du^2 + e^{2u} dv^2),$$

$$ds^2 = R^2 \left[du^2 + \left(\frac{e^u + e^{-u}}{2} \right)^2 dv^2 \right],$$

$$ds^2 = R^2 \left[du^2 + \left(\frac{e^u - e^{-u}}{2} \right)^2 dv^2 \right].$$

Покажемъ теперь, какъ на самомъ дѣлѣ получить формулы наложенія псевдосферической поверхности

$$ds^2 = A^2 du^2 + 2AB \cos \omega \, du \, dv + B^2 dv^2,$$

съ кривизной $-\frac{1}{R^2}$, напримѣръ, на поверхность:

$$ds^2 = dp^2 + e^{\frac{2p}{R}} dq^2.$$

Этимъ путемъ мы еще разъ убѣдимся въ налагаемости псевдосферическихъ поверхностей (одной кривизны) другъ на друга.

Положимъ

$$dp = A\cos\varphi\,du + B\cos(\varphi+\alpha)\,dv,$$

$$\pm e^{\frac{p}{R}}\,dq = A\sin\varphi\,du + B\sin(\varphi+\alpha)\,dv.$$

Условія полнаго дифференціала

$$\cos\varphi\frac{\partial A}{\partial v} - A\sin\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial v} = \cos(\varphi+\alpha)\frac{\partial B}{\partial u} - B\sin(\varphi+\alpha)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}+\frac{\partial\alpha}{\partial u}\right),$$

$$\sin\varphi\frac{\partial A}{\partial v} + A\cos\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial v} =$$

$$= \sin(\varphi+\alpha)\frac{\partial B}{\partial u} + B\cos(\varphi+\alpha)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}+\frac{\partial\alpha}{\partial u}\right) + \frac{1}{R}\left(A\sin\varphi\frac{\partial p}{\partial v} - B\sin(\varphi+\alpha)\frac{\partial p}{\partial u}\right),$$

послѣ замѣны $\frac{\partial p}{\partial u}$, $\frac{\partial p}{\partial v}$ ихъ выраженіями изъ dp, дадутъ для опредѣленія пока неизвѣстной функціи φ:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u} = \frac{\frac{\partial A}{\partial v} + \cos\alpha\frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial\alpha}{\partial u} - \frac{A\sin\varphi}{R}}{B\sin\alpha} = M,$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial v} = \frac{\frac{\partial B}{\partial u} - \cos\alpha\frac{\partial A}{\partial v} - \frac{B\sin(\varphi+\alpha)}{R}}{A\sin\alpha} = N.$$

Такъ какъ для нашей поверхности (§ 1 гл. 1_2 g):

$$K = -\frac{1}{R^2} = -\frac{1}{AB\sin\alpha}\left\{\frac{\partial^2\alpha}{du\,dv} + \frac{\partial}{\partial u}\frac{\frac{\partial B}{\partial u} - \cos\alpha\frac{\partial A}{\partial v}}{A\sin\alpha} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{\frac{\partial A}{\partial v} - \cos\alpha\frac{\partial B}{\partial u}}{B\sin\alpha}\right\},$$

то легко убѣдиться, что условіе Эйлера для интегрированія выраженія съ тремя дифференціалами:

$$d\varphi = M\,du + N\,dv$$

удовлетворяется. Значитъ дѣйствительно можно опредѣлить φ, а затѣмъ и p и q. Формулы преобразованія будутъ заключать три произвольныя постоянныя (одна войдетъ при опредѣленіи φ, двѣ другихъ—при нахожденіи p и q).

Покажемъ теперь, что нахожденіе функціи φ зависитъ отъ интегрированія уравненія Рикатти.

Для этого введемъ новое перемѣнное:

$$\Omega = tg\frac{\varphi}{2}.$$

Тогда изъ $\frac{\partial\varphi}{\partial u}$ и $\frac{\partial\varphi}{\partial v}$ получимъ уравненія Рикатти:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial u} = a\Omega^2 + b\Omega + c,$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial v} = a'\Omega^2 + b'\Omega + c'.$$

Такъ какъ въ выраженіи

$$ds^2 = dp^2 + e^{\frac{2p}{R}}dq^2$$

линіи $q = const.$ суть геодезическія, то приравнивая постоянной величинѣ выраженіе q чрезъ перемѣнныя u и v, получимъ общее уравненіе геодезической линіи на данной поверхности. Иными словами, дифференціальное уравненіе геодезической линіи на данной поверхности можетъ быть написано такъ:

$$A\sin\varphi\,du + B\sin(\varphi + \alpha)\,dv = 0,$$

а дифференціальное уравненіе орициклов есть:

$$A\cos\varphi\,du + B\cos(\varphi + \alpha)\,dv = 0,$$

гдѣ φ имѣетъ значеніе, опредѣляемое изъ

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u} = M, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial v} = N.$$

Ясно, что мы въ правѣ высказать такое положеніе: *опредѣленіе геодезической линіи на поверхности съ постоянной отрицательной кривизной* $-\frac{1}{R^2}$ *зависитъ отъ интегрированія уравненія Рикатти.*

Опредѣлимъ всѣ поверхности вращенія, накладывающіяся на псевдосферическую поверхность съ кривизной $-\frac{1}{R^2}$.

Разсуждая, какъ на стр. 47, получимъ:

$$\Phi = Ce^{\frac{u}{R}} + C_1 e^{-\frac{u}{R}},$$

гдѣ C и C_1 произвольныя постоянныя, какъ и на стр. 33 и 47, а потому

$$ds^2 = du^2 + \left(Ce^{\frac{u}{R}} + C_1 e^{-\frac{u}{R}}\right)^2 dv^2.$$

$$x = \left(Ce^{\frac{u}{R}} + C_1 e^{-\frac{u}{R}}\right) \cos v,$$

$$y = \left(Ce^{\frac{u}{R}} + C_1 e^{-\frac{u}{R}}\right) \sin v,$$

$$z = \int \sqrt{1 - \frac{1}{R^2}\left(Ce^{\frac{u}{R}} - C_1 e^{-\frac{u}{R}}\right)^2}\, du.$$

Мы будемъ имѣть при $C = C_1$:

$$ds^2 = du^2 + n^2 \cosh^2 \frac{u}{R} dv^2;$$

при $C = -C_1$:

$$ds^2 = du^2 + n^2 \sinh^2 \frac{u}{R}\, dv^2;$$

при $C_1 = o$:

$$ds^2 = du^2 + n^2 e^{\frac{2u}{R}} dv^2.$$

Если C и C_1 одного знака, но не равны, тогда подстановка

$$u = u_1 + \frac{R}{2} \log \frac{C_1}{C}$$

приведетъ къ случаю $C = C_1$.

Если C и C_1 разныхъ знаковъ и численно не равны, то подстановка

$$u = u_1 + \frac{R}{2} \log\left(-\frac{C_1}{C}\right)$$

приведемъ къ случаю $C = -C_1$.

Составимъ себѣ нѣкоторое понятіе о видѣ поверхностей вращенія, соотвѣтствующихъ тремъ вышеуказаннымъ типамъ линейнаго элемента. Декартовы координаты этихъ поверхностей напишутся такъ:

Для гиперболическаго типа:

$$x = n \cosh \frac{u}{R} \cos v,$$

$$y = n \cosh \frac{u}{R} \sin v, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

$$z = \int_0^u \sqrt{1 - \frac{n^2}{R^2} \sinh^2 \frac{u}{R}}\, du.$$

Для эллиптическаго типа:

$$x = n \sinh \frac{u}{R} \cos v,$$

$$y = n \sinh \frac{u}{R} \cos v, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (b)$$

$$z = \int \sqrt{1 - \frac{n^2}{R^2} \cosh^2 \frac{u}{R}}\, du.$$

Для параболическаго типа:

$$x = ne^{\frac{u}{R}} \cos v,$$

$$y = ne^{\frac{u}{R}} \sin v, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (c)$$

$$z = \int \sqrt{1 - \frac{n^2}{R^2} e^{2\frac{u}{R}}}\, du.$$

Изучимъ нѣсколько подробнѣе форму части меридіана въ нашихъ трехъ случаяхъ. Радіусъ меридіана будемъ называть черезъ ρ.

Въ случаѣ гиперболическаго элемента формулы (a) показываютъ, что съ измѣненіемъ u отъ нуля до φ, гдѣ $\sinh \frac{\varphi}{R} = \frac{R}{n}$, ρ мѣняется отъ n до $\sqrt{n^2+R^2}$ и z мѣняется отъ нуля до $z = \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - \frac{n^2}{R^2} \sinh^2 \frac{u}{R}}\, du.$

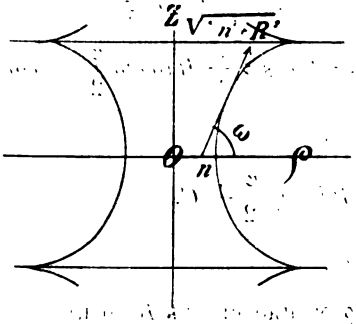
Назовемъ черезъ ω уголъ касательной къ меридіану съ осью ρ; тогда (u мѣняется отъ a до φ):

$$tg\,\omega = \frac{dz}{d\rho} = \frac{\sqrt{1 - \frac{n^2}{R^2}\sinh^2\frac{u}{R}}\,du}{\frac{n}{R}\sinh\frac{u}{R}\,du} = \frac{\sqrt{1 - \frac{n^2}{R^2}\sinh^2\frac{u}{R}}}{\frac{n}{R}\sinh\frac{u}{R}} > 0.$$

$$\cos\omega = \frac{n}{R}\sinh\frac{u}{R},$$

$$\frac{d\cos\omega}{du} = \frac{n}{R^2}\cosh\frac{u}{R} > 0.$$

Послѣднія формулы говорятъ, что разсматриваемая часть меридіана обращена выпуклостью къ оси вращенія и имѣетъ форму, изображенную на чертежѣ 7-мъ.



Чер 7.

Въ случаѣ эллиптическаго элемента формулы (b) показываютъ, что съ измѣненіемъ u отъ нуля до φ, гдѣ $\cosh\frac{\varphi}{R} = \frac{R}{n}$ (при чемъ здѣсь должно быть $R > n$ для дѣйствительной поверхности), ρ мѣняется отъ нуля до $\sqrt{R^2 - n^2}$, а z отъ нуля до

$$z = \int_0^{\varphi}\sqrt{1 - \frac{n^2}{R^2}\cosh^2\frac{u}{R}}\,du.$$

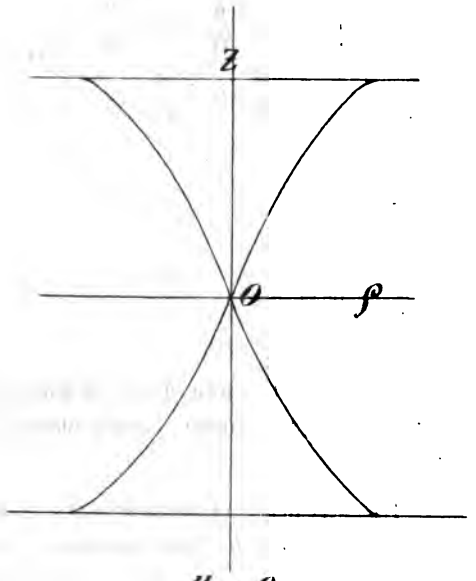
Назовемъ чрезъ ω уголъ касательной къ меридіану съ осью ρ; тогда (u мѣняется отъ 0 до φ):

$$tg\,\omega = \frac{dz}{d\rho} = \frac{\sqrt{1 - \frac{n^2}{R^2}\cosh^2\frac{u}{R}}\,du}{\frac{n}{R}\cosh\frac{u}{R}\,du} = \frac{\sqrt{1 - \frac{n^2}{R^2}\cosh^2\frac{u}{R}}}{\frac{n}{R}\cosh\frac{u}{R}} > 0,$$

$$\cos\omega = \frac{n}{R}\cosh\frac{u}{R},$$

$$\frac{d\cos\omega}{du} = \frac{n}{R^2}\sinh\frac{u}{R} > 0.$$

Послѣднія формулы говорятъ, что разсматриваемая часть меридіана обращена выпуклостью къ оси вращенія и имѣетъ форму, изображенную на черт. 8-мъ.



Чер. 8.

Въ точкѣ 0 меридіанъ встрѣчаетъ ось вращенія подъ угломъ $arc\,sin\frac{n}{R}$.

Въ случаѣ параболическаго элемента формулы (*c*) можно переписать, вводя новое перемѣнное $ne^{\frac{u}{R}} = R\sin\varphi$, такъ:

$$x = R\sin\varphi\cos v,$$

$$y = R\sin\varphi\sin v,$$

$$z = R\int\frac{\cos^2\varphi d\varphi}{\sin\varphi} =$$

$$= R\cos\varphi + R\log tg\frac{\varphi}{2} + const.$$

Декартовы координаты меридіана суть:

$$\rho = R\sin\varphi,\ z = R\cos\varphi + R\log tg\frac{\varphi}{2} + C.$$

Изслѣдуемъ видъ этой кривой (при $C = 0$).

Съ измѣненіемъ φ отъ $\frac{\pi}{2}$ до нуля ρ мѣняется отъ R до нуля, z мѣняется отъ нуля до $-\infty$; далѣе имѣемъ:

$$\frac{dz}{d\rho} = ctg\,\varphi > 0,$$

$$\frac{d}{d\rho}\frac{dz}{d\rho} = -\frac{1}{\sin^2\varphi} < 0.$$

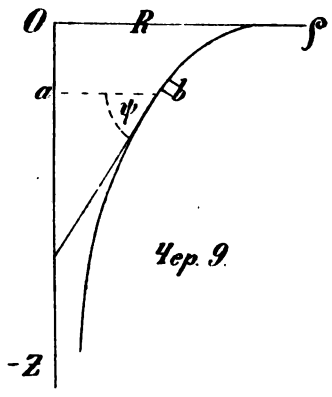
Предыдущія формулы говорятъ, что разсматриваемая часть меридіана обращена выпуклостью къ оси вращенія и имѣетъ форму, изображенную на чертежѣ 9-мъ.

Такъ какъ длина касательной къ нашей кривой между точкой касанія и осью Z есть

$$\frac{ab}{\cos\psi} = R\sin\varphi\,(1 + ctg^2\varphi)^{1/2} = R,$$

то кривая наша есть кривая постоянныхъ касательныхъ или *трактриса*.

Поверхность вращенія, образованная вращеніемъ трактрисы около ея ассимптоты Z, принадлежа къ псевдосферическимъ поверхностямъ вообще, въ частности называется *псевдосферою*.



Чер. 9.

Опредѣлимъ теперь всѣ геликоиды, налагаемые на поверхность постоянной отрицательной кривизны $-\frac{1}{R^2}$.

Станемъ искать функцію $\varphi(\rho)$ такъ, чтобы въ элементѣ геликоида (§ 3 гл. 1, *b*):

$$ds^2=[1+\varphi'^2(\rho)]d\rho^2+2m\varphi'(\rho)d\rho dv+(\rho^2+m^2)dv^2,$$

кривизна была $-\frac{1}{R^2}$. По § 1 гл. 1 имѣемъ:

$$-\frac{1}{R^2}=-\frac{1}{H}\frac{\partial}{\partial\rho}\frac{\rho}{H}$$

или послѣ интегрированія:

$$\frac{\rho^2}{R^2}=\frac{\rho^2}{H^2}+A.$$

Здѣсь обозначено

$$H^2=\rho^2+m^2+\rho^2\varphi'^2(\rho).$$

Изъ предыдущаго получаемъ:

$$d\varphi=\sqrt{\frac{m^2AR^2-\rho^4+\rho^2(R^2+AR^2-m^2)}{\rho^2(\rho^2-AR^2)}}\,d\rho.$$

Вводя новое перемѣнное по формулѣ

$$\rho^2-AR^2=t^2,$$

легко замѣтимъ, что φ выражается эллиптическими интегралами; слѣдовательно меридіанный профиль геликоида дается эллиптической зависимостью между z и ρ; Декартовы координаты поверхности напишутся въ видѣ:

$$x=\rho\cos v,\quad y=\rho\sin v,\quad z=\varphi(\rho)+mv.$$

Для частнаго случая, когда $A=0$, получимъ:

$$d\varphi=\sqrt{\frac{R^2-m^2-\rho^2}{\rho^2}}\,d\rho.$$

Полагая

$$\sqrt{R^2 - m^2}\sin\psi = \rho,$$

будемъ имѣть послѣ интегрированія

$$\varphi = \sqrt{R^2 - m^2}\left(\cos\psi + lg\,tg\,\frac{\psi}{2} + C\right).$$

Обозначая $\sqrt{R^2 - m^2}$ черезъ h, получимъ Декартовы координаты въ видѣ:

$$x = h\sin\psi\cos v,$$

$$y = h\sin\psi\sin v,$$

$$z = h\left(\cos\psi + lg\,tg\,\frac{\psi}{2} + C\right) + mv.$$

Полученный геликоидъ, очевидно, имѣетъ меридіанной кривой трактрису и носитъ названіе геликоида Дини.

Для случая, когда m нуль, общая формула геликоида даетъ поверхность вращенія; дифференціальное уравненіе ея меридіана есть:

$$\frac{d\varphi}{d\rho} = \frac{dz}{d\rho} = \sqrt{\frac{R^2 + AR^2 - \rho^2}{\rho^2 - AR^2}},$$

или обозначая $R^2 + AR^2 = a^2$:

$$\frac{dz}{d\rho} = \sqrt{\frac{a^2 - \rho^2}{\rho^2 - a^2 + R^2}}.$$

Поэтому линейный элементъ поверхности вращенія съ постоянной кривизной $-\frac{1}{R^2}$, можно представить въ отличной отъ прежде данной, но къ ней приводимой формѣ (см. Darboux. I, § 66):

$$ds^2 = \frac{R^2 d\rho^2}{\rho^2 - a^2 + R^2} + \rho^2 dv^2.$$

§ 7. Линейные элементы поверхностей постоянной кривизны въ формѣ Beltrami и въ симметрическихъ координатахъ.

Изученіе псевдосферическихъ поверхностей пріобрѣтаетъ особый интересъ потому, что на нихъ, какъ увидимъ ниже (§ 2, гл. 3), имѣетъ мѣсто геометрія двухъ измѣреній Лобачевскаго. Первымъ выяснилъ это важное обстоятельство итальянскій геометръ Beltrami. Beltrami въ своихъ

изслѣдованіяхъ пользуется особымъ видомъ элемента псевдосферической поверхности. Здѣсь мы и приведемъ линейные элементы поверхностей постоянной кривизны въ формѣ Beltrami. Рѣшимъ вмѣстѣ съ нимъ задачу: опредѣлить количества E, F, G въ линейномъ элементѣ поверхности такъ, чтобы геодезическая линія этой поверхности выражалась линейно черезъ параметры u и v.

Уравненіе (b, § 2 гл. 1) геодезической линіи, написанное въ развернутомъ видѣ, будетъ имѣть видъ:

$$v'' = Mv'^3 + Nv'^2 + Pv' + Q;$$

по условію задачи, полный съ двумя *произвольными* постоянными интегралъ этого уравненія есть:

$$v = au + b.$$

Послѣднее обстоятельство требуетъ, чтобы

$$M = o,\ N = o,\ P = o,\ Q = o.$$

На основаніи (b, § 2 гл. 1) два изъ этихъ соотношеній полностью напишутся такъ:

$$E\frac{\partial G}{\partial u} + G\frac{\partial E}{\partial u} - 2F\frac{\partial F}{\partial u} = \frac{\partial}{\partial u}(EG - F^2) = 3\left(E\frac{\partial G}{\partial u} - F\frac{\partial E}{\partial v}\right)$$
$$-F\frac{\partial E}{\partial u} + 2E\frac{\partial F}{\partial u} = E\frac{\partial E}{\partial v}. \qquad (a)$$

Умноживъ первую строку на E, вторую на F, и сложивъ, найдемъ:

$$(EG - F^2)\frac{\partial E}{\partial u} = 2E\left(E\frac{\partial G}{\partial u} - F\frac{\partial E}{\partial v}\right).$$

Замѣняя разность $\left(E\frac{\partial G}{\partial u} - F\frac{\partial E}{\partial v}\right)$ ея значеніемъ изъ перваго соотношенія, получимъ:

$$(EG - F^2)\frac{\partial E}{\partial u} - \frac{2E}{3}\frac{\partial}{\partial u}(EG - F^2) = 0.$$

Дѣля полученное равенство на

$$(EG - F^2)^{5/3}$$

и вводя обозначеніе

$$(EG - F^2) = S^{-3},$$

имѣемъ

$$\frac{\partial}{\partial u} ES^2 = 0.$$

Если бы мы преобразовали нашъ элементъ по формуламъ:

$$u = \beta u_1 + \gamma v_1, \quad v = -\alpha u_1 + \varepsilon v_1,$$

то и въ преобразованномъ элементѣ (въ которомъ $E_1 = E\beta^2 - 2F\alpha\beta + G\alpha^2$) должно выполняться соотношеніе:

$$\frac{\partial}{\partial u_1} \frac{E_1}{(E_1G_1 - F_1^2)^{2/3}} = \beta \frac{\partial}{\partial u} \frac{E_1}{(E_1G_1 - F_1^2)^{2/3}} - \alpha \frac{\partial}{\partial v} \frac{E_1}{(E_1G_1 - F_1^2)^{2/3}} = 0.$$

Вспоминая инваріантъ Θ (§ 1 гл. 1), мы, послѣ сокращенія на постоянный множитель, имѣемъ:

$$\beta \frac{\partial}{\partial u} E_1S^2 - \alpha \frac{\partial}{\partial v} E_1S^2 = 0.$$

Интегралъ этого дифференціальнаго уравненія есть:

$$E_1S^2 = f(\alpha u + \beta v).$$

Такъ какъ S не должно заключать *произвольныхъ* постоянныхъ α и β, то мы имѣемъ простое тождество:

$$(E\beta^2 - 2F\alpha\beta + G\alpha^2)S^2 = a(\alpha u + \beta v)^2 + 2(b'\alpha + c'\beta)(\alpha u + \beta v) + bx^2 + 2a'\alpha\beta + c\beta^2;$$

здѣсь a, b, c, a', b', c'—постоянныя величины.

Сравнивая коэффиціенты при α^2, $\alpha\beta$, β^2, находимъ:

$$E = S^{-2}(av^2 + 2c'v + c)$$

$$-F = S^{-2}(auv + b'v + c'u + a'),$$

$$G = S^{-2}(au^2 + 2b'u + b).$$

Далѣе опредѣляется S изъ соотношенія:

$$EG - F^2 = S^{-3} = S^{-4}\{(av^2 + 2c'v + c)(au^2 + 2b'u + b) - (auv + b'v + c'u + a')^2\}.$$

Итакъ искомый элементъ Beltrami найденъ въ самомъ общемъ видѣ.

Постараемся привести этотъ элементъ въ болѣе простой видъ. Положивъ:

$$v\sqrt{a}+\frac{c'}{\sqrt{a}}=\eta, \quad u\sqrt{a}+\frac{b'}{\sqrt{a}}=\xi \text{ *)},$$

мы получимъ элементъ въ формѣ:

$$ds_1{}^2=\frac{1}{a}\cdot\frac{(\eta^2+A)\,d\xi^2-2(\xi\eta+B)\,d\xi d\eta+(\xi^2+C)\,d\eta^2}{[A\xi^2-2B\xi\eta+C\eta^2+AC-B^2]^2}.$$

Формулами преобразованія вида

$$\xi=\xi_1\cos\varphi-\eta_1\sin\varphi,\ \eta=\xi_1\sin\varphi+\eta_1\cos\varphi$$

можно уничтожить въ заменателѣ элемента членъ съ произведеніемъ $\xi_1\eta_1$; тогда будемъ имѣть:

$$ds^2=\frac{1}{a}\cdot\frac{(\eta_1{}^2+A_1)\,d\xi_1{}^2-2\xi_1\eta_1 d\xi_1 d\eta_1+(\xi_1{}^2+C_1)\,d\eta_1{}^2}{[A_1\xi_1{}^2+C_1\eta_1{}^2+A_1C_1]^2}.$$

Полагая теперь

$$\xi_1\sqrt{A_1}=x,\ \eta_1\sqrt{C_1}=y,\ A_1C_1=\pm k^2,\ A_1C_1a=\pm\frac{1}{R^2},$$

получаемъ приведенные элементы Beltrami:

$$ds^2=R^2\,\frac{(y^2+k^2)\,dx^2-2xydxdy+(x^2+k^2)\,dy^2}{(x^2+y^2+k^2)^2},$$

$$ds^2=R^2\,\frac{(k^2-y^2)\,dx^2+2xydxdy+(k^2-x^2)\,dy^2}{(k^2-x^2-y^2)^2}.$$

Какъ указалъ Beltrami, формулы преобразованія

$$x=k\cos\frac{v}{R}\,ctg\frac{u}{R},\quad y=k\sin\frac{v}{R}\,ctg\frac{u}{R}$$

---

*) Указанное преобразованіе невозможно, если $a=0$; если и $b'=c'=0$, то мы очевидно имѣемъ поверхность нулевой кривизны; если же, при $a=0$ хоть одна изъ постоянныхъ b' и c' и хоть одна изъ b и c, напр. b, не нуль, то положеніемъ $u=\frac{1}{u'}$, $v=\frac{v'}{u'}$ мы приведемъ элементъ къ виду, подобному прежнему, но мѣсто a теперь займетъ b; если $a=b=c=0$, но одна изъ постоянныхъ b' и c', напр. b', не нуль, то употребимъ подстановку $u=\frac{1}{u'}-m$, $v=\frac{v'}{u'}$.

приводятъ первый элементъ къ извѣстному виду:

$$ds^2 = du^2 + \cos^2 \frac{u}{R}\, dv^2,$$

а формулы

$$x = k \operatorname{tg} h \frac{v}{R}, \quad y = \frac{k \operatorname{tg} h \frac{u}{R}}{\cos h \frac{v}{R}}$$

преобразуютъ второй элементъ къ формѣ:

$$ds^2 = du^2 + \cosh^2 \frac{u}{R}\, dv^2.$$

Ясно, что мы имѣемъ дѣло съ *поверхностями постоянной кривизны* *).

Для того случая, когда $AC - B^2 = 0$ при $A + C \gtrless 0$, положеніемъ

$$\sqrt{A+C}\xi = \sqrt{C}\xi_1 - \sqrt{A}\eta_1, \quad \sqrt{A+C}\eta + \sqrt{A}\xi_1 + \sqrt{C}\eta_1$$

мы приведемъ элементъ ds_1^2 къ формѣ элемента поверхности нулевой кривизны:

$$ds^2 = \frac{1}{a} \cdot \frac{(\eta_1 d\xi_1 - \xi_1 d\eta_1)^2 + (A+C)\, d\eta_1^2}{(A+C)^2 \eta_1^4} = \frac{1}{a(A+C)^2}\left(d\frac{\xi_1}{\eta_1}\right)^2 + \frac{1}{a(A+C)}\left(d\frac{1}{\eta_1}\right)^2.$$

При $AC - B^2 = 0$, когда и $A + C = 0$, положеніе

$$\xi = \xi_1 + \eta_1, \quad \eta = i(\xi_1 - \eta_1)$$

снова даетъ поверхность нулевой кривизны:

$$ds^2 = \frac{1}{a} \cdot \frac{A d\xi_1^2 - (\xi_1 d\eta_1 - \eta_1 d\xi_1)^2}{4A^2 \xi_1^4}.$$

Въ предыдущемъ изложеніи мы съ самаго начала предполагали коэффиціентъ F въ искомомъ элементѣ отличнымъ отъ нуля. Для случая $F=0$

---

*) Въ гл. 3 мы увидимъ, что, напр., для предпослѣдняго элемента геодезическая линія выражается такъ: $\alpha \sin \frac{v}{R} + \beta \cos \frac{v}{R} = tg \frac{u}{R}$; такимъ образомъ мы провѣряемъ, что въ формѣ Beltrami геодезическая линія выражается линейно чрезъ x и y

соотношенія (a) наст. §-фа и другія два имъ аналогичныя, суть:

$$2E\frac{\partial G}{\partial u} = G\frac{\partial E}{\partial u}, \quad \frac{\partial E}{\partial v} = 0,$$

$$2G\frac{\partial E}{\partial v} = E\frac{\partial G}{\partial u}, \quad \frac{\partial G}{\partial u} = 0:$$

отсюда видно, что E и G—постоянныя величины. Ясно, что мы имѣемъ дѣло съ развертывающейся поверхностью.

Въ нѣкоторыхъ изслѣдованіяхъ при наложеніи поверхности постоянной кривизны приводятъ ихъ элементы къ „симметрическимъ координатамъ“, т. е. къ виду

$$ds^2 = 2Fdudv.$$

Опредѣлимъ же видъ функція F такимъ образомъ, чтобы кривизна поверхности была постоянна и равна $-c^2$.

По (§ 1 гл. 1, h) F опредѣляется изъ уравненія Ліувилля:

$$K = -\frac{1}{F}\frac{\partial^2 lgF}{\partial u\partial v} = -c^2.$$

Общій интегралъ такого уравненія заключаетъ двѣ произвольныя функціи и, какъ извѣстно, есть: (см. Jordan: Cours d'Analyse, t. 3, § 278 и Monge: Application de l'analyse á la géométrie, Paris, 1850. Note IV de M. Liouville, page 597).

$$F = \frac{2\varphi'(u)\psi'(v)}{c^2[\varphi(u)+\psi(v)]^2}.$$

Поэтому, послѣ простой замѣны параметровъ, элементъ нашей поверхности принимаетъ видъ:

$$ds^2 = \frac{4.d\varphi.d\psi}{c^2(\varphi+\psi)^2}.$$

Для случая поверхности нулевой кривизны изъ

$$\frac{\partial^2 lgF}{\partial u\partial v} = 0$$

найдемъ легко послѣ замѣны параметровъ:

$$ds^2 = d\alpha \,.\, d\beta.$$

Если мы пожелаемъ, напримѣръ, привести на самомъ дѣлѣ элементъ по верхности съ постоянной кривизной $-c^2$:

$$ds^2 = du^2 + (ae^{cu} + be^{-cu})^2\, dv^2 = du^2 + \varphi^2 dv^2$$

къ симметрическимъ координатамъ, то поступимъ такъ.

Выведемъ прежде всего одно тождество. Такъ какъ:

$$\int\frac{du}{\varphi} = \int\frac{du}{ae^{cu}+be^{-cu}} = \frac{1}{ac}\int\frac{de^{cu}}{e^{2cu}+\frac{b}{a}} = \frac{1}{2ic\sqrt{ab}}\,log\,\frac{e^{cu}-i\sqrt{\frac{b}{a}}}{e^{cu}+i\sqrt{\frac{b}{a}}},$$

то имѣемъ:

$$e^{\omega} = e^{2ic\sqrt{ab}\int\frac{du}{\varphi}} = \frac{e^{cu}-i\sqrt{\frac{b}{a}}}{e^{cu}+i\sqrt{\frac{b}{a}}},$$

и отсюда:

$$e^{\omega}-e^{-\omega} = \frac{e^{cu}-i\sqrt{\frac{b}{a}}}{e^{cu}+i\sqrt{\frac{b}{a}}} - \frac{e^{cu}+i\sqrt{\frac{b}{a}}}{e^{cu}-i\sqrt{\frac{b}{a}}} = \frac{-4i\sqrt{\frac{b}{a}}\,e^{cu}}{e^{2cu}+\frac{b}{a}} = -\frac{4i\sqrt{ab}}{\varphi},$$

значитъ:

$$\varphi^2 = \frac{-16ab}{(e^{\omega}-e^{-\omega})^2}.$$

Перейдемъ теперь къ самому преобразованію элемента ds^2 къ симметрическимъ координатамъ; имѣемъ:

$$ds^2 = \varphi^2 d\left(v + i\int\frac{du}{\varphi}\right) d\left(v - i\int\frac{du}{\varphi}\right) =$$

$$= \frac{\varphi^2 . e^{-4c\sqrt{ab}\,v}}{4c^2ab}\, de^{2c\sqrt{ab}\left(v+i\int\frac{du}{\varphi}\right)}\, de^{2c\sqrt{ab}\left(v-i\int\frac{du}{\varphi}\right)}.$$

Воспользовавшись выведеннымъ тождествомъ, получаемъ:

$$ds^2 = \frac{-4e^{-4c\sqrt{ab}\,v}}{c^2(e^{\omega}-e^{-\omega})^2}\,dv\,e^{2c\sqrt{ab}\left(v+i\int\frac{du}{\varphi}\right)}\,dv\,e^{2c\sqrt{ab}\left(v-i\int\frac{du}{\varphi}\right)} =$$

$$= -\frac{4}{c^2}\cdot\frac{dv\,e^{2c\sqrt{ab}\left(v+i\int\frac{du}{\varphi}\right)}\,.\,dv\,e^{2c\sqrt{ab}\left(v-i\int\frac{du}{\varphi}\right)}}{\left[e^{2c\sqrt{ab}\left(v+i\int\frac{du}{\varphi}\right)}-e^{2c\sqrt{ab}\left(v-i\int\frac{du}{\varphi}\right)}\right]^2}.$$

Если теперь примемъ частныя формулы преобразованія:

$$\alpha = e^{2c\sqrt{ab}\left(v+i\int\frac{du}{\varphi}\right)},$$

$$\beta = e^{2c\sqrt{ab}\left(v-i\int\frac{du}{\varphi}\right)},$$

то получимъ:

$$ds^2 = -\frac{4}{c^2}\cdot\frac{d\alpha\,.\,d\beta}{(\alpha-\beta)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ (b)$$

Если бы у насъ было $b=o$, то мы имѣли бы:

$$ds^2 = du^2 + a^2e^{2cu}\,dv^2 = a^2e^{2cu}d\left(v+\frac{i}{ca}e^{-cu}\right).d\left(v-\frac{i}{ca}e^{-cu}\right),$$

и положивъ

$$v+\frac{i}{ca}\,e^{-cu} = \alpha,$$

$$v-\frac{i}{ca}\,e^{-cu} = \beta,$$

получили бы опять:

$$ds^2 = -\frac{4}{c^2}\cdot\frac{d\alpha\,.\,d\beta}{(\alpha-\beta)^2}.$$

§ 8. Общій случай наложенія поверхностей.

Мы говорили уже раньше (§ 2 гл. 2), что *равенство Гауссовой кривизны въ соотвѣтственныхъ точкахъ есть необходимое условіе для наложенія поверхностей.* Перейдемъ теперь къ изложенію способа, позволяю-

щаго судить, когда это условіе достаточно, т. е. укажемъ, какъ узнать, налагаются ли двѣ заданныя своими элементами поверхности или нѣтъ. Мы исключимъ здѣсь изъ разсмотрѣнія выше изученный случай поверхностей постоянной кривизны.

Итакъ, для наложенія поверхностей ds^2 и $ds_1{}^2$ необходимо

$$K = K_1.$$

По свойству инваріантности дифференціальныхъ параметровъ необходимо должно быть и:

$$\Delta K = \Delta K_1, \quad \Delta(\Delta K) = \Delta(\Delta K_1), \quad \nabla(K, \Delta K) = \Delta(K_1, \Delta K_1);$$

пока оставляемъ въ сторонѣ возможный случай, когда ΔK и ΔK_1 обращаются въ одну и ту же функцію отъ K и K_1. Понятно, что для наложенія *необходимо*, чтобы опредѣленные изъ $K = K_1$, $\Delta K = \Delta K_1$ параметры u и v обращали въ тождества соотношенія:

$$\Delta(\Delta K) = \Delta(\Delta K_1), \quad \nabla(K, \Delta K) = \nabla(K_1, \Delta K_1).$$

Покажемъ, что указанное условіе и *достаточно* для наложенія.

Замѣняя въ „*инваріантной*“ формѣ линейнаго элемента, данной на стр. 7-й, параметры u и v черезъ K и ΔK, будемъ имѣть для нашихъ поверхностей:

$$ds^2 = \frac{\Delta(\Delta K)\, dK^2 - 2\nabla(K, \Delta K)\, dK d\Delta K + \Delta K d\Delta K^2}{\Delta K \cdot \Delta(\Delta K) - \nabla(K, \Delta K)^2} \quad \ldots\ldots (a)$$

$$ds_1{}^2 = \frac{\Delta(\Delta K_1) dK_1{}^2 - 2\nabla(K_1, \Delta K_1) dK_1 d\Delta K_1 + \Delta K_1 d\Delta K_1{}^2}{\Delta K_1 \cdot \Delta(\Delta K_1) - \nabla(K, \Delta K_1)^2}.$$

Видъ этихъ выраженій и подтверждаетъ справедливость высказаннаго выше положенія.

Если

$$\Delta K = f(K), \quad \Delta K_1 = f(K_1),$$

то преобразованіе элементовъ къ виду (a) теряетъ смыслъ, ибо K и ΔK не могутъ быть приняты за *двѣ* системы координатныхъ параметровъ Гаусса. Тогда прибѣгаемъ къ необходимо существующимъ при наложеніи соотношеніямъ

$$\Delta_2 K = \Delta_2 K_1, \quad \Delta(\Delta_2 K) = \Delta(\Delta_2 K_1), \quad \nabla(K, \Delta_2 K) = \nabla(K_1, \Delta_2 K_1);$$

пока оставляемъ въ сторонѣ возможный случай, когда $\Delta_2 K$ и $\Delta_2 K_1$ обращаются въ одну и туже функцію отъ K и K_1. Замѣняя въ „*инваріант-*

ной" формѣ элемента, данной на стр. 7, параметры u и v черезъ K и $\Delta_2 K$, имѣемъ:

$$ds^2 = \frac{\Delta(\Delta_2 K)dK^2 - 2\nabla(K, \Delta_2 K)dK d\Delta_2 K + \Delta K d\Delta_2 K^2}{\Delta K . \Delta(\Delta_2 K) - \nabla^2(K, \Delta_2 K)}.$$

Ясно, что для наложенія *необходимо и достаточно,* чтобы опредѣленные изъ $K = K_1$, $\Delta_2 K = \Delta_2 K_1$ параметры u и v обращали въ тождества соотношенія

$$\Delta(\Delta_2 K) = \Delta(\Delta_2 K_1),\ \nabla(\Delta K, \Delta_2 K) = \nabla(K_1, \Delta_2 K_1).$$

Указавъ общій планъ изслѣдованія для случая $\Delta K = f(K)$, познакомимся теперь поближе съ характеромъ линейнаго элемента поверхности, для которой указанное соотношеніе имѣетъ мѣсто и иначе выразимъ условіе налагаемости двухъ такихъ поверхностей. Если преобразовать нашъ элементъ къ новымъ параметрамъ, принявъ за таковыя $K = K(u, v)$ и $\psi = \psi(u, v)$, гдѣ ψ выражаетъ ортогональныя траэкторіи къ K, [такъ что по § 2 гл. 1 $\nabla(K, \psi) = 0$], то согласно съ *„инваріантной"* формой элемента, данной на стр. 7, мы найдемъ:

$$ds^2 = \frac{dK^2}{\Delta K} + \frac{d\psi^2}{\Delta\psi} = \frac{dK^2}{f(K)} + \frac{d\psi^2}{\Delta\psi}.$$

То обстоятельство, что кривизна послѣдняго элемента должна быть K, даетъ намъ возможность составить общее выраженіе для $\Delta\psi$ черезъ K и ψ; сдѣлаемъ это.

По § 1 гл. 1, имѣемъ:

$$K = -\sqrt{f(K)\Delta\psi}\,\frac{\partial}{\partial K}\left\{\sqrt{f(K)}\,\frac{\partial}{\partial K}\frac{1}{\sqrt{\Delta\psi}}\right\}.$$

Полагая

$$p = \sqrt{f(K)\Delta\psi}\,\frac{\partial}{\partial K}\frac{1}{\sqrt{\Delta\psi}},$$

можемъ написать:

$$K = -\sqrt{f(K)\Delta\psi}\,\frac{\partial}{\partial K}\left\{\frac{p}{\sqrt{\Delta\psi}}\right\} = -\sqrt{f(K)}\,\frac{dp}{\partial K} - p^2.$$

Займемся-же теперь интегрированіемъ послѣдняго уравненія съ частной производной; положимъ:

$$p = z + \frac{\varphi'(K)\sqrt{f(K)}}{\omega\varphi'(K)\sqrt{f(K)} + \varphi(K)},$$

гдѣ z и φ пока неизвѣстныя функція *отъ* K, а ω—новая, подлежащая опредѣленію функція отъ K и ψ.

Подстановка вмѣсто p и $\frac{\partial p}{\partial K}$ ихъ значеній въ дифференціальное уравненіе даетъ послѣ упрощеній:

$$\left(z^2+\sqrt{f}\frac{dz}{dK}+K\right)\left(\omega+\frac{\varphi}{\varphi'\sqrt{f}}\right)^2+2z\left(\omega+\frac{\varphi}{\varphi'\sqrt{f}}\right)-\sqrt{f}\cdot\frac{\partial\omega}{\partial K}+$$

$$+\frac{\varphi}{\varphi'}\frac{d}{dK}log\,(\varphi'\sqrt{f})=0.$$

Если опредѣлимъ z изъ уравненія:

$$z^2+\sqrt{f(K)}\frac{dz}{dK}+K=0,$$

а $\psi(K)$ изъ:

$$-2z=\sqrt{f(K)}\frac{d}{dK}\,log[\varphi'(K)\sqrt{f(K)}],$$

то предыдущее дифференціальное уравненіе можно будетъ переписать такъ:

$$\frac{\partial}{\partial K}log\,\omega+\frac{d}{dK}log\,[\varphi'(K)\sqrt{f(K)}]=0.$$

Отсюда послѣ интегрированія находимъ:

$$\omega\varphi'(K)\sqrt{f(K)}=\chi(\psi),$$

а значитъ

$$p=-\frac{\sqrt{f(K)}}{2}\frac{d}{dK}\,log\,[\varphi'(K)\sqrt{f(K)}]+\frac{\varphi'(K)\sqrt{f(K)}}{\varphi(K)+\chi(\psi)},$$

и поэтому

$$\frac{\varphi'(K)}{\varphi(K)+\chi(\psi)}-\frac{1}{2}\frac{d}{dK}\,log\,[\varphi'(K)\sqrt{f(K)}]=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\Delta\psi}}}\frac{\partial}{\partial K}\sqrt{\frac{1}{\Delta\psi}}.$$

Окончательное интегрированіе наконецъ даетъ:

$$\sqrt{\frac{1}{\Delta\psi}}=\frac{[\varphi(K)+\chi(\psi)]}{[\varphi'(K)\sqrt{f(K)}]^{\frac{1}{2}}}\cdot\Omega(\psi).$$

Поэтому линейный элементъ поверхности, для которой $\Delta K = f(K)$, можетъ быть приведенъ къ виду:

$$ds^2 = \frac{dK^2}{f(K)} + \frac{[\varphi(K) + \varphi_1(\psi)]^2}{\varphi'(K)\sqrt{f(K)}}\, d\psi^2, \quad \ldots\ldots (b)$$

гдѣ

$$\varphi = A + B\int e^{-\int \frac{2z}{\sqrt{f(K)}} dK} \frac{}{\sqrt{f(K)}}\, dK,\ z^2 + \frac{dz}{dK}\sqrt{f(K)} + K = 0.$$

Видъ полученнаго выше элемента ds^2 показываетъ, что въ случаѣ $\Delta K = f(K)$ поверхность ds^2 можетъ быть наложена на поверхность нѣсколько болѣе общаго типа, чѣмъ поверхность вращенія; двѣ же поверхности ds^2 и $ds_1{}^2$ при условіи $\Delta K = f(K)$, $\Delta K_1 = f(K_1)$ накладываются тогда, когда ихъ элементы можно привести къ одному и тому же виду (послѣднее обстоятельство не всегда, конечно, имѣетъ мѣсто благодаря разнообразію въ характерѣ функціи $\varphi_1(\psi)$; приведеніе элемента ds^2 къ къ виду (b) *зависитъ отъ интегрированія уравненія Рикатти* (относительно z).

Обратимся теперь къ изученію случая, когда при

$$\Delta K = f(K), \quad \Delta K_1 = f(K_1)$$

и

$$\Delta_2 K = f_1(K), \quad \Delta_2 K_1 = f_1(K_1).$$

Теперь преобразованіе элементовъ къ виду (a) снова теряетъ смыслъ, ибо $\Delta_2 K = \Delta_2(K_1)$ не даетъ ничего новаго отличнаго отъ $K = K_1$. Легко показать, что въ этомъ случаѣ наши *поверхности суть наложимыя другъ на друга поверхности вращенія.* Для доказательства посмотримъ, въ какомъ случаѣ возможно, чтобы опредѣленное для элемента (b) $\Delta_2 K$ оказалось функціей отъ K, и опредѣлимъ видъ этой функціи $f_1(K)$. По § 1 гл. 1:

$$\Delta_2 K = f_1(K) = \sqrt{f(K)\Delta\psi}\, \frac{\partial}{\partial K}\sqrt{\frac{f(K)}{\Delta\psi}}.$$

Раздѣляя на $\Delta K = f(K)$ и интегрируя, находимъ:

$$e^{\int \frac{f_1(K)}{f(K)} dK} = Fonct(K) = \sqrt{\frac{f(K)}{\Delta\psi}}\, t(\psi) = \sqrt{f(K)}\, t(\psi)\, \frac{[\varphi(K) + \varphi_1(\psi)]}{\varphi'^{\frac{1}{2}}(K) f^{\frac{1}{4}}(K)}$$

Послѣднее равенство возможно лишь если:

$$\varphi_1(\psi) = \text{пост.} = a, \quad t(\psi) = \text{пост.} = b.$$

Въ такомъ случаѣ

$$\Delta_2 K = f_1(K) = f(K) \frac{d}{dK} log \left\{ \frac{[\varphi(K)+a]\sqrt[4]{f(K)}}{\sqrt{\varphi'(K)}} \right\}$$

и

$$ds^2 = \frac{dK^2}{f(K)} + \frac{[\varphi(K)+a]^2}{\varphi'(K)\sqrt{f(K)}} d\psi^2 = \frac{dK^2}{f(K)} + \frac{1}{f(K)} e^{2\int \frac{f_1(K)}{f(K)} dK} . d\Phi^2.$$

Такъ какъ и для поверхности ds_1^2, въ силу $\Delta K_1 = f(K_1)$ и $\Delta_2 K_1 = f_1(K_1)$, мы аналогично найдемъ:

$$ds_1^2 = \frac{dK_1^2}{f(K_1)} + \frac{1}{f(K_1)} e^{2\int \frac{f_1(K_1)}{f(K_1)} dK_1} d\Phi_1^2,$$

то ясно, что мы имѣемъ дѣло съ наложимыми поверхностями вращенія.

Замѣтимъ здѣсь, что случая

$$\Delta_2 K = \text{Постоян.} = n,$$

при

$$\Delta K = \text{Постоян.} = m$$

быть не можетъ, ибо тогда мы получили бы поверхность постоянной кривизны:

$$ds^2 = \frac{dK^2}{m} + \frac{1}{m} e^{2\frac{n}{m}K} d\Phi^2,$$

а всѣ предыдущія соображенія предполагали, что данная поверхность ds^2 не есть поверхность постоянной кривизны.

Чтобы покончить съ общей теоріей, обратимъ вниманіе еще на слѣдующее обстоятельство.

Можетъ случиться, что для двухъ данныхъ поверхностей ds^2 и ds_1^2 существуютъ системы линій $\varphi(u, v) = const.$ и $\psi(u_1, v_1) = const.$ такія, что

$$\Delta\varphi = f(\varphi), \ \Delta_2\varphi = f_1(\varphi), \ \Delta\psi = f(\psi), \ \Delta_2\varphi = f_1(\psi).$$

Покажемъ, что мы имѣемъ дѣло съ наложимыми поверхностями вра-

щенія. Въ самомъ дѣлѣ, можно написать по формулѣ § 2 гл. 1, *b*:

$$ds^2 = \frac{d\varphi^2}{f(\varphi)} + \frac{1}{f(\varphi)}\left[\frac{E\frac{\partial\varphi}{\partial v} - F\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{H}du + \frac{F\frac{\partial\varphi}{\partial v} - G\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{H}dv\right]^2.$$

Покажемъ прежде всего, что выраженіе въ большихъ скобкахъ допускаетъ при нашихъ условіяхъ интегрирующій множитель μ, какъ функцію отъ φ.

Составляя уравненіе для опредѣленія μ въ этомъ предположеніи, мы имѣемъ:

$$\frac{E\frac{\partial\varphi}{\partial v} - F\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{H}\frac{d\mu}{d\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial v} - \frac{F\frac{\partial\varphi}{\partial v} - G\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{H}\frac{d\mu}{d\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial u} +$$

$$+ \mu\frac{\partial}{\partial v}\left[\frac{E\frac{\partial\varphi}{\partial v} - F\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{H}\right] - \mu\frac{\partial}{\partial u}\left[\frac{F\frac{\partial\varphi}{\partial v} - G\frac{\partial\psi}{\partial u}}{H}\right] = 0.$$

По раздѣленіи на H, это уравненіе можетъ быть переписано въ слѣдующей формѣ:

$$\frac{d\mu}{d\varphi}\Delta\varphi + \mu\Delta_2\varphi = 0.$$

Отсюда μ дѣйствительно опредѣляется въ функціи φ:

$$\mu = e^{-\int\frac{\Delta_2\varphi}{\Delta\varphi}d\varphi} = e^{-\int\frac{f_1(\varphi)}{f(\varphi)}d\varphi}.$$

Въ такомъ случаѣ называя черезъ Φ:

$$\Phi = \int e^{-\int\frac{f_1(\varphi)}{f(\varphi)}d\varphi}\left\{\frac{E\frac{\partial\varphi}{\partial v} - F\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{H}du + \frac{F\frac{\partial\varphi}{\partial v} - G\frac{\partial\varphi}{\partial u}}{H}dv\right\},$$

будемъ имѣть:

$$ds^2 = \frac{d\varphi^2}{f(\varphi)} + \frac{1}{f(\varphi)}e^{2\int\frac{f_1(\varphi)}{f(\varphi)}d\varphi}d\Phi^2.$$

Для второй поверхности ds_1^2 мы аналогично найдемъ:

$$ds_1^2 = \frac{d\psi^2}{f(\psi)} + \frac{1}{f(\psi)}e^{2\int\frac{f_1(\psi)}{f(\psi)}d\psi}d\Phi_1^2.$$

Ясно, что поверхности наши налагаются на одну и ту же поверхность вращенія (и что $\varphi(u, v)$ есть функція отъ кривизны K).

При рѣшеніи тѣхъ или иныхъ частныхъ вопросовъ изъ области наложенія поверхностей иногда удается доходить до результатовъ помимо общей теоріи. Рѣшимъ здѣсь въ видѣ примѣра вопросъ: можно-ли наложить поверхность:

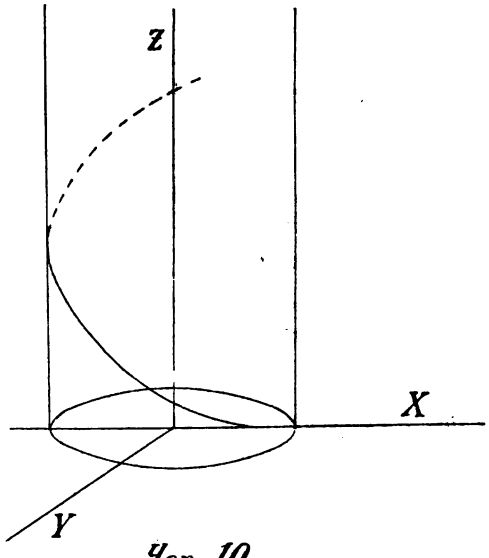
$$x \cos \frac{z}{k} + y \sin \frac{z}{k} = k \operatorname{ctg} \omega$$

на поверхность вращенія.

Положимъ $z = kv$; тогда:

$$x \cos v + y \sin v = k \operatorname{ctg} \omega.$$

Отсюда видно, что наша поверхность образована движеніемъ прямой линіи, остающейся параллельною плоскости xy и касающейся цилиндра $x^2 + y^2 = k^2 \operatorname{ctg}^2 \omega$ въ точкахъ лежащаго на немъ гелиса (см. черт. 10):



Чер. 10

$$x = k \operatorname{ctg} \omega \cos v,$$
$$y = k \operatorname{ctg} \omega \sin v,$$
$$z = kv.$$

Ясно, что координаты нашей поверхности можно представить въ слѣдующемъ видѣ (причемъ значеніе параметровъ u и v показано на чертежѣ 11-мъ):

$$x = k \operatorname{ctg} \omega \cos v + u \sin v,$$
$$y = k \operatorname{ctg} \omega \sin v - u \cos v,$$
$$z = kv.$$

Линейный элементъ изучаемой поверхности напишется такъ:

$$ds^2 = (k^2 \operatorname{ctg}^2 \omega + k^2 + u^2)\, dv^2 - 2k \operatorname{ctg} \omega\, du dv + du^2.$$

Если его переписать такъ:

$$ds^2 = (k^2 + u^2)\, dv^2 + (du - k \operatorname{ctg} \omega\, dv)^2,$$

то называя $u - k \operatorname{ctg} \omega\, v = u_1$, будемъ имѣть нашъ элементъ въ видѣ, соотвѣтствующемъ линейчатой поверхности (а такова и есть наша по-

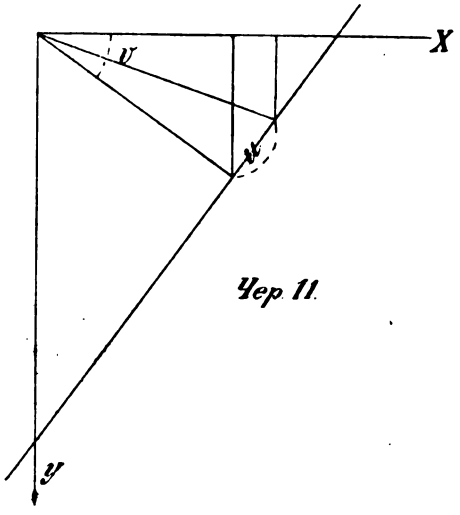
верхность):

$$ds^2 = du_1^2 + [(u_1 + k\,ctg\,\omega\,.\,v)^2 + k^2]\,dv^2.$$

Перепишемъ теперь нашъ элементъ иначе, такъ:

$$ds^2 = \left(u^2 + \frac{k^2}{sin^2\omega}\right) dv^2 - 2k\,ctg\,\omega\,du dv + du^2 =$$

$$= \left(u^2 + \frac{k^2}{sin^2\omega}\right)\left[dv - \frac{k\,ctg\,\omega\,du}{u^2 + \frac{k^2}{sin^2\omega}}\right]^2 + du^2\left[1 - \frac{k^2 ctg^2\omega}{u^2 + \frac{k^2}{sin^2\omega}}\right].$$



Чер. 11.

Положимъ

$$dv - \frac{k\,ctg\,\omega\,du}{u^2 + \frac{k^2}{sin^2\omega}} = d\psi.$$

Тогда имѣемъ:

$$ds^2 = \left(u^2 + \frac{k^2}{sin^2\omega}\right) d\psi^2 +$$

$$+ \frac{u^2 + k^2}{u^2 + \frac{k^2}{sin^2\omega}}\,du^2 \quad \ldots\ldots (c)$$

Отсюда видно, что *данная поверхность накладывается на поверхность вращенія.*

Сдѣлавъ замѣну перемѣнныхъ по формуламъ:

$$\rho = cos\omega \sqrt{u^2 + \frac{k^2}{sin^2\omega}},$$

$$\psi = cos\,\omega\,.\,\varphi,$$

получимъ:

$$ds^2 = \rho^2 d\varphi^2 + \left[1 + \frac{\rho^2}{\rho^2 ctg^2\omega - k^2 ctg^4\omega}\right] d\rho^2 =$$

$$= \rho^2 d\varphi^2 + \left[1 + \left(\frac{d}{d\rho}\sqrt{\frac{\rho^2}{ctg^2\omega} - k^2}\right)^2\right] d\rho^2.$$

Поэтому, въ числѣ поверхностей, налагающихся на нашу данную, есть, согласно съ началомъ § 3 гл. 1, и поверхность:

$$x = \rho \cos\varphi, \quad y = \rho \sin\varphi,$$

$$z = \sqrt{\rho^2 tg^2\omega - k^2},$$

т. е. гиперболоидъ вращенія:

$$\frac{x^2 + y^2}{k^2 ctg^2\omega} - \frac{z^2}{k^2} = 1.$$

Если въ формѣ (*c*) элемента ds^2 положимъ:

$$u = r \operatorname{cosec}\omega, \quad \psi = \vartheta \sin\omega,$$

то получимъ:

$$ds^2 = (r^2 + k^2)\, d\vartheta^2 + \left[1 + \frac{r^2 ctg^2\omega}{r^2 + k^2}\right] dr^2 = (r^2 + k^2) d\vartheta^2 + \left[1 + \frac{r^2 \left(\frac{d}{dr} ctg^{-1} r\right)^2}{r^2 + k^2}\right] dr^2.$$

Согласно съ формулами на стр. 22 заключаемъ, что въ числѣ поверхностей, налагающихся на нашу данную, есть и геликоидъ съ меридіаннымъ профилемъ

$$z = const. + r\, ctg\, \omega,$$

т. е. профиль этого геликоида есть прямая, наклоненная подъ угломъ ω къ оси z геликоида.

Въ дополненіе къ сказанному прибавимъ еще, что предыдущія формулы преобразованія показываютъ, что направляющій гелисъ ($u = o$) поверхности:

$$x \cos\frac{z}{k} + y \sin\frac{z}{k} = k\, ctg\, \omega$$

при наложеніи на полученный выше гиперболоидъ совмѣщается съ его горловой окружностью, причемъ линейчатыя образующія данной поверхности располагаются по системѣ линейчатыхъ образующихъ гиперболоида, а линіи $u = const.$ поверхности—по параллелямъ гиперболоида.

При наложеніи изучаемой поверхности на найденный выше геликоидъ направляющій гелисъ ея совмѣщается съ осью геликоида, а линейчатыя образующія ея—съ меридіанными профильными прямыми геликоида.

§ 9. Произвольныя постоянныя въ формулахъ наложенія поверхности ds^2 на поверхность ds_1^2.

Въ предыдущихъ параграфахъ мы видѣли, что при наложеніи поверхностей постоянной кривизны въ общія формулы наложенія входятъ три *произвольныхъ* постоянныхъ; при наложеніи поверхностей вращенія— одна *произвольная* постоянная. Здѣсь мы докажемъ, что, наоборотъ, если въ формулы преобразованія элемента:

$$ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$$

въ элементъ:

$$ds_1^2 = E_1du_1^2 + 2F_1du_1dv_1 + G_1dv_1^2$$

входитъ одна *произвольная* постоянная, то поверхности наши можно наложить на поверхность вращенія; въ случаѣ большаго числа *произвольныхъ* постоянныхъ, поверхности наши имѣютъ постоянную кривизну. Конечно, вышеупомянутыя постоянныя не входятъ ни въ коэффиціенты E, F, G, ни въ коэффиціенты E_1, F_1, G_1.

Допустимъ, что общія или частныя формулы преобразованія элемента ds^2 къ виду ds_1^2 заключаютъ въ себѣ одно произвольное постоянное c.

Такъ какъ коэффиціенты E_1, G_1, F_1 не заключаютъ c, то въ силу существованія инваріанта $K = K_1$ имѣемъ:

$$\frac{\partial K}{\partial c} = \frac{\partial K_1}{\partial c} = 0,$$

т. е.

$$\frac{\partial K}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial c} + \frac{\partial K}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial c} = 0.$$

Аналогично мы имѣемъ:

$$\frac{\partial \Delta K}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial c} + \frac{\partial \Delta K}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial c} = 0,$$

$$\frac{\partial \Delta_2 K}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial c} + \frac{\partial \Delta_2 K}{\partial u}\frac{\partial v}{\partial c} = 0.$$

Отсюда мы заключаемъ, что

$$\Delta K = f(K),$$

$$\Delta_2 K = f_1(K).$$

Въ такомъ случаѣ, на основаніи § 8 гл. 2, заключаемъ, что нашъ элементъ принадлежитъ поверхности, наложимой на поверхность вращенія.

Теперь покажемъ, что если формулы преобразованія элемента ds^2 въ $ds_1{}^2$ заключаютъ въ себѣ больше одного *произвольнаго* постояннаго, то кривизна нашей поверхности постоянна.

Обозначимъ *произвольныя* постоянныя черезъ c_1, c_2...

На основаніи предыдущаго, элементъ поверхности можно взять въ формѣ:

$$ds^2 = du^2 + U^2 dv^2.$$

Мы должны имѣть тождественно:

$$\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial c_2} ds^2 = du\, d\frac{\partial u}{\partial c_2} + U\frac{dU}{du}\frac{\partial u}{\partial c_2} dv^2 + U^2 dv\, d\frac{\partial v}{\partial c_2} = 0,$$

или, иначе написавъ:

$$-du\, d\frac{\partial u}{\partial c_2} = dv\left\{ U\frac{dU}{du}\frac{\partial u}{\partial c_2} dv + U^2 d\frac{\partial v}{\partial c_2}\right\} \ldots\ldots (a)$$

Отсюда мы заключаемъ, что $d\dfrac{\partial u}{\partial c_2}$ должно дѣлиться на dv, значитъ:

$$\frac{\partial u}{\partial c_2} = \varphi(v).$$

Тогда по сокращеніи на dv получаемъ:

$$-d\frac{\partial v}{\partial c_2} = \frac{\varphi'(v)}{U^2} du + \frac{\dfrac{dU}{du}\varphi(v)\, dv}{U}.$$

Отсюда, составляя условіе полнаго дифференціала, найдемъ дифференціальное уравненіе:

$$\frac{\varphi''(v)}{\varphi(v)} = U^2 \frac{d}{du}\frac{U'}{U}.$$

Ясно, что это равенство мы должны приравнять постоянной величинѣ h. Т. е.:

$$U^2 \frac{d}{du}\frac{U'}{U} = h.$$

Умножимъ обѣ части послѣдняго равенства на

$$2\frac{U'}{U^3}du = 2\frac{dU}{U^3}.$$

Мы получаемъ тогда:

$$d\left(\frac{U'}{U}\right)^2 = -hd\frac{1}{U^2}.$$

Интегрируя, имѣемъ:

$$\left(\frac{U'}{U}\right)^2 + \frac{h}{U^2} = const. = -C,$$

т. е.

$$U'^2 = -h - CU^2.$$

Дифференцируя по u, находимъ:

$$U'' = -CU.$$

Вспоминая выраженіе кривизны K для нашего элемента, мы теперь заключаемъ, что

$$K = C = const.$$

Въ предыдущемъ изложеніи мы не упомянули о возможномъ случаѣ, когда

$$\frac{\partial u}{\partial c_2} = \varphi(v) = 0 \text{ и } u = \psi(u_1, v_1, c_1, c_3, \ldots).$$

Тогда изъ (a) вытекаетъ, что

$$d\frac{\partial v}{\partial c_2} = 0 \text{ и } \frac{\partial v}{\partial c_2} = \text{пост.} = A, \text{ т. е.}$$

$$v = Ac_2 + f(u_1, v_1, c_1, c_3, \ldots).$$

Такъ какъ теперь предыдущія разсужденія нельзя приложить къ постоянному c_2, ибо основное соотношеніе (a) у насъ исчезаетъ, то мы станемъ оперировать съ постояннымъ c_1: если оно независимо отъ c_2, то тогда обязательно $\frac{\partial v}{\partial c_1}$ не есть величина постоянная.

Въ противномъ случаѣ было бы

$$v = Ac_2 + Bc_1 + f(u_1, v_1, c_3, \ldots)$$

и можно было бы соединить $Ac_2 + Bc_1$ въ одно постоянное.

Въ видѣ примѣра на предыдущія теоретическія соображенія рѣшимъ такой вопросъ: опредѣлить линейный элементъ линейчатой поверхности (§ 3 гл. 1, *d*):

$$ds^2 = du^2 + [(u-\alpha)^2 + \beta^2]\, dv^2$$

такъ, чтобы эта поверхность накладывалась на поверхность вращенія.

Разъ поверхность накладывается на поверхность вращенія, то общія формулы, преобразовывающія ds^2 къ прежнему виду, должны содержать одно произвольное постоянное. Въ виду этого $\frac{\partial}{\partial c} ds^2 = 0$, т. е.

$$-du\, d\frac{\partial u}{\partial c} = \left\{(u-\alpha)^2 + \beta^2\right\} dv\, d\frac{\partial v}{\partial c} +$$

$$+\left\{(u-\alpha)\left(\frac{\partial u}{\partial c} - \frac{d\alpha}{dv}\frac{\partial v}{\partial c}\right) + \beta\frac{d\beta}{dv}\frac{\partial v}{\partial c}\right\} dv^2. \quad \ldots\ldots \quad (b)$$

Правая часть послѣдняго тождества должна дѣлиться на dv; значитъ:

$$\frac{\partial u}{\partial c} = f(v).$$

По раздѣленіи на dv, мы теперь получаемъ:

$$f'(v)\, du + [(u-\alpha)^2 + \beta^2]\, d\frac{\partial v}{\partial c} + \left[(u-\alpha)\left(f(v) - \frac{d\alpha}{dv}\frac{\partial v}{\partial c}\right) + \beta\frac{d\beta}{dv}\frac{\partial v}{\partial c}\right] dv = 0.$$

Вспомнимъ данное въ концѣ § 3 гл. 1 выраженіе кривизны нашей поверхности и примемъ въ соображеніе, что въ нашемъ случаѣ, очевидно, быть должно:

$$\frac{\partial}{\partial c}\frac{1}{2}\log\left(-\frac{1}{K}\right) = 0,$$

(ибо въ K не входитъ произвольная постоянная c) т. е.

$$(u-\alpha)\left(\frac{\partial\alpha}{\partial c} - \frac{d\alpha}{dv}\frac{\partial v}{\partial c}\right) + \beta\frac{d\beta}{dv}\frac{\partial v}{\partial c} = \frac{1}{2\beta}\frac{d\beta}{dv}\frac{\partial v}{\partial c}[(u-\alpha)^2 + \beta^2].$$

Тогда предыдущее дифференціальное тождество можно переписать такъ:

$$f'(v)\,du + [(u-\alpha)^2+\beta^2]\,d\frac{\partial v}{\partial c} + \frac{1}{2\beta}\frac{\partial v}{\partial c}\frac{d\beta}{dv}[(u-\alpha)^2+\beta^2]\,dv = 0,$$

или такъ:

$$f'(v)\,du + [(u-\alpha)^2+\beta^2)]\left[d\frac{\partial v}{\partial c} + \frac{1}{2\beta}\frac{\partial v}{\partial c}\frac{d\beta}{dv}\,dv\right] = 0,$$

или еще иначе:

$$f'(v)\,du + [(u-\alpha)^2+\beta^2]\frac{\partial v}{\partial c}\left[d\lg\frac{\partial v}{\partial c} + \frac{1}{2}\,d\lg\beta\right] = 0.$$

Послѣднему тождеству можно удовлетворить лишь полагая

$$f'(v) = 0, \quad f(v) = \text{постоян.} = a,$$

$$\frac{\partial v}{\partial c} = const. = -\ b,$$

$$\beta = const. = k.$$

Въ такомъ случаѣ тождество (b) теперь даетъ:

$$a + \frac{d\alpha}{dv}\,b = 0,$$

и потому

$$\alpha = -\frac{a}{b}\,v + const.$$

Такимъ образомъ линейный элементъ искомой поверхности есть:

$$ds^2 = du^2 + \left[\left(u + \frac{a}{b}\,v + const.\right)^2 + k^2\right]dv^2.$$

Очевидно, полагая $a = b\,ctg\,\omega$, его можно переписать такъ:

$$ds^2 = du^2 + [(u + k\,ctg\,\omega\,.\,v)^2 + k^2]\,dv^2.$$

Въ предыдущемъ параграфѣ мы имѣли примѣръ поверхности, обладающей этимъ элементомъ при $ctg\omega \lesseqgtr o$. Скажемъ теперь нѣсколько словъ о случаѣ, когда $ctg\omega = 0$, т. е. $= \omega = \frac{\pi}{2}$. Линейный элементъ прини-

имѣетъ видъ:

$$ds^2 = du^2 + (u^2 + k^2)\, dv^2.$$

Согласно съ формулами стр. 22, мы легко получаемъ, что въ числѣ поверхностей, накладываемыхъ на ds^2, есть геликоидъ

$$x = u \cos v,$$

$$y = u \sin v,$$

$$z = kv,$$

меридіанный профиль котораго есть прямая, перпендикулярная къ оси Z.

Въ числѣ поверхностей вращенія, накладывающихся на нашу поверхность, есть и поверхность (§ 4 гл. 2, *a*):

$$x = \sqrt{u^2 + k^2} \cos v,$$

$$y = \sqrt{u^2 + k^2} \sin v,$$

$$z = \int \sqrt{1 - \frac{u^2}{u^2 + k^2}}\, du = \int \frac{k\, du}{\sqrt{u^2 + k^2}}.$$

Меридіанъ этой поверхности есть:

$$z = \int \frac{k\, d\rho}{\sqrt{\rho^2 - k^2}}, \quad (\text{гдѣ } \rho^2 = u^2 + k^2),$$

т. е.

$$\frac{z}{k} = \log (\rho + \sqrt{\rho^2 - k^2}) - \log k,$$

или

$$e^{\frac{z}{k}} = \frac{\rho + \sqrt{\rho^2 - k^2}}{k},$$

$$e^{-\frac{z}{k}} = \frac{\rho - \sqrt{\rho^2 - k^2}}{k},$$

а потому

$$\rho = k \cosh \frac{z}{k}.$$

Мы получили *цѣпную линію*; поверхность наша есть поверхность вращенія цѣпной линіи около ея директрисы.

Предыдущія формулы указываютъ, что, при наложеніи найденнаго выше геликоида на поверхность вращенія цѣпной линіи около ея директрисы, линейчатыя образующія геликоида совмѣщаются съ меридіанами поверхности вращенія, а ось геликоида совпадаетъ съ горловой окружностью поверхности вращенія (радіуса k).

Комбинируя результаты конца предыдущаго параграфа и только-что полученные, мы въ правѣ высказать такое положеніе: *линейчатыя поверхности, которыя накладываются на поверхность вращенія, происходятъ отъ изгибанія либо однополаго гиперболоида вращенія, либо поверхности вращенія цѣпной линіи около ея директрисы.*

Въ заключеніе настоящаго параграфа приведемъ общія формулы наложенія самой на себя поверхности:

$$ds^2 = du^2 + [(u + k\,ctg\omega . v)^2 + k^2]\,dv^2,$$

заключающія, какъ намъ уже извѣстно, одно произвольное постоянное. Формулы эти, преобразующія ds^2 къ тому же самому виду, суть:

$$u = \pm u_1 + h,$$

$$v = \pm v_1 - \frac{h}{k\,ctg\,\omega},$$

или (вторая система):

$$u + k\,ctg\,\omega\,.\,v = \pm (u_1 + k\,ctg\,\omega\,.\,v_1),$$

$$v - \cos\omega\, arc\, tg\left(\frac{u + k\,ctg\omega\,.\,v}{k} sn\omega\right) = h \mp v_1 + \cos\omega\, arc\, tg\left(\pm \frac{u_1 + k\,ctg\omega\,.\,v_1}{k} sn\omega\right).$$

Предоставляемъ читателю убѣдиться въ справедливости этихъ формулъ и выяснить себѣ геометрическій смыслъ ихъ. Этимъ закончимъ настоящій параграфъ и вторую главу.

О ГЛУХОНѢМОТѢ

ВЪ СУДЕБНО-МЕДИЦИНСКОМЪ ОТНОШЕНІИ.

(Изъ Клиническаго Судебно-Медицинскаго Отдѣленія Кіевскаго Военнаго Госпиталя).

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Въ качествѣ ассистента клиническаго судебно-медицинскаго отдѣленія въ Кіевскомъ военномъ госпиталѣ въ теченіе болѣе семи лѣтъ мнѣ приходилось наблюдать большое количество глухонѣмыхъ, присылаемыхъ ежегодно на испытаніе отъ 12—15 человѣкъ; при этомъ я убѣдился, что распознаваніе дѣйствительности глухонѣмоты иногда бываетъ сопряжено съ величайшими затрудненіями. Всѣ предложенные способы для отличія дѣйствительной глухонѣмоты отъ симулируемой не всегда могутъ давать положительные результаты и во многихъ случаяхъ допускаютъ возраженія. Еще болѣе увеличиваются затрудненія, когда глухонѣмота соединена съ ослабленіемъ умственныхъ способностей. Въ виду этого я охотно согласился на предложеніе завѣдующаго клиническимъ отдѣленіемъ глубокоуважаемаго профессора Н. А. Оболонскаго заняться вопросомъ о глухонѣмотѣ въ судебно-медицинскомъ отношеніи. Вполнѣ сознавая, что разработать этотъ вопросъ въ столь сравнительно короткій промежутокъ времени не представляется возможнымъ, однако, получивъ нѣкоторые результаты, я рѣшился ихъ опубликовать. Не считая всѣ вопросы по глухонѣмотѣ мною исчерпанными и разработанными, я надѣюсь въ будущемъ продолжать свои изслѣдованія. Принимая во вниманіе, что на русскомъ языкѣ, кромѣ переведеннаго сочиненія Hartmann'a и уже устарѣвшаго сочиненія Fleury, не имѣется монографическихъ работъ о глухонѣмотѣ, между тѣмъ этотъ недугъ имѣетъ большое значеніе

не только въ судебно-медицинскомъ отношеніи, но и въ общественномъ, я своему труду придалъ форму не изслѣдованія, трактующаго лишь о найденныхъ мною измѣненіяхъ у глухонѣмыхъ, а болѣе полнаго изложенія о глухонѣмотѣ вообще. Съ этою цѣлью я нашелъ необходимымъ коснуться воззрѣній на глухонѣмоту (въ психологическомъ отношеніи) различныхъ авторовъ въ различныя времена, по соціальному положенію глухонѣмыхъ и пр... Ради полноты своихъ наблюденій и для контроля ихъ, я съ удовольствіемъ принялъ совѣтъ глубокоуважаемаго профессора Оболонскаго посѣтить школы для глухонѣмыхъ въ С.-Петербургѣ. За любезное разрѣшеніе производить въ нихъ мои наблюденія приношу глубокую благодарность сенатору Ивану Ивановичу Шамшину—почетному опекуну училища глухонѣмыхъ въ С.-Петербургѣ, директору училища Льву Николаевичу Модзалевскому, врачу заведенія Павлу Ивановичу Симу и наставникамъ училища, въ которыхъ я встрѣтилъ радушное содѣйствіе въ исполненіи намѣченныхъ мною задачъ, а также считаю долгомъ выразить мою признательность профессору Бехтереву и его ассистенту д-ру Останкову, при любезномъ разрѣшеніи и содѣйствіи которыхъ я произвелъ изслѣдованіе психо-физической реакціи на болевыя раздраженія у глухонѣмыхъ. Пользуюсь случаемъ выразить особенную благодарность глубокоуважаемому профессору Николаю Александровичу Оболонскому за его постоянные совѣты и руководство въ моихъ научнымъ и клиническихъ занятіяхъ, а также и глубокоуважаемому профессору И. А. Сикорскому за его любезное отношеніе и совѣты при изученіи мною душевныхъ и нервныхъ болѣзней.

О ГЛУХОНѢМОТѢ.

Глухонѣмота несомнѣнно была извѣстна въ самыя древнія времена, но въ литературѣ о ней встрѣчаются лишь краткія сообщенія. У писателей глубокой древности встрѣчаются указанія на то, что люди, рожденные глухими, остаются нѣмыми. „Ὅσοι δὲ κωφοὶ γίγνονται ἐκ γενετῆς πάντες καὶ ἔνεοι γίγνονται [1])." Геродотъ [2]) разсказываетъ, что одинъ изъ сыновей Креза былъ глухонѣмой, но впослѣдствіи сталъ говорить. Ни одинъ изъ писателей древности не приводитъ ясной зависимости и причинной связи между глухотою и нѣмотою. Гиппократъ [3]) ставилъ глухонѣмоту въ зависимость отъ недостатковъ и болѣзненныхъ процессовъ языка. Аристотель [4]) думалъ и училъ, что оба феномена—глухота и нѣмота появляются одновременно и что глухонѣмота зависитъ отъ пораженія слуховаго и голосоваго аппарата. Изъ римскихъ писателей только Плиній [5]) старшій упоминаетъ о глухонѣмотѣ. Онъ разсказываетъ, что ораторъ Мессала имѣлъ глухонѣмаго родственника Квинта Педія, который сдѣлался талантливымъ художникомъ. Всѣ врачи Греціи и Рима, а также и арабскіе врачи, писавшіе впослѣдствіи о глухонѣмотѣ ставятъ её въ зависимость отъ порока развитія рѣчи.

Въ III вѣкѣ послѣ Р. Х. жившій въ Афродитѣ греческій врачъ Александръ, какъ думаютъ многіе писатели, сознавалъ вѣрное отношеніе глухоты къ нѣмотѣ. Онъ высказался, что недостатокъ слуха

---

[1]) Aristoteles. Περὶ ζώων ἱστορίας S. 536.

[2]) [3]) Taubstummheit von dr. Mygind. 1894. loco cit.

[4]) [5]) Hartmann. Taubstummheit und Taubstummenbildung. loco cit.

имѣетъ послѣдствіемъ нѣмоту. Однако авторитетъ Аристотеля былъ на столько великъ, что все, что появлялось новое не могло поколебать установленныхъ имъ воззрѣній, также точно исчезло изъ памяти и не оказало никакого переворота во взглядахъ мнѣніе Александра. Положеніе Аристотеля не только оставалось прочнымъ и неизмѣннымъ въ древнія времена, но всецѣло перешло и въ средніе вѣка. Благодаря такимъ понятіямъ въ тѣ времена прибѣгали къ ужаснѣйшимъ способамъ лѣченія, о которыхъ подробно разсказываетъ Desmortiers [1]). Глухонѣмымъ давали проносныя средства, ставили мушки на языкъ, горчичники, дѣлали моксы, производили всевозможными средствами сильнѣйшее воспаленіе рта, носа и глазъ, дѣлали кровопусканія изъ всѣхъ частей организма. Тоже описываетъ Varroine [2]) врачъ Бонапарта. Если же эти средства нисколько не помогали, то переходили къ лѣченію ушей. Только съ 16 столѣтія начинается сильный протестъ противъ ученія Аристотеля и его послѣдователей. Жившій въ это время въ Павіи врачъ Корданъ высказалъ съ положительностію, что нѣмота зависитъ отъ глухоты и что глухота есть существенный и первичный феноменъ при глухонѣмотѣ. Одновременно испанскій монахъ Педро Понче практически указалъ, что при глухонѣмотѣ—нѣмота вторичное явленіе. Ему принадлежитъ честь обученія глухонѣмыхъ письму и разговору. Нѣкоторые, по словамъ Понче, изъ глухонѣмыхъ достигли такихъ успѣховъ въ наукахъ, что считались бы учеными и въ присутствіи Аристотеля. Однако его открытіе, сообщенное ученому міру Valles'омъ, врачемъ Филиппа II, не помѣшало P. Zacchias'y [3]) опубликовать почти цѣлымъ вѣкомъ позднѣе, что при глухонѣмотѣ одновременно парализованы нервы уха и гортани. Мнѣніе такого компетентнаго врача, какъ P. Zacchias, считающагося отцемъ судебной медицины, не прошло безслѣдно и возстановило на время уже отжившую и забытую теорію Аристотеля. И только Amman'y въ 17 столѣтіи удалось окончательно установить правильное воззрѣніе на глухонѣмоту. Послѣ того, какъ онъ доказалъ цѣлость и полную интактность органовъ рѣчи у глухонѣмыхъ, ничего не могло быть болѣе ошибочнаго и противорѣчащаго фактамъ, какъ мнѣніе Аристотеля и его послѣдователей. Въ огромномъ большинствѣ

[1]) Desmortiers. Literatur des Jahres 1801. S. 74.
[2]) Itard. Die Krankheiten des Ohres und Gehörs.
[3]) Zacchias. Questions medico legales. 1657.

случаевъ, слѣдуетъ даже сказать во всѣхъ, при глухонѣмотѣ первично органическое пораженіе исключительно находится въ слуховомъ аппаратѣ, а измѣненія въ голосовомъ аппаратѣ и органахъ рѣчи большею частію носятъ характеръ функціональныхъ разстройствъ и если наблюдаются анатомическія измѣненія, то они являются послѣдовательными. За исключеніемъ крайне рѣдкихъ случаевъ, которые будутъ изложены въ дальнѣйшемъ, всегда у субъектовъ—не идіотовъ—нѣмота есть слѣдствіе глухоты.

Въ теченіе многихъ лѣтъ, говоритъ Itard [1]), я думалъ, что глухонѣмота всегда имѣла причиною параличъ нерва лабиринта, но дальнѣйшія изслѣдованія и наблюденія при вскрытіяхъ показали, что слуховой нервъ зачастую бываетъ неповрежденнымъ и что существуетъ множество другихъ причинъ, вызывающихъ глухоту и при соотвѣтствующихъ условіяхъ ведущихъ къ глухонѣмотѣ [2]).

Такимъ образомъ въ настоящее время несомнѣнно установлено, что существенными симптомами глухонѣмоты служатъ глухота и нѣмота. Всѣ другія данныя, находимыя при изслѣдованіи или служатъ причиною, вызывающею глухонѣмоту (какъ напр. различныя пораженія слуховыхъ органовъ), или составляютъ непремѣнное послѣдствіе глухоты и нѣмоты (напр. нѣкоторыя особенности въ психической сферѣ у глухонѣмыхъ). Глухонѣмымъ слѣдуетъ считать человѣка, который не имѣетъ сношенія съ внѣшнимъ міромъ посредствомъ звуковъ и который не можетъ сноситься съ себѣ подобными посредствомъ слова. И, дѣйствительно, дитя научается говорить, стараясь подражать звукамъ, которые оно слышитъ. Если ребенокъ глухой отъ рожденья, или если глухота у него появилась съ малыхъ лѣтъ, то у него теряется способность подражанія, а вслѣдствіе этого теряется и возможность говорить. Не всѣ глухонѣмые представляются абсолютно глухими, у большинства изъ нихъ сохраняется остатокъ слуха въ той или другой степени. Рѣчь у ребенка теряется уже и тогда, когда онъ не слышитъ окружающихъ его лицъ, а это послѣднее бываетъ не только у дѣтей совершенно глухихъ, но и у тѣхъ, острота слуха которыхъ ослаблена въ значительной степени. Наблюдаются колебанія въ остротѣ слуха, могущія обусловить препятствія

---

[1]) Loco cit.

[2]) Ранній возрастъ субъекта, получившаго глухоту, служитъ моментомъ для появленія глухонѣмоты.

къ развитію рѣчи у ребенка въ періодѣ появленія ея и повлечь потерю начавшей развиваться или уже развившейся рѣчи. Практически установлено, что дѣти, не слышащія на разстояніи 1—2 шаговъ громкой рѣчи, хотя и могутъ произносить болѣе или менѣе правильно отдѣльныя слова, но рѣчью владѣть не могутъ, если не получатъ спеціальнаго образованія. Есть наблюденія, когда дѣти, слышавшія громкую рѣчь на разстояніи 2—4 шаговъ, дѣлались глухонѣмыми, и такіе случаи не рѣдки. Должно замѣтить, что при потерѣ слуха теряется также вполнѣ развитая рѣчь въ возрастѣ отъ 8—11 лѣтъ. Восьмилѣтній возрастъ является обыкновенно предѣльной границей нѣмоты, составляющей послѣдствіе глухоты пріобрѣтенной. Однако англійскій авторъ Wilde [1]) изъ 503 случаевъ глухонѣмоты видѣлъ 33 раза наступленіе глухонѣмоты въ возрастѣ отъ 10—15 лѣтъ и 12 разъ появившаяся глухота послѣ 15 лѣтъ повлекла за собою нѣмоту. Bonnafont [2]) видѣлъ дѣвочку бельгійку изъ богатой семьи, не жалѣвшей никакихъ средствъ на ребенка. Эта дѣвочка оглохла въ 10 лѣтнемъ возрастѣ и, постепенно теряя рѣчь, въ 11 лѣтъ стала глухонѣмой. Hartmann [3]) тоже наблюдалъ потерю рѣчи въ 15 лѣтнемъ возрастѣ. Мы сами имѣли три случая, когда въ одномъ—глухонѣмота наступила въ 11 лѣтнемъ возрастѣ, въ другомъ послѣ 12 лѣтъ и, наконецъ, въ 3-мъ—появившееся ослабленіе слуха, вслѣдствіе склерозирующаго воспаленія среднихъ ушей, постепенно прогрессировавшее и дошедшее въ скоромъ времени (черезъ два года) до полной глухоты, повлекло за собою рѣзкое нарушеніе рѣчи, выразившееся потерей музыкальности и интонаціи въ голосѣ. Многія слова больной произноситъ въ такомъ искаженномъ видѣ, что его съ трудомъ можно понимать; къ произносимымъ словамъ часто присоединяются неопредѣленные, неартикулированные звуки, характерные для глухонѣмыхъ. Лишившись такого важнаго регулятора и руководителя въ развитіи рѣчи, какъ слухъ, дѣти находятъ болѣе удобнымъ пользоваться знаками и жестами. Мало по малу рѣчь ограничивается нѣсколькими словами, голосъ портится, становится неудобно понятнымъ, затѣмъ нѣмымъ и пріобрѣтенныя до тѣхъ поръ слова и выра-

[1]) Wilde. Practical Observations on Aural Surgery and the Nature and Treatment of Diseases of the Ear, with illustations. London. 1853.

[2]) Bonnafont. De responsabilité légale des sourds-muets.

[3]) Глухонѣмота и воспитаніе глухонѣмыхъ. 1881.

женія для установившихся понятій и представленій забываются и наконецъ совершенно исчезаютъ. Потеря рѣчи при значительномъ ослабленіи слуха происходитъ постепенно и теряется тѣмъ скорѣе, чѣмъ больше тугость слуха. Для опредѣленія степени сохранившагося слуха употребляются различные способы изслѣдованія и различные инструменты. Въ обыкновенныхъ случаяхъ вполнѣ достаточно для этого столоваго колокольчика и большаго камертона. Опредѣленіе же глухонѣмоты у дѣтей иногда въ высшей степени трудно и тѣмъ труднѣе, чѣмъ меньше ребенокъ. Глухота самый основной, самый существенный, самый первый признакъ глухонѣмоты, а она то часто позднѣе всего усматривается въ ребенкѣ окружающими. Это зависитъ не только оттого, что иногда трудно рѣшить, слышитъ ли маленькій ребенокъ или нѣтъ, а также и оттого, что глухота при глухонѣмотѣ не всегда абсолютна: нерѣдко у глухонѣмого имѣются остатки слуха, при которыхъ онъ можетъ сохранить хотя отчасти нѣкоторую способность къ рѣчи, особенно, если глухота появилась въ болѣе позднемъ возрастѣ. Что касается изслѣдованія, то прежде, чѣмъ изслѣдовать слухъ, нужно тщательно обслѣдовать ухо, нѣтъ ли въ немъ какихъ-либо постороннихъ тѣлъ, или скопленій сѣры, гноя и т. д. Если таковыя имѣются, нужно ихъ удалить. При осмотрѣ барабанной перепонки обращается вниманіе—не втянута ли она и не даетъ ли указаній на съуженіе Евстахіевой трубы и на страданіе барабанной полости. Необходимо также изслѣдовать носъ, глотку и носоглоточное пространство, а также и зубы.

Въ этомъ отношеніи особенное вниманіе должно обращать на носоглоточное пространство. При заболѣваніи послѣдняго почти всегда въ той или другой степени принимаетъ участіе и Евстахіева труба, а вслѣдъ за нею и барабанная полость; заболѣваніе этой послѣдней нарушаетъ слухъ, который нельзя исправить, если во время не будетъ найдена и устранена причина. По заявленію Itard'a [1]) глухота часто встрѣчается вслѣдствіе болѣзни зубовъ—при трудномъ прорѣзываніи первыхъ зубовъ и зубовъ мудрости, также при каріозномъ процессѣ коренныхъ зубовъ. Эту связь между заболѣваніемъ ушныхъ органовъ и зубовъ многіе авторы объясняютъ многочисленными соединеніями слухового нерва съ лицевымъ. Въ настоящее время, гово-

[1]) Die Krankheiten des Ohres und Gehörs. S. 540.

ритъ Meissner[1]) всѣми признается, что многіе случаи глухонѣмоты отъ рожденья могутъ быть объясняемы потерей слуха при первомъ прорѣзываніи зубовъ и что нерѣдко глухота наступаетъ при прорѣзываніи зубовъ мудрости и каріознаго процесса коренныхъ зубовъ, но просматривается врачами вслѣдствіе различныхъ компликацій, напр. отальгій, отторрей. Весьма замѣчательное соотношеніе между заболѣваніемъ зубовъ и глухотою было сообщено проф. Quadri. Одна дама жаловалась на сильный непріятный звонъ въ лѣвомъ ухѣ, который по временамъ настолько усиливался, что ей казалось, что въ ухѣ у нея звонитъ колокольчикъ. Многократныя изслѣдованія врачей и попытки устранить тягостное ощущеніе оказывались напрасными. Она обратилась къ доктору Буцци во Флоренціи. Этотъ послѣдній съ большою тщательностію осмотрѣлъ наружные слуховые пути, Евстахіевы трубы, полость рта и зубы, но при этомъ ничего не нашелъ, что бы могло служить поводомъ, объясняющимъ субъективныя заявленія больной. Послѣ этого Буцци простукалъ всѣ зубы маленькимъ молоточкомъ и тогда оказалось, что больная ощущала каждый разъ при постукиваніи лѣваго зуба верхней челюсти тотъ непріятный звонъ, на который она жаловалась. Буцци вырвалъ зубъ и съ этого момента звонъ совершенно прекратился. Распиливъ удаленный зубъ, Буцци въ углубленіи его нашелъ костяное ядро, которое находилось рядомъ съ проходящимъ питательнымъ кровеноснымъ сосудомъ и при каждомъ движеніи крови въ послѣднемъ свободно висѣвшее ядро ударяло о стѣнку зуба, какъ язычекъ колокольчика и это служило причиною непріятнаго шума. Проф. Quadri анатомически объясняетъ это явленіе такимъ образомъ: костяное ядро было осадкомъ извести вслѣдствіе воспаленія сосудовъ и его удары передавались слуховому аппарату потому, что Ramus dentalis 5-й пары нервовъ отсылаетъ n. Vidianus въ барабанную полость и связываетъ зубные нервы съ portio dura 7-й пары нервовъ. Подобные же случаи наблюдали проф. Antonuccі въ Неаполѣ и Giuseppe Mauro въ Сициліи[2]). Слѣдовательно, при рѣшеніи вопроса о глухонѣмотѣ слѣдуетъ всегда подвергать изслѣдованію сосѣднія съ ухомъ органы. Хорошо ознакомившись съ анатомическимъ состояніемъ указанныхъ органовъ, переходятъ къ изслѣдованію уха. Здѣсь представляется важнымъ опредѣлить, имѣ-

[1]) Meissner. Taubstummheit und Taubstummenbildung.

[2]) Meissner. l. c.

ется ли дѣло съ абсолютной глухотой или существуютъ какіе либо остатки слуха для рѣчи или тоновъ; съ этою цѣлью ребенка окликаютъ сзади на различномъ разстояніи громко и тихо, звонятъ въ колокольчикъ, хлопаютъ въ ладоши, звучатъ въ рожокъ, при чемъ, если эти звуки доносятся до ребенка, то онъ быстро оборачивается по направленію къ источнику звука, или улыбается. Улыбка ребенка при приставленіи къ черепу звучащаго камертона указываетъ, что костная проводимость существуетъ. Если при этихъ изслѣдованіяхъ ребенокъ остается совершенно безучастнымъ, то воздушная и костная проводимость навѣрное отсутствуютъ. Подъ вліяніемъ нѣкоторыхъ условій глухота, а слѣдовательно и глухонѣмота могутъ явиться безъ какихъ бы то ни было анатомическихъ измѣненій въ слуховомъ органѣ. Урбанчичъ [1]) приводитъ, напримѣръ, наблюденія Krügelstein'a, который говоритъ, что дѣти, живущія уединенно въ далеко лежащихъ жилищахъ, въ теченіе первыхъ 4-хъ лѣтъ часто кажутся глухонѣмыми, хотя въ слуховомъ органѣ ихъ нѣтъ никакихъ органическихъ измѣненій. Постепенное упражненіе вызываетъ улучшеніе или даже полное возстановленіе слуха. Такую глухонѣмоту Schwendt [2]) и другіе авторы описываютъ подъ именемъ психической глухонѣмоты. Если ребенокъ, называемый глухонѣмымъ, постепенно научается произносить нѣкоторыя, хотя и немногія слова, то онъ едва ли глухонѣмой. Точно также если при разспросѣ окружающихъ оказывается, что ребенокъ хотя и ничего не говоритъ, но всегда оборачивается на зовъ, то и онъ не глухонѣмой и при упражненіи научится правильной рѣчи. Нерѣдко встрѣчаются семьи, гдѣ дѣти начинаютъ очень поздно говорить. Психическая глухонѣмота очень часто комбинируется съ физической. По Урбанчичу, собственно даже у каждаго глухаго, у котораго по упражненіи оказываются какіе либо слѣды слуха, существуетъ психическая глухота, хотя бы были и анатомическія измѣненія. Онъ говоритъ, что и такой глухой можетъ воспринимать звуки, если постараться вывести его слуховой нервъ изъ торпиднаго состоянія и научить различать звуки. Вслѣдствіе этого ребенокъ иногда даже не слышащій шумовъ, послѣ нѣкотораго упражненія, начинаетъ воспринимать человѣческіе звуки, слѣдовательно глухонѣмота происходитъ нерѣдко отъ того, что ребенокъ, сдѣлавшійся

[1]) Urbantschitsch. Wiener klinische Wochensehr.—Wien 1893.

[2]) Ueber Taubstummheit, ihre Ursachen und Verhütung. Basel—1890 г.

глуховатымъ, оставляется безъ вниманія и рано или поздно дѣйствительно становится истиннымъ глухонѣмымъ.

Toynbee [1]), изслѣдовавъ слухъ у 411 глухонѣмыхъ, дѣлитъ ихъ на 7 категорій: 1) 245 совершенно глухихъ, 2) 14 воспринимавшихъ звуки хлопанья въ ладоши, 3) 51 воспринимавшихъ сильный крикъ, 4) 50 воспринимавшихъ громкій голосъ надъ самымъ ухомъ, 5) 44 повторяли гласныя буквы, 6) 6 повторяли короткія слова и 7) 1 короткія фразы. Kramer [2]) раздѣляетъ глухонѣмыхъ по степени слуха на шесть категорій (на основаніи изслѣдованія 45 случаевъ): 1) 10 совершенно глухихъ, 2) 5 получавшихъ неопредѣленное воспріятіе нѣкоторыхъ звуковъ, 3) 7 получавшихъ невполнѣ ясное воспріятіе гласныхъ звуковъ, 4) 2 получавшихъ ясное воспріятіе гласныхъ звуковъ, 5) 2 имѣвшихъ ясное воспріятіе всѣхъ извѣстныхъ имъ словъ и 6) 1 ясное воспріятіе многихъ неизвѣстныхъ ему словъ. Itard [3]) различаетъ пять степеней: 1) воспріятіе рѣчи (audition de parole), 2) воспріятіе голоса (audition de la voix), 3) воспріятіе звуковъ (audition des sons), 4) воспріятіе шума (audition des bruits и наконецъ 5) полная глухота (audition nulle, ou surdité complète). Hartmann [4]) принимаетъ 4 дѣленія: 1) полная глухота, 2) звуковой слухъ, 3) воспріятіе гласныхъ звуковъ и наконецъ 4) воспріятіе словъ. Всѣ эти дѣленія произвольны и никакого твердаго научнаго основанія не имѣютъ. Правильнѣе всего, по нашему мнѣнію, раздѣлить глухонѣмоту на врожденную и пріобрѣтенную. И та и другая можетъ быть полная и неполная; при чемъ при неполной можетъ быть сохраненъ въ той или другой степени лексиконъ словъ и фразъ. Если изслѣдуемый не слышитъ колокольчика надъ самымъ ухомъ, то это будетъ полная глухота, если же онъ воспринимаетъ звуки колокольчика, то начиная отъ сохранившагося звуковаго слуха мы можемъ наблюдать множество градацій. При изслѣдованіи слуха необходимо во 1-хъ, изслѣдовать каждое ухо отдѣльно, такъ какъ степень слуха у глухонѣмыхъ только въ очень рѣдкихъ случаяхъ бываетъ одинакова въ обоихъ ушахъ и во 2-хъ, необходимо исключить возможность изслѣдуемому слѣдить глазами за изслѣдующимъ въ то время, когда послѣдній про-

---

[1]) Die Krankheiten des Gehörorganes—Toynbee.

[2]) Handbuch der Ohrenheilkunde, Berlin. 1867.

[3]) Rapports et Mémoires sur le Sauvage de l'Aueyron, l' idiotie et la sourdi-mutité par Itard.

[4]) Taubstummheit und Taubstummenbildung. Hartmann.

износитъ звуки и слова, такъ какъ глухонѣмые и при полной глухотѣ могутъ воспринимать произносимыя буквы и слова путемъ подражанія.

Въ прежнее время нѣмоту, какъ мы видѣли, считали главнымъ симптомомъ глухонѣмоты и все вниманіе было направлено на органы рѣчи и преимущественно на языкъ. И только въ 17 столѣтіи Amman доказалъ, что въ большинствѣ случаевъ органы рѣчи у глухонѣмыхъ нормальны. Въ настоящее время никто не сомнѣвается, что нѣмота является лишь главнымъ и непремѣннымъ послѣдствіемъ глухоты и только въ рѣдкихъ, исключительныхъ случаяхъ глухота и нѣмота появляются одновременно вслѣдствіе болѣзненныхъ процессовъ. Въ рѣдкихъ случаяхъ нѣмота бываетъ самостоятельнымъ страданіемъ при сохранности слуха и душевныхъ функцій. Такіе примѣры въ литературѣ единичны. Wilde [1]) описываетъ 40-лѣтнюю женщину, у которой былъ хорошій слухъ, но которая владѣла настолько несовершенно своими мускулами рта, что не могла даже пить иначе, какъ загнувъ голову назадъ; ребенкомъ она не была въ состояніи сосать грудь матери. Она не могла выдвинуть языкъ за губы, не могла поднять и повернуть его къ нёбу, хотя языкъ ея не былъ приращенъ ко дну рта. Hartmann [2]) наблюдалъ субъекта, который при нормальномъ слухѣ и при полныхъ умственныхъ способностяхъ не могъ объясняться иначе, какъ только жестами. Будучи еще ребенкомъ, онъ ушибъ себѣ голову при паденіи и съ тѣхъ поръ пріобрѣлъ парезъ лѣвой руки и ноги и не могъ выучиться говорить. Паралитическія явленія въ конечностяхъ со временемъ у него исчезли, но неспособность къ рѣчи осталась такою же. При усиліи ему удается выговаривать отдѣльные звуки, но связная рѣчь у него невозможна, такъ какъ нѣкоторые звуки произносятся имъ неясно, а нѣкоторые онъ совсѣмъ не въ состояніи произнести. Подробное изслѣдованіе показало, что мускулы языка находятся въ паралитическомъ состояніи и всѣ его движенія производятся только медленно и то несовершенно.

Hartmann [3]) приводитъ еще два подобныхъ случая, изъ которыхъ одинъ описанъ Waldenburg'омъ, а другой Benedict'омъ. Въ

---

[1]) Wilde loco cit.
[2]) Hartmann. Taubstummheit und Taubstummenbildung.
[3]) L. cit.

послѣднее время H. Laveand [1]) (изъ Лилля) сообщаетъ три случая нѣмоты у дѣтей, одаренныхъ нормальнымъ слухомъ, у которыхъ изслѣдованіе указало на нормальное состояніе зрѣнія и умственныхъ способностей и которые были излѣчены путемъ методическихъ упражненій.

Должно еще замѣтить, что многими авторами описываются случаи поздняго развитія рѣчи; такъ бываютъ дѣти въ шестилѣтнемъ возрастѣ съ настолько плохо развитою рѣчью, что ихъ трудно понимать, но въ дальнѣйшемъ рѣчь исправляется и возстанавливается вполнѣ способность правильно говорить. Въ большинствѣ же случаевъ, описанныхъ авторами, можно причиною недостаточной рѣчи считать уклоненія со стороны психической сферы и часто родителями и окружающими и не подозрѣвается психическій недостатокъ, который замѣчается только при посѣщеніи школы и съ несомнѣнностью констатируется при спеціальномъ изслѣдованіи. Необходимо здѣсь коснуться еще одной разновидности между глухонѣмыми —идіотовъ. У нѣкоторыхъ субъектовъ кромѣ глухонѣмоты встрѣчается еще идіотизмъ. Такимъ образомъ глухонѣмота бываетъ одновременно съ идіотизмомъ, или съ ослабленіемъ умственныхъ способностей. Совмѣстность глухонѣмоты и идіотизма можетъ быть врожденной и пріобрѣтенной въ раннемъ дѣтствѣ вслѣдствіе мозговыхъ заболѣваній. Въ виду того, что, какъ мы увидимъ впослѣдствіи, у глухонѣмыхъ патологическія измѣненія въ центральной нервной системѣ были находимы очень рѣдко, то было бы большой ошибкой и не соотвѣтствовало бы естественно-научнымъ даннымъ заключать, что глухонѣмота можетъ вызвать идіотизмъ. Сама по себѣ глухонѣмота не вызываетъ ни идіотизма, ни ослабленія умственныхъ способностей и лишь только вноситъ нѣкоторыя особенности въ характеръ и психическую дѣятельность— несущественныя и устранимыя при соотвѣтствующемъ воспитаніи и образованіи глухонѣмыхъ. Если у идіотовъ и встрѣчается глухонѣмота, то послѣдняя есть только слѣдствіе ихъ основнаго страданія и такіе субъекты должны быть разсматриваемы не какъ идіоты—глухонѣмые, а какъ глухонѣмые идіоты и слѣдовательно должны принадлежать къ группѣ идіотовъ, а не глухонѣмыхъ. Нѣмота функціональнаго характера при истеріи встрѣчается

[1]) Обозрѣніе психіатріи и неврологіи. Журналъ подъ ред. проф. Бехтерева. 1896. Декабрь.

нерѣдко, глухонѣмоту же истерическаго характера приходится наблюдать сравнительно крайне рѣдко. Истерическая нѣмота и глухонѣмота поражаютъ обыкновенно взрослыхъ, внезапно появляясь подъ вліяніемъ аффектовъ и душевныхъ волненій у лицъ предрасположенныхъ и также внезапно исчезаютъ нерѣдко безъ всякаго посторонняго вмѣшательства. Случаи такихъ заболѣваній на столько характерны по своимъ симптомамъ и клинической картинѣ, что обыкновенно не представляютъ діагностическихъ затрудненій.

Прежде чѣмъ описывать отдѣльныя условія, при которыхъ возникаетъ глухонѣмота и о тѣхъ мѣрахъ, которыя должны быть предпринимаемы въ отдѣльныхъ случаяхъ, бросимъ краткій взглядъ на настоящее положеніе глухонѣмыхъ.

Несомнѣнно, что въ наше время на глухонѣмыхъ обращается большое вниманіе и они сдѣлались заботою правительства. Многіе изъ нихъ уже не являются негодными, обременяющими членами семейства, не представляютъ изъ себя только обитателей богадѣленъ и благотворительныхъ домовъ и заведеній; многіе изъ нихъ поставлены въ положеніе обыкновенныхъ людей, пріобрѣтая своими собственными силами средства и нѣкоторые благодаря той же внимательности, будучи одарены отъ природы исключительными способностями, доходятъ до такого совершенства въ своемъ развитіи и образованіи, что конкурируютъ съ обыкновенными людьми. Несомнѣнно, что въ дѣлѣ обученія глухонѣмыхъ сдѣланы громадные успѣхи, однако далеко этого нельзя сказать относительно выясненія условій возникновенія глухонѣмоты и возможности ея предупрежденія. Всѣ усилія правительства, просвѣщенныхъ и вліятельныхъ людей покажутся намъ неудовлетворительными и результаты ихъ крайне недостаточными, если мы обратимъ вниманіе на то, что громадное большинство глухонѣмыхъ все таки остается пасынками природы, такъ какъ ежегодно количество поступающихъ въ школы глухонѣмыхъ въ 10 разъ меньше числа дѣйствительно существующихъ глухонѣмыхъ, нуждающихся въ правильномъ, методическомъ обученіи, т. е. ежегодно только $^1/_{10}$ глухонѣмыхъ попадаетъ въ благопріятныя условія, $^1/_{10}$ получаетъ возможность сдѣлаться полезными членами общества, а $^9/_{10}$ остаются навсегда лишенными возможности стать въ положеніе, приближающее ихъ къ обыкновеннымъ людямъ. Если кромѣ того мы укажемъ на то обстоятельство, что не всѣ и далеко не всѣ воспитанники школъ и заведеній для глухонѣмыхъ, несмотря на всю заботливость

и стараніе воспитателей и администраціи заведеній, выходя изъ нихъ, по окончаніи установленнаго срока, являются на столько подготовленными, чтобы могли самостоятельно продолжать дальнѣйшую жизнь, то становится понятнымъ, что, какъ ни велики успѣхи въ дѣлѣ обученія глухонѣмыхъ,—всетаки результаты окажутся крайне недостаточными.

Такое отношеніе между получающими правильное образованіе и остающимися внѣ всякаго вниманія правительства и общества существуетъ въ государствахъ съ самымъ обширнымъ числомъ школъ и заведеній для глухонѣмыхъ: въ Германіи, гдѣ имѣется 96 школъ, въ которыхъ числится 4,133 ученика, въ Соединенныхъ Штатахъ, гдѣ имѣется 73 школы съ 8,372 учениками, во Франціи при 70 школахъ съ 3,619 учениками (Hartmann, Mygind). Въ другихъ же государствахъ процентное отношеніе обучающихся глухонѣмыхъ значительно меньше. Что касается Россіи, то въ ней еще весьма мало сдѣлано для обученія глухонѣмыхъ и въ этомъ отношеніи она далеко отстала отъ всѣхъ другихъ европейскихъ странъ. Инспекторъ училища глухонѣмыхъ въ С.-Петербургѣ А. Н. Остроградскій [1]) приводитъ слѣдующія данныя по этому вопросу: въ Россіи существуетъ всего 14 школъ, изъ которыхъ только одиннадцать имѣютъ опредѣленное количество учениковъ и учителей, въ остальныхъ же трехъ онъ не приводитъ ни числа воспитанниковъ, ни штата учителей.

Города.	Число учениковъ.	Число учителей.
Петербургъ	211	28
Варшава	245	23
Одесса.	26	2
Москва	134	14
Митава	38	5
Борго (Финляндія) . .	30	3
Або	66	5
Куопіо	19	5
Педерзора	26	2
Рига	31	3
Казань	30	4
Итого . . .	856	94

[1]) L. c. Реальная энциклопедія, въ ст. о глухонѣмотѣ.

И такъ если мы примемъ максимумъ, то количество обучающихся глухонѣмыхъ въ Россіи достигаетъ только 1000 человѣкъ, а по послѣднимъ свѣдѣніямъ, опубликованнымъ въ Правительственномъ Вѣстникѣ въ прошломъ году, количество глухонѣмыхъ въ Россіи равняется 56000. Слѣдовательно, цифры краснорѣчиво доказываютъ, какое ничтожное количество въ нашемъ отечествѣ глухонѣмыхъ поставлено въ благопріятныя условія. Не можемъ мы и въ ближайшемъ будущемъ надѣяться, чтобы при самыхъ лучшихъ желаніяхъ прогрессъ въ дѣлѣ оказанія помощи глухонѣмымъ оказался болѣе ощутительнымъ, такъ какъ обученіе глухонѣмыхъ сопровождается особыми условіями и требуетъ значительныхъ, необычныхъ затратъ. Вѣдь такой солидный ученый и спеціалистъ своего дѣла, какъ Hartmann признаетъ, что ни одна изъ существующихъ школъ Германіи, которая можетъ служить образцомъ въ дѣлѣ обученія глухонѣмыхъ, не удовлетворяетъ требованіямъ правильной педагогической дѣятельности. Чтобы достичь желаемыхъ результатовъ въ дѣлѣ образованія и обученія глухонѣмыхъ необходимо, чтобы на одного учителя приходилось 4—5 и никакъ не болѣе 8 человѣкъ воспитанниковъ, между тѣмъ какъ вездѣ число воспитанниковъ превышаетъ указанную норму. Намъ пришлось убѣдиться въ этомъ изъ бесѣды со всѣми воспитателями С.-Петербургской школы для глухонѣмыхъ, гдѣ на воспитателя приходится болѣе 10—12 человѣкъ. И этимъ отчасти объясняется неуспѣшность и малая подготовка къ вполнѣ самостоятельной трудовой жизни воспитанниковъ школы. Мы сами убѣдились, обладая нѣкоторою опытностью и навыкомъ въ разговорѣ съ глухонѣмыми, что далеко не всѣ воспитанники, мы не боимся впасть въ ошибку, если скажемъ, что очень немногіе изъ нихъ могли вести обыкновенную разговорную рѣчь и то въ крайне ограниченныхъ предѣлахъ. Воспитатели также подтвердили, что они очень рѣдко встрѣчаютъ такихъ воспитанниковъ при окончаніи уже курса въ заведеніи для глухонѣмыхъ, которые могли бы свободно разговаривать съ посторонними людьми, да и эти немногіе, выходя изъ школы, въ скоромъ времени теряютъ способность говорить обыкновенной рѣчью и переходятъ на мимическій разговоръ. Вотъ съ какими затрудненіями сопряжено дѣло обученія глухонѣмыхъ и какъ недостаточны результаты обученія! Намъ неоднократно приходилось слышать восторженные отзывы о тѣхъ успѣхахъ, которые сдѣланы для глухонѣмыхъ въ дѣлѣ ихъ обученія и возстановленія ихъ человѣческихъ правъ. Audiatur et altera pars.

Такимъ образомъ глухонѣмота является большимъ зломъ и несчастьемъ, борьба съ которымъ до сихъ поръ еще не даетъ ощутительныхъ результатовъ и, какъ мы уже видѣли, это несчастье въ жизни сглаживается лишь въ очень незначительной степени. Мы видѣли, что все стараніе направлено на ослабленіе уже развившагося порока и мало вниманія обращается на профилактику этого заболѣванія, а между тѣмъ это, по нашему мнѣнію, должно составлять главную заботу и врачей и общества. Заговоривъ объ этомъ, мы должны остановиться на нѣкоторое время на этіологіи глухонѣмоты и болѣе подробно разсмотрѣть причины ея происхожденія.

Глухонѣмоту, какъ мы сказали раньше, должно раздѣлять на врожденную и пріобрѣтенную. Выяснить причину пріобрѣтенной глухонѣмоты съ большимъ или меньшимъ трудомъ почти всегда удается, что же касается этіологіи врожденной глухонѣмоты, то до настоящаго времени имѣются лишь одни предположенія, стереотипно повторяемыя каждымъ авторомъ, трактующимъ объ этомъ вопросѣ. Догадки эти, какъ мы увидимъ, зачастую лишены почти всякаго основанія.

Пользуясь статистическими данными, до послѣдняго времени всѣ авторы, приводя различныя отношенія между врожденной и пріобрѣтенной глухонѣмотой, считаютъ, что первая всегда превалируетъ надъ послѣдней (по изслѣдованіямъ Schmalz'a [1]) изъ 5,425 глухонѣмыхъ 3,665 родились съ этимъ недостаткомъ, а 1,760 человѣкъ пріобрѣли его послѣ рожденья). Всѣ авторы послѣдняго времени наоборотъ указываютъ на преобладающее большинство глухонѣмыхъ, которые получили глухонѣмоту послѣ рожденія—въ первые годы жизни.

Статистическія данныя Lent'a [2]) Wilhelm'a [3]), и др., собранныя съ большою тщательностью, съ очевидностью доказываютъ, что число лицъ съ пріобрѣтенною глухонѣмотою больше, чѣмъ глухонѣморожденныхъ.

У Ladreit'a de la Charrière [4]) мы находимъ оффиціальную статистику всѣхъ глухонѣмыхъ во Франціи, число которыхъ равняется 21,395. Изъ нихъ 16,127 считаются отъ рожденья глухонѣмыми, и только 5,268 считаются случайно ставшими глухонѣмыми. Онъ не

[1]) Die Taubstummen im Königreich Sachsen. Leipzig. 1837.
[2]) Statistik des Reg. Ber. Cöln. 1869.
[3]) Statistik des Reg. Ber. Magdeburg vom Jahre 1871.
[4]) Comment ont fait parler des sourds muets. Paris. 1889

колеблясь говорить, что эти цифры совершенно ложны: „Если поизслѣдовать уши глухонѣмыхъ, то станетъ яснымъ, что число тѣхъ, у которыхъ имѣются поврежденія въ ушахъ, значительно больше". M. Ladreit de la Charrière послѣ своихъ изслѣдованій пришелъ къ заключенію, что на 100 случаевъ 69 стали глухонѣмыми вслѣдствіе поврежденія органа слуха и остальные 31 глухонѣмые отъ рожденія, или же стали ими въ первые мѣсяцы жизни.

Hartmann въ Берлинѣ пришелъ почти къ такимъ же результатамъ: на 185 глухонѣмыхъ—только 15 были глухонѣмыми отъ рожденья. Lannois [1]), наблюдая 35 человѣкъ дѣтей въ институтѣ для глухонѣмыхъ, нашелъ, что 17 человѣкъ изъ нихъ представляли очевидныя поврежденія барабанной перепонки или барабанной полости, изъ остальныхъ 17-ти у половины наблюдался процессъ во внутреннемъ ухѣ или въ мозгу вслѣдствіе кори, скарлатины, дифтерита, воспаленія мозговыхъ оболочекъ и т. д.

На основаніи собранныхъ нами свѣдѣній въ С.-Петербургской школѣ для глухонѣмыхъ, мы также должны присоединиться къ послѣднему мнѣнію. Изъ 225 воспитанниковъ и воспитанницъ школы, 126 человѣкъ большею частью потеряли слухъ на 2-мъ или 3-мъ году жизни отъ различныхъ болѣзней: кори, тифа, скарлатины, дифтерита, воспаленія мозговыхъ оболочекъ и т. п. При осмотрѣ мальчиковъ, числящихся подъ рубрикою глухонѣмыхъ отъ рожденья, мы у большей половины также нашли рѣзкія анатомическія измѣненія въ барабанной перепонкѣ или барабанной полости. Предварительныя свѣдѣнія относительно новобранцевъ Кіевской губерніи, присылаемыхъ на испытаніе за 8-милѣтній періодъ времени, также показываютъ, что глухонѣмота наступала въ большинствѣ случаевъ послѣ 2-го года жизни отъ различныхъ заболѣваній. Изъ 110 человѣкъ, находившихся за это время подъ нашимъ наблюденіемъ, въ 81 случаѣ мы имѣли ясное указаніе на опредѣленный болѣзненный процессъ; изъ 29 остальныхъ, отмѣченныхъ глухонѣмыми отъ рожденья, вслѣдствіе неизвѣстныхъ причинъ, мы имѣли дѣло съ пріобрѣтеннымъ состояніемъ (на это указываютъ анатомическія измѣненія въ ушахъ, приведенныя въ таблицахъ). По этимъ измѣненіямъ нельзя точно опредѣлить причину, но съ несомнѣнностью устанавливается фактъ, что ребенокъ сдѣлался глухонѣмымъ по рожденіи на свѣтъ. Такимъ

[1]) La sourdi-mutité et des sourds-muets devant la loi par le d-r Lannois

образомъ эта 3-я категорія глухонѣмыхъ отъ неизвѣстныхъ причинъ безспорно должна быть отнесена въ рубрику пріобрѣтенной глухонѣмоты и слѣдовательно увеличить число глухонѣмыхъ вслѣдствіе заболѣванія въ раннемъ дѣтствѣ.

Условія, вліяющія на происхожденіе и развитіе глухонѣмоты врожденной и пріобрѣтенной, различны, но какъ для того, такъ и для другаго вида глухонѣмоты безусловно вѣрнымъ представляется явленіе, что глухонѣмота, за ничтожными исключеніями, есть болѣзнь бѣдныхъ. Нищета влечетъ за собою цѣлый рядъ вредоносныхъ вліяній, которыя въ числѣ другихъ болѣзней, служатъ также производителями глухонѣмоты. Несомнѣнное вліяніе на происхожденіе врожденной глухонѣмоты имѣютъ климатическія и геологическія условія. Большинство авторовъ считаетъ, что низменности представляютъ относительный иммунитетъ противъ глухонѣмоты и что превалирующее, поразительное количество глухонѣмыхъ находятъ въ горныхъ странахъ и что въ этомъ отношеніи Швейцарія играетъ прискорбное первенство, а второе мѣсто по частотѣ глухонѣмоты занимаютъ альпійскія мѣстности Австріи. Мѣстности стали приписывать огромное значеніе на основаніи статистическихъ данныхъ G. Мауг'а [1]). Однако работа Schmalz'a [2]) заставляетъ сомнѣваться, играютъ ли только теллурическія условія роль въ произведеніи глухонѣмоты? Основательныя изслѣдованія Huberta-Valleroux [3]) относительно Швейцаріи показали, что не сама мѣстность, а ея свойства, климатическія и гигіеническія условія являются главными факторами въ произведеніи глухонѣмоты.

Въ Швейцаріи въ кантонѣ Берна считаютъ не менѣе одного глухонѣмого на 205 челов. жителей; округъ Шварцембургъ обладаетъ однимъ глухонѣмымъ на 103 человѣка и община Weyach имѣетъ одного глухонѣмого на 44 жителя. На пространствѣ нѣсколькихъ километровъ въ бассейнѣ Aar представляется замѣчательный примѣръ контраста: сѣверная часть низкая и влажная насчитываетъ большое число глухонѣмыхъ, тогда какъ южная, представляющая возвышенное положеніе, имѣетъ мало глухонѣмыхъ. Ущелья горъ, глубокія долины въ умѣренныхъ странахъ, расположенныхъ къ сѣверу и на западъ съ отсутствіемъ, или недостаточнымъ количествомъ свѣта и солнечныхъ лучей,

[1]) Mayr. Die Verbreitung der Taubstummheit in Bayern. München. 1874.
[2]) Schmalz Die Taubstummen im Königreich. Sachsen. Leipzig. 1837.
[3]) Hubert Valleroux. De la sourdi-mutité. Paris. 1853.

съ большимъ скопленіемъ влаги служатъ избранными мѣстами для развитія глухонѣмоты. Тамъ, гдѣ господствуетъ безпредѣльно сырость, холодъ и безпрерывныя, рѣзкія уклоненія и перемѣны температуры, появленіе глухонѣмоты поразительно часто. Особенное устройство жилищъ, извѣстныхъ подъ именемъ крестьянскихъ шалашей, еще болѣе усиливаетъ вредное вліяніе климатическихъ условій. Почти всѣ глухонѣмые, которыхъ такъ много находятъ въ общинѣ Weyach, говоритъ д-ръ Billeter [1]), населяютъ часть деревни, расположенной въ лощинѣ, гдѣ улицы узки, грязны, сыры и гдѣ въ извѣстныя времена года погреба всѣхъ домовъ бываютъ затоплены водою. Эта часть деревни расположена въ небольшой долинѣ, глубокой, открытой только суровому и холодному сѣверному вѣтру и получаетъ только на короткій промежутокъ времени лучи заходящаго солнца. Восточныя графства Англіи, покрытыя болотами, говоритъ д-ръ Du Puget [2]), содержатъ большое число глухонѣмыхъ, тогда какъ Бирмингамъ, построенный на возвышенномъ и сухомъ мѣстѣ, насчитываетъ ихъ крайне незначительное число. Съ своей стороны Schmalz констатировалъ, что кантоны Цюриха и Vaux, которые не имѣютъ ни одной глубокой долины, содержатъ менѣе всего глухонѣмыхъ. Атмосферныя вліянія не являются однако единственными неблагопріятными моментами, обусловливающими развитіе глухонѣмоты. Schneider, Amstein, Studer и Schmalz [3]) придаютъ большое значеніе почвѣ, геологическому составу, который, удерживая влагу на почвѣ, одинаково благопріятствуетъ развитію глухонѣмоты. Нѣкоторыя почвы, которыя образуютъ непроницаемые слои—жирныя глины—и особенно слои каменной соли, содержатъ на поверхности постоянную влажность, одинаково вредную для людей и животныхъ. Въ департаментѣ Meurthe, гдѣ происходитъ громадная разработка соли, встрѣчается большое количество кретиновъ, глухонѣмыхъ, одержимыхъ зобомъ среди сильнаго крѣпкаго населенія. Даже животныя подвергаются заболѣванію—нерѣдко можно встрѣтить зобастыхъ лошадей.

Къ этимъ чисто физическимъ вліяніямъ, изученнымъ всѣми учеными, которые занимались этіологіей глухонѣмоты, нужно прибавить нравственное вліяніе, которое является не менѣе дѣйствительнымъ и

[1]) Loco cit. Hub. Valleroux—стр. 21.

[2]) Rapport à la Societé des sciences naturelles et médicales de Dresde. 1834.

[3]) Ueber Untersuchung und Behandlung der Krankheiten des Ohrs und Gehörs. Dresden. 1851.

не менѣе могущественнымъ факторомъ. Подъ выраженіемъ нравственныхъ вліяній мы подразумѣваемъ недостатки въ соціальныхъ и экономическихъ учрежденіяхъ народовъ, особенно въ отдѣльныхъ семействахъ, и преимущественно обращаемъ вниманіе на дурное воспитаніе дѣтей.

Д-ръ Burnet [1]) указалъ на огромную пропорцію глухонѣмыхъ, которыми изобилуетъ населеніе рабовъ. Одинъ журналъ въ Нью-Іоркѣ утверждаетъ, что въ Штатѣ New-Hampshire число глухонѣмыхъ достигало до $^1/_{50}$ части населенія. И тотъ, кто видѣлъ и изучалъ положеніе рабства и даже чернаго вольноотпущенника, говоритъ Feuton [2]), тотъ не удивится такой высокой цифрѣ этого недостатка между ними. Далѣе, онъ говоритъ, что въ Америкѣ и въ нашихъ Европейскихъ обществахъ въ нисшемъ населеніи, получающемъ скудное содержаніе, замѣтна огромная наклонность къ заболѣванію глухонѣмотою. Провинціи Пруссіи, которыя пользуются болѣе высокой степенью удобствъ жизни, гдѣ образованіе болѣе распространено, оказываются, безъ исключенія по всѣмъ статистическимъ свѣдѣніямъ, представляющими меньшее число глухонѣмыхъ, чѣмъ провинціи, гдѣ цивилизація менѣе распространена. Статистика, собранная въ Англіи, еще болѣе очевидно указываетъ на вліяніе плохихъ экономическихъ условій на происхожденіе глухонѣмоты.

Изъ статистики видно, что глухонѣмыхъ то больше въ деревняхъ, то больше въ городахъ, и это исключительно зависитъ отъ различія благосостоянія въ однѣхъ и въ другихъ. M. William Niell [3]) находитъ болѣе глухонѣмыхъ въ городахъ. Въ Германіи и Италіи Fabriani de Modène [4]), наоборотъ, указываетъ на значительный перевѣсъ глухонѣмыхъ въ деревняхъ. Тамъ, гдѣ жители городовъ меньше обезпечены, чѣмъ жители деревень, тамъ больше распространена глухонѣмота и, наоборотъ, тамъ, гдѣ земледѣльцы бѣднѣе, чѣмъ жители городовъ, тамъ въ деревняхъ превалируетъ развитіе глухонѣмоты.

Старинными авторами и многими въ настоящее время главнѣйшею причиною врожденной глухонѣмоты выставляется наслѣдствен-

---

[1]) Voyez Quatrième circulaire de l'institut royal des sourds-muets.
[2]) Coup d'oeil sur les institutions des sourds-muets en Europe et en Amérique.
[3]) Rapport, présenté aux administrateurs de l'hospice de Donaldson.
[4]) Statistique des sourds-muets dans les Etats de Modène.

ность, при чемъ, когда послѣднюю сталъ опровергать Krügelstein, а затѣмъ Mansfeld [1]), Meissner [2]), Kramer [3]), которые утверждаютъ, что глухонѣмота совершенно не передается наслѣдственно, то сторонники наслѣдственности стали доказывать не прямую, а посредственную наслѣдственность, многіе же считаютъ наслѣдственными тѣ случаи, когда въ семействѣ рождаются всѣ или нѣкоторыя дѣти глухонѣмыми безъ видимой причины, не смотря на то, что на существованіе глухонѣмыхъ членовъ въ числѣ предковъ этой семьи нельзя было указать. (Hartmann).

Послѣдній также категорически высказываетъ, что болѣе широкими изслѣдованіями настоящаго времени установлена возможность, хотя и рѣдкая, прямой передачи глухонѣмоты. Должно сказать, что возможности отрицать нельзя, но на нее слѣдуетъ смотрѣть какъ на случайность, зависящую отъ многихъ другихъ условій.

На основаніи собранныхъ нами біографическихъ данныхъ 2-хъ тысячъ глухонѣмыхъ дѣтей и взрослыхъ, мы не могли констатировать прямой наслѣдственности ни въ одномъ случаѣ и только въ 6-ти случаяхъ имѣются указанія на боковую наслѣдственность—были глухонѣмые родственники со стороны отца и со стороны матери. Menière [4]) въ спеціальномъ трудѣ по этому вопросу, признавая возможность извѣстнаго числа случаевъ прямой и непосредственной наслѣдственности глухонѣмоты, прибавляетъ: „Надо сказать, однако, что эти случаи составляютъ рѣдкое исключеніе, что обыкновенно глухонѣмые, женатые на глухонѣмыхъ же, имѣютъ дѣтей, которыя слышатъ и говорятъ. Это еще болѣе вѣрно относительно смѣшанныхъ браковъ, т. е. когда только одинъ изъ супруговъ глухонѣмой; тѣмъ не менѣе бываютъ случаи и при этихъ условіяхъ рожденія глухонѣмыхъ дѣтей".

Тоже говоритъ и Дарвинъ [5]): „когда глухонѣмой того или другого пола вступитъ въ бракъ съ здоровымъ лицомъ, то крайне рѣдко бываетъ, чтобы дѣти имѣли тотъ же недостатокъ. Въ Ирландіи на 203-хъ дѣтей, родившихся отъ такихъ браковъ, только одинъ былъ

[1]) Mansfeld. Das Taubstummen Institut zu Braunschveig von seiner Errichtung bis zu Ende des Jahres 1829 beschrieben. Braunschweig 1830

[2]) Meissner. Taubstummheit und T—bildung. Leipzig 1856

[3]) Kramer. Handb. der Ohrenheil K. Berlin 1867.

[4]) Recherches sur l'origine de la sourdimutité, par le docteur Menière.

[5]) Дарвинъ. Происхожденіе человѣка и половой подборъ. Томъ II. 18..

глухонѣмой". Седжвикъ [1]), долго изучавшій въ Англіи вопросъ о наслѣдственности, полагаетъ, что непередачу глухонѣмоты можно приписать тому, что частота этого явленія извращается дѣйствіемъ какого-нибудь закона развитія. Несомнѣнно вѣрнымъ, благодаря точности изслѣдованія автора, является фактъ отсутствія, или, по крайней мѣрѣ, крайне рѣдкой наслѣдственности глухонѣмоты, объясненіе же не выходитъ изъ предѣловъ предположеній. Moos [2]), Schmalz [3]), совершенно не приводятъ случаевъ прямой наслѣдственности, и вообще вопросъ о наслѣдственности прирожденной глухонѣмоты является точно неразрѣшеннымъ статистическими данными, но изъ послѣднихъ видно, что прямое наслѣдованіе этого недостатка отъ родителей дѣтьми существуетъ крайне рѣдко.

На основаніи приведенныхъ данныхъ слѣдуетъ придти къ заключенію, что наслѣдственность для глухонѣмоты представляется фактомъ далеко не доказаннымъ. Изъ ежедневныхъ наблюденій и данныхъ патолого-анатомическихъ вскрытій глухонѣмыхъ вытекаютъ совершенно обратные факты. Нерѣдко встрѣчаются примѣры, что отъ обоихъ родителей, обладающихъ слухомъ и рѣчью, происходятъ здоровыя и глухонѣмыя дѣти. Не есть ли это дѣло случая, обусловленнаго, конечно, невыясненными причинами? Слѣдующею важною причиною глухонѣмоты признаются кровные браки. Съ тѣхъ поръ какъ французскій изслѣдователь Boudin [4]) на основаніи крайне поверхностныхъ изслѣдованій и незначительныхъ статистическихъ данныхъ, пришелъ къ широкимъ выводамъ, установивши пагубное вліяніе кровныхъ браковъ на происхожденіе глухонѣмоты, у него нашлось много послѣдователей и кровный бракъ приводится какъ одна изъ главныхъ причинъ глухонѣмоты во всѣхъ сочиненіяхъ и трактатахъ по поводу послѣдней. Это воззрѣніе стереотипно повторяется всѣми до послѣдняго времени. Въ новѣйшее время его приводитъ Holger Mygind[5]).

Уже Falk [6]) высказывается осторожнѣе, говоря, что указанный вредный моментъ долженъ воздѣйствовать нѣсколько разъ, чтобы уже

---

[1]) Dictionnaire de médicine pret art. Hérédité p. 462.

[2]) Aetiologie und Befunde von angeborener Taubheit

[3]) Die Taubstummen im Sachsen Leipzig 1884.

[4]) *Boudin* — Dangers des unions consanguines. Annales d'hygiène publ. Tome XVIII.

[5]) Taubstummheit von dr. med. Holger Mygind 1894.

[6]) Zur Statistik der Taubstummen. Arch. f. Psychiatrie Bd. I—III S 407.

затѣмъ вызвать появленіе глухонѣмоты. Именно онъ приводитъ случаи появленія глухонѣмоты въ такихъ родственныхъ бракахъ, которымъ непосредственно предшествовали также родственные браки, въ 2-хъ предшествовавшихъ поколѣніяхъ. Далѣе, между французскими писателями существуетъ нѣсколько авторовъ, которые совершенно отрицаютъ какую бы то ни было связь между кровными браками и глухонѣмотой. Anselon [1]) заявляетъ, что браки между родственниками даютъ въ потомствѣ меньше глухонѣмыхъ, чѣмъ обыкновенные браки. Въ этомъ же смыслѣ высказывается и Voisin [2]). Изъ нѣмецкихъ авторитетовъ Hartmann, считая кровные браки одною изъ причинъ врожденной глухонѣмоты, прибавляетъ, что въ виду противорѣчій, желательно было бы имѣть болѣе обширныя и точныя изслѣдованія.

Нѣкоторые писатели приписывали единокровнымъ бракамъ непродолжительность и непрочность благородныхъ семействъ во Франціи.

Фактъ несомнѣнный, но слѣдуетъ обратить вниманіе и на другія многочисленныя причины: война, религіозныя склонности, алкоголизмъ, половыя излишества и многіе другіе пороки, зависящіе отъ воспитанія и среды и т. д. Еврейская раса, вслѣдствіе особыхъ условій, была принуждена продолжать свой родъ сама собой и единокровные браки должны быть среди нея довольно часты; однако она сохранилась здоровой, сильной и долговѣчной. Поль Топинаръ ссылается на примѣры Тодасовъ и Нимирисовъ, которые всѣ женятся между собой и они всѣ безъ исключенія представляются родными между собою въ различныхъ степеняхъ, однакожъ съ незапамятныхъ вѣковъ раса сохраняется одной изъ самыхъ лучшихъ въ Индіи. Плодовитость единокровныхъ браковъ не подлежитъ сомнѣнію ни для кого. Howe указываетъ на 17 единокровныхъ браковъ, отъ которыхъ произошло 95 человѣкъ здоровыхъ дѣтей. Berniss приводитъ 34 брака единокровныхъ, изъ которыхъ 29 произвели 129 дѣтей. Mitchell видѣлъ 5 единокровныхъ браковъ, произведшихъ 54 ребенка безъ недостатковъ въ органахъ слуха.

Poncet приводитъ родословную одного мексиканскаго семейства, въ которомъ союзы между близкими были чрезвычайно часты, а между

---

[1] Valeur de la statistique, appliquée aux mariages consanguines.

[2]) Contribution à l'histoire des mariages entre consanguins 1866.

тѣмъ не наблюдалось случаевъ глухонѣмоты. Bourgevois въ своей диссертаціи ссылается на исторію своего собственнаго семейства. Отъ единокровной цары, вступившей 130 лѣтъ тому назадъ въ бракъ, произошло 416 человѣкъ членовъ. Между дѣтьми, рожденными отъ единокровныхъ союзовъ, смертность ниже 7 лѣтъ была менѣе, чѣмъ 1 на 8, тогда какъ между дѣтьми, рожденными не въ единокровныхъ бракахъ, она была немного менѣе 1 на 6. Средняя жизнь въ этомъ семействѣ простиралась до 39 лѣтъ и 3-хъ мѣсяцевъ. Констатировано во всѣхъ этихъ поколѣніяхъ только 2 случая эпилепсіи, 1 случай случайнаго умопомѣшательства, 2 случая чахотки и одинъ случай золотухи, но не было ни одного случая глухонѣмоты, или уродливости другого рода. Seguin въ свою очередь представилъ исторію 10 единокровныхъ союзовъ въ своей семьѣ. Ни у одного изъ дѣтей не замѣчалось ни слабости, ни уродливостей. Auguste Voisin въ 1865 году сдѣлалъ изученіе надъ браками между единокровными въ общинѣ Batz возлѣ Croisic (Loireinferieure). Въ этой общинѣ существовало до 3300 жителей. Онъ описываетъ сорокъ шесть единокровныхъ союзовъ въ близкой степени. Два брака только были безплодны, другіе дали 172 человѣка дѣтей, между которыми очень мало наблюдалось душевныхъ заболѣваній, не было замѣчено никакого болѣзненнаго вырожденія и никакихъ уродливостей. Потомство вышло очень хорошее и совершенно правильно организованное. Далѣе A. Mitchell сдѣлалъ не менѣе интересныя изслѣдованія на островахъ, которые прилегаютъ съ сѣвера Шотландіи и въ сосѣднихъ съ ней маленькихъ деревушкахъ. Въ св. Кильдѣ (Saint-Kild) 78 человѣкъ жителей. Всѣ дѣти отъ единокровныхъ браковъ очень здоровыя и хорошо сложенныя. Смертность таже, что и въ семействахъ не единокровныхъ.

На островѣ Barneray въ деревняхъ Burmouth и Ross, гдѣ было найдено очень большое количество единокровныхъ браковъ—люди крѣпкаго, хорошаго тѣлосложенія, безъ всякихъ недуговъ. На островѣ же Lonois на 311 браковъ было констатировано только 4 единокровныхъ, между тѣмъ число уродливостей и природныхъ недостатковъ рѣзко бросалось въ глаза. Не можемъ не упомянуть еще случая не менѣе курьезнаго, сообщаемаго Thibault'омъ.

Въ 1849 г, въ Vidah (Dagomey) умеръ откупщикъ казенныхъ доходовъ изъ португальцевъ, по имени Souza, который пріобрѣлъ огромное состояніе вывозомъ и торговлею неграми. Онъ оставилъ 100

человѣкъ дѣтей, происшедшихъ отъ 400 запертыхъ въ его гаремѣ женщинъ. По распоряженію Дагомейскихъ королей, вслѣдствіе политическихъ соображеній, все оставшееся поколѣніе было помѣщено на особомъ, совершенно замкнутомъ пространствѣ. Смѣшеніе было полное и союзы совершались самые уродливые, ужасные.

Въ 1863 г. считали дѣтей 3-го поколѣнія. Они снова вернулись къ темнымъ арапамъ, сохраняя однако характеръ и привычки ихъ предковъ-европейцевъ. Между ними не было найдено ни глухонѣмыхъ, ни слѣпыхъ, ни кретиновъ, ни страдающихъ врожденною слабостью физическихъ и душевныхъ силъ.

Pouillac, говоритъ докторъ Ferrier, насчитываетъ 1700 жителей. Большая часть жителей крѣпкіе моряки, энергичные и хорошаго тѣлосложенія. Женщины славятся красотой и свѣжестью цвѣта лица. Нѣтъ, можетъ быть, ни одной мѣстности во Франціи, гдѣ бы единокровные браки были столь часты, а между тѣмъ случаи негодности къ военной службѣ чрезвычайно рѣдки.

Также возлѣ Granville'a, Arromanches, у Portel возлѣ Boulogne, гдѣ рыболовы женятся между собою, не наблюдается глухонѣмыхъ. Подобныя же наблюденія были сдѣланы въ Uchizi и въ Saint-Martin d'Auxigory близъ Bourges Perrier'омъ. Въ убѣжищѣ Lancastre были изслѣдованы Shuttleworth'омъ 900 человѣкъ больныхъ, происшедшихъ отъ единокровныхъ браковъ и между ними не было найдено ни глухонѣмыхъ, ни идіотовъ, ни слабоумныхъ. По статистикѣ, произведенной Georges'омъ Darvin'омъ въ Англіи въ заведеніяхъ умалишенныхъ, было констатировано, что число сумасшедшихъ и глухонѣмыхъ совершенно одинаково, какъ въ бракахъ единокровныхъ, такъ и въ бракахъ скрещенныхъ [1]). Bonnafont не придаетъ никакого значенія вліянію единокровныхъ браковъ въ происхожденіи глухонѣмоты. Профессоръ Lacassagne [2]) доказательно опровергаетъ вліяніе кровныхъ браковъ на глухонѣмоту обширными статистическими данными.

Д-ръ Benzengue [3]), который изучилъ 110 глухонѣмыхъ въ Московской школѣ, не допускаетъ никакого вліянія единокровія на произведеніе глухонѣмоты. Дѣйствительно въ Россіи законъ религіи

[1]) D-r Laurent. Mariages consanguins et dégénérescences. Paris 1895.
[2]) De la sourdi—mutité. Paris 1843.
[3]) Lacassagne. Journal of mental science 1886 p. 353.
[4]) D-r Benzengue Revue d'antropologie 1880.

еще очень уважается и хранится, послѣдній же запрещаетъ союзы между близкими родными, и случаи единокровныхъ браковъ представляются крайне рѣдкими, исключительными, а между тѣмъ число глухонѣмыхъ въ настоящемъ году по оффиціальнымъ свѣдѣніямъ, сообщеннымъ въ печати, простирается до 56,000 человѣкъ.

Такимъ образомъ, многими авторитетными изслѣдованіями опровергается значеніе единокровныхъ браковъ въ происхожденіи глухонѣмоты. Слѣдуетъ сказать, что единокровные браки, при условіи, если ни съ той, ни съ другой стороны не имѣется патологической наслѣдственности, не оказываютъ вреднаго вліянія и при прочихъ равныхъ условіяхъ, отъ такихъ браковъ могутъ происходить совершенно здоровыя дѣти, какъ и въ обыкновенныхъ бракахъ.

Изъ собранныхъ нами свѣдѣній относительно 110 глухонѣмыхъ, изъ которыхъ громадное большинство составляло—евреи Кіевской губерніи, мы только въ двухъ случаяхъ имѣли указанія на родственныя отношенія между родителями глухонѣмыхъ (въ одномъ случаѣ близкое родство, въ другомъ отдаленное).

Все это насъ приводитъ къ тому заключенію, что не кровные браки сами по себѣ обусловливаютъ появленіе глухонѣмоты, а вообще неблагопріятныя условія, сопровождающія эти браки—условія, которыя въ свою очередь и при обыкновенныхъ бракахъ могутъ обусловливать появленіе глухонѣмоты.

Кромѣ приведенныхъ болѣе или менѣе вѣроятныхъ причинъ врожденной глухонѣмоты, различными авторами приводится еще цѣлый рядъ моментовъ, именно страданія и заболѣванія родителей, которыя могли бы считаться этіологически важными. Считаютъ пьянство родителей, душевныя болѣзни, большую разницу въ возрастѣ, сильныя душевныя волненія во время беременности и пр. обстоятельствами, могущими повести къ появленію глухонѣмоты. Однако до настоящаго времени никому еще не удалось подтвердить вѣроятность этихъ предположеній ни прямыми наблюденіями, ни статистическими данными.

Наши изслѣдованія и наблюденія надъ глухонѣмыми въ возрастѣ 21-го года, а также надъ воспитанниками С.-Петербургскаго училища для глухонѣмыхъ въ возрастѣ, начиная съ 10-ти лѣтъ и до 21-го года, заставляютъ обратить вниманіе, что нерѣдко ни одинъ изъ вышеприведенныхъ моментовъ не играетъ никакой роли и что ни одна изъ причинъ, обычно приводимыхъ авторами, какъ этіологическій моментъ для врожденной или пріобрѣтенной глухонѣмоты,

часто не имѣла мѣста и такіе случаи отнесены въ рубрику „глухонѣмота отъ неизвѣстныхъ причинъ", при чемъ въ нѣкоторыхъ случаяхъ при тщательной провѣркѣ данныхъ анамнеза, удалось выяснить, что глухонѣмота наступила на 6—9 мѣсяцѣ жизни ребенка, а въ другихъ случаяхъ даже въ концѣ перваго года, или въ началѣ 2-го года.

Въ литературѣ также имѣются указанія, гдѣ доставленныя семействами свѣдѣнія говорили, что ребенокъ глухъ отъ рожденія отъ неизвѣстной причины, между тѣмъ какъ при тщательной провѣркѣ оказывалось, что глухота наступала на 8 — 10 мѣсяцѣ и даже въ возрастѣ года и болѣе. Особенно въ этомъ отношеніи заслуживаютъ вниманія школы для глухонѣмыхъ въ Бордо и Нанси, гдѣ анамнезъ каждаго ученика собирается заботливо и причины, а также и время появленія глухонѣмоты отмѣчаются съ рѣдкой осмотрительностію. Такая правильность и научность въ постановкѣ дѣла съ положительностію разрѣшила, что врожденная глухонѣмота встрѣчается настолько рѣдко, насколько пріобрѣтенная обычно. (H. Valleroux) [1]). Невольно приходится предполагать еще неопредѣленныя и неизслѣдованныя условія, ведущія къ появленію глухонѣмоты въ утробной жизни и значительно чаще развивающіяся въ первые моменты внѣутробной жизни.

Появленіе послѣдней глухонѣмоты, трудно, вѣрнѣе даже невозможно врачу-спеціалисту отличить отъ врожденной и мы полагаемъ, что многіе случаи ранней глухонѣмоты слывутъ подъ именемъ прирожденнаго недостатка. При изслѣдованіи ушныхъ органовъ въ большинствѣ случаевъ не констатируется рѣшительно никакихъ объективныхъ измѣненій, могущихъ обусловливать не только полную глухоту, но часто не дающихъ повода предполагать ослабленіе слуха.

Тщательно изслѣдуя такихъ субъектовъ мы находили рѣзкія измѣненія въ строеніи, формѣ и расположеніи зубовъ, и нерѣдко двойной рядъ неправильно расположенныхъ зубовъ, что со времени Гётчинсона принято считать характернымъ явленіемъ врожденнаго сифилиса. Иногда свободные края зубовъ имѣютъ такія выемки, которыя дѣлаютъ ихъ схожими съ пилообразными нарѣзками. Такую же картину описываетъ извѣстный итальянскій психіатръ и антропологъ Lombroso [2]). Онъ находилъ у глухонѣмыхъ пилообразные, остроконеч-

---

[1]) De la sourdi—mutité Par Hubert Valleroux Paris 1853

[2]) Lombroso. Archiv. de psichiatr. et. Neurologie. Centralblatt 1885 Apr. Lombroso считаетъ такіе зубы признакомъ вырожденія.

ные зубы, считающіеся признакомъ врожденнаго или наслѣдственнаго сифилиса (въ 6—8%).

Во многихъ случаяхъ я наблюдалъ, при изслѣдованіи глухонѣмыхъ увеличеніе затылочныхъ, шейныхъ и паховыхъ железъ. Послѣднія представлялись твердыми наощупь, безболѣзненными и рѣзко ограниченными.

Принимая во вниманіе только что сказанное и найденныя нами при изслѣдованіи данныя, мы приходимъ къ заключенію,—что наслѣдственный сифилисъ часто ведетъ къ глухотѣ, при чемъ слухъ или совершенно теряется, или утрачивается въ значительной степени. Такой процессъ совершается въ первые моменты жизни ребенка, въ первые 6—9—12 мѣсяцевъ, слѣдовательно уничтожаетъ возможность для развитія рѣчи и обусловливаетъ такимъ образомъ глухонѣмоту.

Вслѣдствіе того, что, какъ извѣстно, нерѣдко наблюденіе окружающихъ—родныхъ и ухаживающихъ за ребенкомъ, и даже изслѣдованіе опытнаго врача въ первые мѣсяцы жизни ребенка не можетъ съ положительностію рѣшить вопросъ, имѣется ли слухъ у ребенка, или отсутствуетъ, тѣмъ болѣе почти абсолютно невозможнымъ является—разрѣшить вопросъ о времени появленія глухоты въ подобныхъ случаяхъ т. е. родился ребенокъ глухимъ, или глухота появилась послѣ рожденія, то безспорно, что многіе такіе случаи глухонѣмоты, развившіеся на почвѣ конституціональнаго сифилиса, съ которымъ ребенокъ появился на свѣтъ, слывутъ подъ именемъ врожденнаго страданія, врожденной глухонѣмоты.

И это съ одной стороны совершенно понятно, такъ какъ ребенокъ къ періоду, въ который начинается первое развитіе рѣчи, является совершенно неспособнымъ къ воспріятію и воспроизведенію звуковъ, словъ и рѣчи за отсутствіемъ уже потерянаго совершенно, или настолько ослабленнаго слуха, что не можетъ слѣдовать ни примѣру матери, ни учиться отъ окружающихъ;—съ другой стороны процессъ при наслѣдственномъ сифилисѣ можетъ протекать безъ всякихъ видимыхъ проявленій и симптомовъ и обнаруживается, по нашему мнѣнію, только по своимъ послѣдствіямъ.

Въ имѣющейся литературѣ мы на этотъ счетъ имѣемъ лишь слабые намеки.

Нигдѣ у прежнихъ авторовъ не упоминается, чтобы сифилисъ могъ служить причиною появленія глухонѣмоты, да и въ новѣшее

время на послѣдній мало обращается вниманія, какъ на этіологическій моментъ глухоты.

Такъ Гартманъ совершенно не упоминаетъ о сифилисѣ и не придаетъ ему никакого значенія въ этіологіи глухонѣмоты.

Однако Lannois [1]) говоритъ, что подъ вліяніемъ сифилиса, полученнаго отъ матери у зародыша иногда происходитъ нагноеніе въ ушахъ, которое доводитъ до разрушенія среднее ухо. Иногда же сифилисъ можетъ дѣйствовать послѣ рожденія и приводить къ тѣмъ же результатамъ, въ другихъ же случаяхъ можетъ и не происходить никакого нарушенія въ барабанныхъ перепонкахъ.

Holger Mygind [2]) говоритъ—существованіе сифилиса рѣдко можно доказать среди родителей глухонѣмыхъ, но изъ этого еще мы не въ правѣ заключать, чтобы онъ не имѣлъ никакого значенія на появленіе глухонѣмоты.

Дѣйствительно, часто очень трудно, изслѣдуя больныхъ, констатировать слѣды перенесеннаго сифилиса. Но не подлежитъ никакому сомнѣнію, что сифилисъ родителей можетъ вызывать особую форму глухоты, которая, появляясь въ дѣтскомъ возрастѣ, влечетъ за собою нерѣдко глухонѣмоту. Такого происхожденія глухонѣмота наступаетъ иногда и въ возрастѣ 4-хъ лѣтъ. То обстоятельство, что наслѣдственная форма глухонѣмоты нерѣдко появляется безъ всякихъ другихъ симптомовъ и что ее очень трудно констатировать, особенно, когда мы должны констатировать страданіе на основаніи только даннаго заболѣванія, показываетъ положительнымъ образомъ, почему статистическія данныя почти совсѣмъ не упоминаютъ о сифилисѣ родителей.

Наше предположеніе о вліяніи сифилиса на происхожденіе глухонѣмоты, помимо указанныхъ соображеній, основывается на наблюденіяхъ авторитетныхъ спеціалистовъ. Стэнли [3]), Тилль [4]), Галлеръ [5]), Уатсонъ [6]), Тейлоръ [7]) и Гётчинсонъ [8]), говорятъ: „Субъекты, пора-

---

[1]) Lannois. De la sourdi – mutité. Arch. antropolog. crim. 1889.

[2]) Holger Mygind. Taubstummheit und Taubstummenbildung 1894 г. стр. 127.

[3]) Stanley. Med. Times and Gaz. 1860.

[4]) Teal ibidem.

[5]) Haller. Bayer. Aerztl. Intelligenzblatt. № 7. 1811.

[6]) W. Vatson Opstolm. Hosp Roports 1861

[7]) Taylor Opst. Rewiem 1866.

[8]) Hutchinson. Onmhera dised Syphilis, Lond. Hosp. Roports.

женные наслѣдственнымъ сифилисомъ, не всегда свободны отъ глухоты; слухъ у нихъ можетъ быть уничтоженъ, или только отчасти утраченъ".

Патологическія измѣненія сифилитическаго характера, ведущія къ ослабленію, а иногда и совершенной утратѣ слуха, бываютъ различны: то проявляются въ тяжелой формѣ, разрушая тотъ или другой отдѣлъ органа слуха, то даютъ легкую, едва замѣтную картину измѣненій при изслѣдованіи и нерѣдко не оставляютъ никакихъ уловимыхъ слѣдовъ болѣзненнаго процесса.

Въ случаяхъ, наблюдавшихся Гётчинсономъ, слухъ былъ утраченъ безъ замѣтныхъ наружныхъ измѣненій. Глухота занимала симметрично оба уха; она быстро прошла чрезъ послѣдовательныя ступени развитія и сдѣлалась болѣе или менѣе полной въ теченіе шести мѣсяцевъ, не смотря на отсутствіе боли и оторреи.

Далѣе Лансеро [1]) говоритъ: „немногіе случаи, наблюдавшіеся до сихъ поръ, заставляютъ думать, что эта форма глухоты стоитъ въ зависимости отъ страданій слуховаго нерва, или что она происходитъ вслѣдствіе измѣненій, развивающихся въ недоступныхъ для изслѣдованія частяхъ уха. Симметрія заболѣванія указываетъ на существованіе центральной причины, барабанная перепонка, хотя и не вполнѣ нормальная, не представляетъ измѣненій, соотвѣтственныхъ полному разстройству функцій".

Евстахіевы трубы, повидимому, всегда оставались нормальными.

Гётчинсонъ, который въ этомъ страданіи видитъ полную аналогію съ сифилитическимъ ретинитомъ и бѣлой атрофіей оптическихъ нервовъ, предполагаетъ измѣненіе слуховаго нерва или его развѣтвленій въ лабиринтѣ. По Лансеро [2]) только полная потеря слуха дѣлаетъ предсказаніе неблагопріятнымъ даже при специфическомъ лѣченіи.

Вотъ на что и должно быть обращено главное вниманіе.

Своевременное терапевтическое вмѣшательство окажетъ несомнѣнную услугу и послужитъ къ значительному пониженію числа глухонѣмыхъ.

Что касается причинъ пріобрѣтенной глухонѣмоты, то онѣ несомнѣнно опредѣлены и изучены гораздо точнѣе. Въ общемъ, пріобрѣтенную глухонѣмоту могутъ вызывать всѣ тѣ заболѣванія и патоло-

---

[1]) *Лансеро.* Ученіе о сифилисѣ.

[2]) l. cit.

гическіе процессы, которые обусловливаютъ потерю, или значительную тугость слуха у взрослыхъ. Большею частію къ глухонѣмотѣ ведутъ многія общія заболѣванія организма, которыя поражаютъ, между прочимъ, и органъ слуха; иногда же глухонѣмота зависитъ отъ мѣстнаго заболѣванія того или другаго отдѣла слуховаго аппарата. Должно сказать, что глухонѣмота, являясь результатомъ первичнаго заболѣванія звукопроводящаго, или звуковоспринимающаго аппарата съ послѣдующими воспалительными процессами, вызывающими сращенія, окостенѣнія и другіе дегенеративные процессы въ слуховомъ органѣ, отнюдь не обусловливается какимъ-нибудь спеціальнымъ заболѣваніемъ уха.

Чаще всего глухонѣмоту вызываютъ болѣзни центральной нервной системы; на первомъ мѣстѣ здѣсь стоитъ meningitis simplex. или meningitis cerebrospinalis epidemica. Какъ мы увидимъ дальше, при вскрытіи чаще всего находили различныя патологическія измѣненія въ лабиринтѣ, служившія причиною глухонѣмоты.

Слѣдовательно воспалительный процессъ съ мозговыхъ оболочекъ переходилъ на лабиринтъ. Иногда даже сотрясенія посредствомъ сильныхъ и внезапныхъ звуковъ, напр. отъ пушечнаго выстрѣла, вызываютъ у дѣтей важныя разстройства въ области лабиринта, влекущія за собою глухонѣмоту.

Нѣкоторые [1]) авторы думаютъ, что иногда воспалительный процессъ самостоятельно развивается въ лабиринтѣ. Послѣ мозговыхъ заболѣваній чаще всего причиною глухонѣмоты служатъ общія инфекціонныя заболѣванія.

Здѣсь первое мѣсто принадлежитъ скарлатинѣ и тифу, затѣмъ слѣдуетъ корь и въ нѣкоторыхъ случаяхъ оспа. Слѣдуетъ сказать, что предположеніе Hartmann'a [2]), что во всѣхъ этихъ случаяхъ глухонѣмота появлялась вслѣдствіе воспалительнаго процесса въ лабиринтѣ, оказалось вѣрнымъ, такъ какъ въ послѣднее время подтверждено патолого-анатомическими вскрытіями.

Несомнѣнно, что иногда траумы и пораненія головы даютъ поводъ къ развитію глухонѣмоты. Большинство авторовъ высказываетъ предположеніе, что въ такихъ случаяхъ появляются переломы

[1]) Voltolini. Die acute Entzündung des Läntigen Labyrints des ofres Breslau 1882.
[2]) l. cit.

на основаніи черепа, которые вовлекаютъ въ страданіе лабиринтъ, а Hartmann [1]) развивающуюся при этомъ глухоту объясняетъ воспаленіемъ мозговыхъ оболочекъ.

Иногда во время затянувшагося родоваго акта можетъ происходить аспирація околоплодной жидкости, родовой слизи и меконія въ барабанную полость, чѣмъ обусловливается появленіе глухонѣмоты.

Въ послѣднее время обратили вниманіе, что заушница служитъ иногда также причиною глухонѣмоты. Менѣе частыми этіологическими моментами бываютъ и другія инфекціонныя болѣзни и конституціональныя заболѣванія. Приводятъ случаи глухонѣмоты послѣ дифтерита, вслѣдствіе золотухи. Нельзя обойти молчаніемъ недавнее сообщеніе д-ра Врублевскаго [2]).

Желая выяснить, какъ часто встрѣчаются железистыя разращенія въ носоглоточномъ пространствѣ у глухонѣмыхъ, и не находится ли глухота въ связи съ этими разращеніями, д-ръ Врублевскій изслѣдовалъ въ Варшавскомъ Институтѣ глухонѣмыхъ 160 человѣкъ (92 мальчиковъ и 68 дѣвочекъ). Разращенія найдены у 92 лицъ, т. е., у 57,5% всѣхъ изслѣдованныхъ, изъ мальчиковъ 52% и изъ дѣвочекъ 40%. Kafemann, изслѣдовавшій 2238 дѣтей въ народныхъ школахъ, нашелъ разращенія только у 7,8%. Самъ Врублевскій на 650 больныхъ, принятыхъ имъ въ амбулаторіи гортанныхъ и носовыхъ болѣзней, нашелъ разращенія у 45, т. е. въ 7%.

Не подлежитъ, слѣдовательно, сомнѣнію, что у глухонѣмыхъ разсматриваемое страданіе встрѣчается гораздо чаще, чѣмъ у другихъ лицъ. Изъ всѣхъ 160 лицъ изслѣдованныхъ не найдено никакихъ измѣненій: въ носу—у 33 мальчиковъ и 18 дѣвочекъ (т. е. у 51), въ глоткѣ—у 34 мальчиковъ и 14 дѣвочекъ (т. е. у 48), въ носоглоточномъ пространствѣ—у 32 мальчиковъ и 19 дѣвочекъ (т. е. у 51); наконецъ, одновременно ни въ носу, ни въ глоткѣ, ни въ носоглоточномъ пространствѣ не было никакихъ измѣненій только у 20.

Что касается до глухонѣмыхъ, у которыхъ были найдены железистыя разращенія, то чаще всего послѣднія сопровождались гипертрофіей миндалинъ—(52 раза—у 29 мальчиковъ и 23 дѣвочекъ).

---

[1]) Loco cit. Lanniis. De la sourdi—mutité. Arch d'antropologie crim. 1889 Стр. 449.

[2]) Др-ъ *Врублевскій*. Врачъ 1893 г.

Kaſemann, у 201 ребенка съ гипертрофіей *миндалевидныхъ* железъ нашелъ железистыя разращенія въ носоглоточномъ пространствѣ 45 разъ (22,4%).

Отсюда слѣдуетъ, что гипертрофическій тонзиллитъ одновременно съ железистыми разращеніями встрѣчается у глухонѣмыхъ вдвое чаще, чѣмъ у другихъ дѣтей. Кромѣ гипертрофіи глоточныхъ миндалинъ, железистыя разращенія у глухонѣмыхъ были осложнены: хроническимъ катарромъ носа у 17 мальчиковъ и у 12 дѣвочекъ, гипертрофическимъ катарромъ носа у 15 м. и 10 дѣвочекъ, полипами носовыхъ раковинъ у 6 лицъ, зернистымъ фарингитомъ у 16 лицъ, рѣзкимъ боковымъ фарингитомъ у 4 л. (менѣе рѣзкимъ гораздо чаще), хроническимъ фарингитомъ у 15 л. Вмѣстѣ съ д-ромъ Peisson'омъ [1]), который на 100 учениковъ въ Парижскомъ Институтѣ глухонѣмыхъ нашелъ больше, чѣмъ у $^1/_2$ железистыя разращенія, д-ръ Врублевскій склоненъ приписать большое значеніе этому страданію въ этіологіи глухонѣмоты.

Разсмотрѣвъ по возможности всѣ выдающіеся факты по вопросу объ этіологіи глухонѣмоты, мы остановимся на изложеніи важнѣйшихъ патолого-анатомическихъ измѣненій, лежащихъ въ основѣ глухонѣмоты, особенно, какъ врожденнаго недостатка.

Патологическія измѣненія уха могутъ быть раздѣлены на измѣненія: ушной раковины, слухового прохода, средняго уха и лабиринта.

Врожденныхъ и значительныхъ уклоненій въ этихъ областяхъ ни разу не было обнаружено при вскрытіи глухонѣмыхъ, но таковыя были наблюдаемы среди глухонѣмыхъ intra vitam.

Несущественныя врожденныя аномаліи наружнаго слуховаго прохода, какъ то: ненормальное съуженіе или расширеніе его были нѣсколько разъ констатированы; весьма часто бываютъ также несущественныя измѣненія, пріобрѣтенныя послѣ рожденія, какъ напр., пробки церуминальныя, каріозный процессъ и т. п.

Находимыя въ среднемъ ухѣ патологическія измѣненія могутъ быть раздѣлены на измѣненія: вопервыхъ стѣнокъ барабанной полости и барабанной перепонки; вовторыхъ содержимаго барабанной полости (ушныя косточки, chorda tympani, мышцы средняго уха и т. д.), и наконецъ втретьихъ на измѣненія областей, находя-

[1]) Peisson. Thèse de Paris 1883 г. Цит. у Врублевскаго.

щихся въ связи съ барабанной полостью: Antrum mastoideum, processus mastoideus и Евстахіевы трубы.

При вскрытіяхъ труповъ глухонѣмыхъ очень часто наблюдались измѣненія барабанныхъ перепонокъ. Въ одномъ случаѣ перепонка оказалась ненормально малой, утолщенной. Полукружные ходы съужены и умепьшены, улитка имѣла только два оборота, спиральная пластинка отсутствовала. Костная масса вокругъ лабиринта очень тверда, основаніе стремени и овальное окошко очень малое, заднее колѣно стремени оканчивается свободно, не соединяясь съ основаніемъ (Hyrtl) [1]). Въ случаяхъ, описанныхъ Mansfeld'омъ [2]) и Voltolini [3]), барабанная перепонка оказалась въ довольно горизонтальномъ положеніи. Какъ тутъ, такъ и въ случаѣ Hyrtl'я причина глухоты осталась неизвѣстной въ виду того, что другія патологическія данныя не указывали на какое-нибудь врожденное ушное страданіе, которое могло бы повлечь за собою глухоту. Ненормальное натяженіе барабанной перепонки наблюдалось нерѣдко, сопровождаясь чаще всего сращеніями между барабанной перепонкой и стѣнкой лабиринта. Весьма часто наблюдались прободенія барабанной перепонки и болѣе или менѣе полное отсутствіе ея. Измѣненія эти служатъ выраженіемъ перенесеннаго гнойнаго воспаленія барабанной полости, слѣды котораго обнаруживались въ видѣ рубцовъ и отложеній извести. Moos [4]) наблюдалъ случай, гдѣ барабанная перепонка была замѣнена костной субстанціей. Приведенныя данныя въ доказательство перенесеннаго или еще продолжающагося воспаленія барабанной полости были констатированы не только для оглохшихъ, но очень часто и для глухорожденныхъ. Врожденнаго дефекта барабанной перепонки никто не констатировалъ посредствомъ вскрытія. Всѣ только что указанныя ненормальности барабанной перепонки играютъ лишь второстепенную роль, такъ какъ по опыту извѣстно, что даже полное отсутствіе барабанной перепонки не обязательно и далеко не всегда сопровождается значительной глухотой.

---

[1]) Beiträge zur pathologischen Anatomie des Gehörorgans. Medicin. Jahrbücher. Wien 1836.

[2]) Mansfeld Wochenschrift fur gesammte Heilkunde, herausg. v. Casper. Jahrg 1834.

[3]) Voltolini. Arch. f. patholog. Anat. Physiol. und. klin. Medicin, herausg. v. Virchow. Bd. XXXI Berlin. 1864 г.

[4]) Moos: seltene angeborene Veränderungen des Gehörorgans bei einem Taubstummen Archiv Augen und Ohrofrenheilk. Bd. II Karlsruhe 1871.

Измѣненія въ лабиринтѣ касаются главнымъ образомъ обоихъ окошекъ,—круглаго и овальнаго. Круглое окошко и окружающія его части чаще всего были центромъ такихъ ненормальностей. Послѣднія представляли или съуженія окошка или выполненіе ниши окошка посредствомъ соединительной ткани, или же наконецъ заключались въ измѣненіяхъ нормально запирающей окошко ткани; послѣдняя представлялась то утолщенной, то утонченной, а нѣсколько разъ болѣе или менѣе разрушенной. Особенно часто круглое отверстіе вовсе отсутствовало или закрывалось посредствомъ костной ткани. Такое патологическое измѣненіе наблюдалось часто у оглохшихъ и только очень рѣдко у глухорожденныхъ и описано многими авторами, а въ новѣйшее время нѣсколько случаевъ приводитъ Uchermann [1]), Mygind [2]), Dardel [3]). Лишь въ одномъ только случаѣ Dardel'я можно смотрѣть на закрытіе круглаго отверстія,—какъ на врожденный порокъ развитія; въ этомъ именно случаѣ Scala tympani открывалась въ предверіе и кромѣ того констатировалось съуженіе круглаго отверстія. Во всѣхъ прочихъ случаяхъ всѣ имѣвшіяся на лицо данныя говорили въ пользу того, что закрытіе отверстія было результатомъ процесса окостенѣнія, вслѣдствіе воспаленія. Такой процессъ окостенѣнія лишь изрѣдка бываетъ въ зародышевой жизни, чаще же онъ является лишь послѣ рожденія. Такое воззрѣніе поддерживается и тѣмъ обстоятельствомъ, что закрытіе отверстія посредствомъ костной ткани обнаруживается весьма часто при наличности и другихъ остатковъ несомнѣнно воспалительныхъ процессовъ въ барабанной полости. Это указываетъ далѣе на то, что воспаленіе въ барабанной полости—процессъ обыкновенно первичный и что ненормальности въ лабиринтѣ представляютъ послѣдовательныя явленія воспаленія, исходящаго изъ барабанной полости и распространяющагося въ лабиринтъ. Такое объясненіе несомнѣнно умѣстно для случаевъ, въ которыхъ корь или скарлатина являются причинами глухонѣмоты; тоже относится и къ случаямъ, когда причиною служатъ: течь изъ ушей и Caries processus mastoidei. Иногда при воспаленіи мозга, вызывающемъ глухонѣмоту, воспалительный процессъ можетъ идти противуположнымъ

---

[1]) Uchermann Anatomischer Befund in einem Falle von Taubst ummheit. Zeitschr. f. Ohrenheik 1891.

[2]) Mygind Zeitschr f. Ohrenhcik. Bd. XXIII 1893.

[3]) Dardel. Zeitschr f. Heilk Bd. III Bern. 1864.

путемъ. Однако закрытіе круглаго отверстія костной тканью не ведетъ само по себѣ къ полной глухотѣ, что очевидно изъ случая Mygind'a [1]), гдѣ на одной сторонѣ имѣлся удовлетворительный слухъ. Разсмотрѣніе всѣхъ случаевъ, въ которыхъ круглое отверстіе отсутствовало, показываетъ, что въ большинствѣ случаевъ были значительныя патологическія измѣненія внутренняго уха. Послѣднія состояли всегда въ костныхъ отложеніяхъ въ полости лабиринта, и особенно въ улиткѣ. Приведенныя данныя ясно указываютъ, что измѣненія въ лабиринтѣ у глухонѣмыхъ суть продукты воспалительныхъ процессовъ и даютъ намъ право заключить, что чаще всего черезъ круглое отверстіе распространяются воспаленія изъ барабанной полости въ лабиринтъ.

Овальное отверстіе также иногда закрывается посредствомъ костной ткани, но отдѣльно это встрѣчалось рѣдко; большею частью одновременно закрывалось и круглое отверстіе посредствомъ костной ткани. Hyrtl [2]) предполагаетъ, что въ случаѣ, наблюдавшемся имъ, запирающая костная пластинка образовалась изъ пластинки стремени; въ другихъ случаяхъ окостенѣніе являлось, какъ результатъ очень сильныхъ воспалительныхъ процессовъ барабанной полости. Анатомическія данныя во всѣхъ случаяхъ указывали на страданіе уха, пріобрѣтенныя послѣ рожденія. Кромѣ того нѣсколько разъ наблюдалось уменьшеніе овальнаго отверстія; въ этомъ случаѣ тоже описанныя патологическія измѣненія даютъ право заключить, что такая ненормальность—результатъ страданія, происшедшаго послѣ рожденія. Иногда наблюдались анамаліи promontorium'a. Наибольшій интересъ несомнѣнно представляетъ отсутствіе promontorium'a. Въ такихъ случаяхъ можно было бы ожидать отсутствіе также улитки или, покрайней мѣрѣ, ея перваго оборота; между тѣмъ, какъ изъ протоколовъ вскрытій оказывается, что при отсутствіи promontorium'a, улитка сохранялась. Съ другой стороны многіе изслѣдователи констатировали отсутствіе улитки, не упоминая объ одновременномъ отсутствіи promontorium'a; вслѣдствіе этого мы не должны придавать большаго значенія отсутствію promontorium'a въ данномъ вопросѣ.

Ненормальности содержимаго барабанной полости (слуховыя косточки, мышцы и т. д.) указываютъ часто на имѣющіеся и на перенесенные процессы. Часто находили барабанную полость лишенной

[1]) loco cit.
[2]) l. cit.

совершенно своего нормальнаго содержимаго и превращенной въ большую полость, содержавшую только гной. Ненормальности эти были, какъ на основаніи анамнеза, такъ и данныхъ всей патологической картины послѣдствіемъ воспаленія средняго уха внѣутробнаго происхожденія. Полное отсутствіе слуховыхъ косточекъ (ossicula auditus) не рѣдкое явленіе у глухонѣмыхъ, хотя во многихъ изъ этихъ случаевъ и говорится, что глухота врожденная, но между описанными случаями имѣется лишь приведенный Montain'омъ [1]), гдѣ съ нѣкоторымъ правомъ можно принять отсутствіе слуховыхъ косточекъ за результатъ врожденнаго дефекта. Montain описываетъ, что лабиринтъ вовсе отсутствовалъ, барабанная же перепонка въ нормальномъ видѣ—Евстахіевы трубы тоже въ нормальномъ состояніи. Представляется невѣроятнымъ, чтобы видъ барабанной перепонки былъ нормальный, такъ какъ молоточекъ, который придаетъ ей свойственный отпечатокъ, отсутствовалъ; также невѣроятно, чтобы въ данномъ случаѣ былъ воспалительный процессъ въ барабанной полости, вызвавшій полное уничтоженіе слуховыхъ косточекъ, но сохранившій въ то же время барабанную перепонку вовсе неповрежденной. Какъ въ случаѣ Montain'а, такъ и во всѣхъ другихъ случаяхъ, вмѣстѣ съ отсутствіемъ слуховыхъ косточекъ констатированы были значительныя измѣненія въ лабиринтѣ; поэтому, вѣроятно, что они-то и служатъ всегда причиною глухоты. Въ двухъ случаяхъ, приводимыхъ Itard'омъ, описанія которыхъ кратки и сдѣланы въ тѣ еще времена, когда способы изслѣдованія уха были крайне мало усовершенствованы, вовсе не упоминается о ненормальностяхъ въ лабиринтѣ [2]). Отсюда можно бы было заключить, что полное отсутствіе слуховыхъ косточекъ можетъ само по себѣ вызвать глухоту. Находили иногда отсутствіе молоточка (Malleus) одного, или совмѣстно съ отсутствіемъ наковальни. Отсутствіе одной наковальни (Incus) было наблюдаемо немного чаще. Фактъ этотъ подтверждаютъ клиническія наблюденія, что при ушныхъ воспаленіяхъ наковальня чаще всего отрывается или разрушается. Нерѣдко однако съ отсутствіемъ наковальни отсутствуетъ и молоточекъ. Отсутствіе одного стремени (Stapes) констатировано неоднократно. Въ одномъ случаѣ Michel'я [3]) измѣненія, найденныя въ ба-

[1]) Montain 1819.

[2]) Itard. Traité des maladies de l'oreille et de l'audition. Paris. 1821.

[3]) Michel. Mémoire sur les anomalies congénitales de l'oreille interne avec la premiére observation authentique d'absance partielle de l'oreille moyenne chez un sourd et muet de naissance mort à l'âge de onze ans. Stassbourg 1863.

рабанной перепонкѣ, во внутреннемъ ухѣ, особенно въ скалистой части съ достовѣрностью указываютъ на то, что отсутствіе стремени зависитъ отъ врожденнаго недостатка. Во всѣхъ прочихъ случаяхъ выяснилось на основаніи или анамнестическихъ данныхъ или другихъ измѣненій, найденныхъ въ барабанной полости, что отсутствіе слуховыхъ косточекъ вызвано деструктивнымъ воспалительнымъ процессомъ. Интересно, насколько отсутствіе одного стремени способно вызывать столь сильный дефектъ слуха, что послѣдствіемъ является глухонѣмота. Подробное изслѣдованіе протоколовъ вскрытій нѣкоторыхъ глухонѣмыхъ не обнаруживало, кромѣ отсутствія этой косточки, никакихъ измѣненій лабиринта, но всѣ эти случаи относятся къ старымъ временамъ, или же описаны до того не полно, что нельзя быть увѣреннымъ, что отсутствіе только стремени можетъ быть причиной, обусловливающей глухонѣмоту. Атрофическое состояніе всѣхъ слуховыхъ косточекъ доказано неоднократно, что по всей вѣроятности послужило опредѣленіемъ, во всѣхъ случаяхъ, врожденной ненормальности. Это слѣдуетъ, между прочимъ, изъ того, что атрофію слуховыхъ косточекъ всегда находили въ связи съ другими врожденными ненормальностями. Атрофическое состояніе молоточка и наковальни было наблюдаемо Hyrtl'емъ [1]), на одной сторонѣ, на вскрытомъ субъектѣ,—на противоположной же сторонѣ лишь стремя было найдено атрофированнымъ. И въ этомъ случаѣ были доказаны несомнѣнно другія уродства, а анамнезъ тоже подтвердилъ, что субъектъ рожденъ глухимъ. Анкилозація слуховыхъ косточекъ является, на основаніи вскрытій глухонѣмыхъ, очень частою ненормальностью. И это не удивительно, если примемъ во вниманіе, что у глухонѣмыхъ барабанная полость часто служитъ мѣстомъ интенсивныхъ воспалительныхъ процессовъ. Наибольшій интересъ, понятно, представляетъ анкилозація основанія стремени въ овальномъ отверстіи—ненормальность, нерѣдко наблюдавшаяся при вскрытіи глухонѣмыхъ. Подобная анкилозація лишь въ отдѣльныхъ случаяхъ сводится на костное сращеніе; въ другихъ случаяхъ она навѣрно фибрознаго характера, такъ какъ на основаніи наблюденій частичное или полное сращеніе стремени въ овальномъ отверстіи играетъ важную роль среди причинъ прогрессирующей тупости слуха, свойственной извѣстнымъ видамъ хроническихъ катарровъ средняго уха и переходящей часто

[1]) l. cit.

въ сильную глухоту. При поверхностномъ взглядѣ, это состояніе сходно съ состояніемъ при хроническомъ катаррѣ средняго уха. При болѣе же подробномъ разборѣ подобныхъ случаевъ оказывается, что сращеніе стремени въ овальномъ отверстіи въ большинствѣ случаевъ сопровождается остатками интенсивныхъ воспалительныхъ процессовъ въ барабанной полости и въ большинствѣ случаевъ одновременно были констатированы значительныя измѣненія въ лабиринтѣ, которыя непремѣнно послужили причиною глухоты. Только случай Politzer'a [1]) съ убѣдительностью доказываетъ, что полная анкилозація стремени (что констатировано посредствомъ вскрытія) способна повлечь за собою глухонѣмоту, но сращеніе стремени встрѣчается такъ же часто среди глухорожденныхъ, какъ и среди оглохшихъ впослѣдствіи.

Ненормальности мышцъ барабанной полости (Musculus tensoris tympani, et musculus stapedii) наблюдались очень часто. Отчасти они наблюдались въ связи съ анамаліями слуховыхъ косточекъ, когда отсутствовали молоточекъ и наковальня, отчасти же они сопровождались обширными разрушеніями нормальнаго содержимаго барабанной полости и, наконецъ, они наблюдались и сами по себѣ. Особенно часто наблюдали полное отсутствіе мышцъ или различныя ихъ дегенераціи (главнымъ образомъ атрофію и вазеозную дегенерацію). Надо прибавить однако, что нѣкоторые изслѣдователи не были въ состояніи доказать дегенерацію мышцъ барабанной полости даже въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ слуховой органъ много лѣтъ не функціонировалъ. Это обстоятельство, находящееся, повидимому, въ противорѣчіи съ законами, существующими для мышцъ, быть можетъ, находитъ себѣ оправданіе въ томъ объясненіи, что въ случаяхъ, когда нервный аппаратъ болѣе не дѣйствуетъ, аппаратъ уха, проводящій звукъ, продолжаетъ эту функцію. Triquet [2]), Bochdalek [3]) находили иногда у глухонѣмыхъ отсутствіе chordae tympani. Въ случаѣ Bochalek'a причина отсутствія chordae tympani заключалась прежде всего въ томъ, что въ барабанной полости имѣлось деструктивное воспаленіе, а въ случаяхъ Triquet'a можно предполагать, что воспаленіе шло другимъ путемъ. Въ виду того, что барабанная полость у глухонѣмыхъ часто

---

[1]) Politzer. Lehrbuch der Ohrenheilkunde Stuttgart. 1882 Band. II.

[2]) Triquet. Traité practique des maladies de l'oreille Paris 1857.

[3]) Bochdalek. Pathol.—anatomisch. Untersuchungen der Gehör von Taubstummen. Wien 1842.

служитъ очагомъ воспалительныхъ процессовъ, или ихъ остатковъ, то естественно ожидать, что подобныя измѣненія будутъ часто наблюдаемы и въ сосцевидномъ отросткѣ. При болѣе подробномъ изслѣдованіи оказалось, что это дѣйствительно такъ и бываетъ. Но найденныя здѣсь ненормальности представляютъ вторичные процессы, (напр., декструкція нормальныхъ полостей сосцевиднаго отростка, склеротизація кости, запираніе входа, выполненіе гноемъ и т. д.) распространившіеся сюда изъ барабанной полости, поэтому, въ смыслѣ причины глухоты, они не имѣютъ никакого непосредственнаго значенія. Отсутствіе сосцевиднаго отростка было описано Michel'емъ [1]), но при этомъ было найдено много другихъ врожденныхъ аномалій, изъ чего слѣдуетъ, что тутъ имѣлось дѣло съ тератологическимъ образованіемъ. Патологическія измѣненія въ Евстахіевыхъ трубахъ наблюдались часто. Труба на мѣстѣ входа въ барабанную полость въ нѣкоторыхъ случаяхъ была частью или совершенно закрытою посредствомъ костной или фиброзной ткани — несомнѣнно вслѣдствіе воспалительнаго процесса per continuitatem. Нѣкоторыя другія патологическія измѣненія въ отдѣльныхъ частяхъ средняго уха, какъ, наприм., ненормальныя фиброзныя склейки (сращенія) между стѣнками барабанной полости, между стѣнками и слуховыми косточками и между слуховыми косточками, частичный каріозный процессъ слуховыхъ косточекъ, атрофія слизистой оболочки и т. д.,—не представляютъ ничего особеннаго, характернаго для патологической анатоміи глухонѣмыхъ и имѣютъ только второстепенную важность въ смыслѣ глухонѣмоты. Такимъ образомъ, при вскрытіяхъ глухонѣмыхъ часто наблюдаются патологическія измѣненія средняго уха. Только въ исключительныхъ случаяхъ измѣненія эти произошли вслѣдствіе врожденнаго порока развитія: въ большинствѣ же случаевъ причина— воспалительные процессы, или ихъ послѣдствія. Воспалительные процессы бываютъ изрѣдка катарральнаго характера, чаще гнойнаго. Патологическія измѣненія большею частью локализируются въ обоихъ окошкахъ и вокругъ ихъ, главнымъ образомъ въ кругломъ окошкѣ и его окружности; окошко чаще всего закрывалось посредствомъ костной ткани. Въ большинствѣ случаевъ измѣненія средняго уха сопровождались измѣненіями и во внутреннемъ ухѣ, къ описанію которыхъ перейдемъ.

[1]) l. cit.

Находимыя здѣсь патологическія измѣненія занимаютъ или весь лабиринтъ, или его части. Весьма важно отсутствіе всего лабиринта, въ виду того, что оно встрѣчается относительно очень часто, а также потому, что патогенезъ его представляетъ большой интересъ. Одностороннее или обоюдостороннее отсутствіе всего лабиринта описано Montan'омъ [1]), Michel'емъ [2]), Moos'омъ [3]), Mygind'омъ [4]) и другими. Большинство авторовъ того мнѣнія, что отсутствіе лабиринта является всегда результатомъ задержки развитія. Въ настоящее время Mygind доказалъ, что частичное или полное отсутствіе лабиринта или отдѣльныхъ его частей можетъ происходить и вѣроятно очень часто происходитъ вслѣдствіе отложенія костной ткани въ полостяхъ лабиринта, почему послѣднія болѣе или менѣе совершенно выполняются и нормальные контуры совершенно сглаживаются. Такое новообразованіе костной ткани есть несомнѣнно результатъ бывшаго воспалительнаго процесса въ лабиринтѣ (Otitis interna). Отложенія вновь образованной костной ткани въ нормальныхъ полостяхъ лабиринта—самое частое явленіе аномалій лабиринта у глухонѣмыхъ. Отложеніе костной ткани варьируетъ такъ сильно, что въ однихъ случаяхъ бываетъ выполненъ весь лабиринтъ, а въ другихъ лишь незначительные участки того или другого отдѣла обнаруживаютъ пристѣночныя отложенія, отчего получается лишь незначительное съуженіе соотвѣтственной полости. Въ большинствѣ случаевъ костныя отложенія, повидимому, происходятъ вслѣдствіе воспалительныхъ процессовъ послѣ рожденія (otitis interna). Особенно интересенъ тотъ фактъ, что различные изслѣдователи находили новую костную ткань то на одной сторонѣ, то на обѣихъ; нѣкоторые же находили на одной сторонѣ отложенія костной ткани, а на другой—отложенія известковой и соединительной ткани. Эти ткани, какъ извѣстно, могутъ быть тоже продуктами воспалительныхъ процессовъ и присутствіе ихъ наблюдалось очень часто въ лабиринтахъ глухонѣмыхъ въ случаяхъ, когда не находили костной ткани. Наконецъ, воспалительные и дегенеративные процессы могутъ вызывать въ лабиринтѣ появленіе такихъ продуктовъ, которые находили и въ другихъ частяхъ: сыровидныя массы, жировую ткань. Но этимъ, конечно,

[1]) l. cit.
[2]) l. cit.
[3]) l. cit.
[4]) l. cit.

не исключается возможность полнаго или частичнаго отсутствія лабиринта, какъ порока развитія или какъ послѣдствія воспалительныхъ внутриутробныхъ процессовъ. Хотя въ большинствѣ случаевъ весьма трудно доказать, что имѣлось дѣло съ такимъ (внутриутробнымъ) причиннымъ моментомъ. Предверье лабиринта относительно рѣже всего оказывается мѣстомъ патологическихъ измѣненій у глухонѣмыхъ при вскрытіяхъ. Измѣненія, находимыя здѣсь при вскрытіяхъ глухорожденныхъ, совершенно одинаковы съ тѣми, которыя обнаруживали у оглохшихъ послѣ рожденія; въ виду этого, можно думать, что и тутъ имѣется дѣло съ результатами воспалительныхъ процессовъ.

Патологическія измѣненія и ненормальности водопровода встрѣчаются не рѣдко, но они сами по себѣ не имѣютъ никакого значенія и не могутъ обусловливать глухоты, т. к. водопроводъ не принадлежитъ къ отдѣлу лабиринта, воспринимающаго звуковыя волны.

Полукружные каналы несомнѣнно представляютъ, чаще всего, патологическія измѣненія. Они были доказаны съ положительностію болѣе, чѣмъ въ половинѣ случаевъ всѣхъ вскрытій глухонѣмыхъ.

Измѣненія, найденныя въ полукружныхъ каналахъ, касаются главнымъ образомъ ихъ расширенія. Находили костные полукружные каналы, совмѣстно съ прочими отдѣлами лабиринта, выполненными костными или известковыми массами, а также фиброзной тканью и другими продуктами воспалительныхъ процессовъ; находили ихъ во многихъ случаяхъ пораженными тѣми-же патологическими процессами, какъ и другіе отдѣлы уха. Чаще всего одновременно въ страданіе вовлечена была улитка. Иногда же страдали лишь одни полукружные каналы.

Въ послѣднемъ случаѣ заболѣванію подвергались всѣ полукружные каналы, или лишь нѣкоторые изъ нихъ, или наконецъ, только часть отдѣльнаго хода.

Нерѣдко изслѣдованіе доказывало съ положительностію, что полукружные каналы были *единственнымъ* пораженнымъ отдѣломъ лабиринта.

Разсматривая случаи, описанные въ литературѣ, въ которыхъ было доказано отложеніе костной субстанціи, или въ которыхъ можно было предполагать, что имѣлось таковое, приходимъ къ заключенію, что въ большинствѣ случаевъ такое новообразованіе поражало одно-

временно всѣ полукружные каналы и лишь въ исключительныхъ случаяхъ ограничивалось однимъ изъ нихъ.

Частичное, или полное выполненіе полукружныхъ каналовъ костнымъ веществомъ наблюдается, какъ у глухорожденныхъ, такъ и у оглохшихъ впослѣдствіи, но чаще у послѣднихъ. По мѣсту пораженія и по характеру, процессъ тождественъ въ томъ и другомъ случаѣ, почему съ полнымъ правомъ можно разсматривать костныя отложенія въ полукружныхъ каналахъ (какъ и въ другихъ отдѣлахъ лабиринта) какъ конечный результатъ воспаленія и что эти образованія, найденныя у глухо-рожденныхъ, зависятъ отъ той-же причины—слѣдовательно представляютъ собою остатки внутриутробнаго воспалительнаго процесса.

Обстоятельство, что такіе воспалительные процессы, согласно наблюденіямъ, не достигаютъ того распространенія и особенно той интенсивности, какъ внѣутробныя воспаленія, быть можетъ объясняетъ фактъ, что костныя отложенія въ полукружныхъ каналахъ глухорожденныхъ далеко не имѣютъ того распространенія, какъ у оглохшихъ впослѣдствіи: у послѣднихъ они занимаютъ или всѣ полукружные каналы, или, покрайней мѣрѣ, два изъ нихъ.

Патологическія измѣненія перепончатыхъ полукружныхъ каналовъ были наблюдаемы неоднократно. Чаще всего каналы вовсе отсутствовали, и въ однихъ случаяхъ при этомъ наблюдали гипертрофію, а въ другихъ атрофію ихъ стѣнокъ; находили разныя образованія, какъ-то: коллоидныя тѣльца, скопленія пигмента, отолитныя массы и пр., которыя должны быть разсматриваемы, какъ остатки воспалительныхъ или другихъ дегенеративныхъ измѣненій.

Обстоятельство, что въ полукружныхъ каналахъ чаще всего были находимы у глухонѣмыхъ патологическія измѣненія,—весьма бросается въ глаза особенно, если примемъ во вниманіе, что полукружные каналы для слуха имѣютъ второстепенное значеніе.

Различныя патологическія измѣненія улитки только въ исключительныхъ случахъ ограничивались ей одной: въ большинствѣ же случаевъ одновременно находили ненормальности и въ другихъ отдѣлахъ лабиринта, особенно въ полукружныхъ каналахъ и въ слуховомъ нервѣ.

Ненормальности, находимыя въ улиткѣ, выражались, большею частью, внутриутробными и внѣутробными воспалительными процес-

сами, иногда очень распространенными и интенсивными, но процессы эти поражали не одинъ только лабиринтъ, а одновременно обнаруживали въ среднемъ ухѣ несомнѣнные слѣды воспаленія.

Относительно причины пораженій лабиринта въ случаяхъ, пріобрѣтенныхъ послѣ рожденія, не связанныхъ со страданіями въ среднемъ ухѣ, мы въ правѣ полагать, что страданія въ среднемъ ухѣ первичны, а въ лабиринтѣ—послѣдовательнаго происхожденія.

Многое указываетъ на то, что ненормальности улитки, часто находимыя у глухонѣмыхъ, особенно потерявшихъ слухъ по рожденіи представляютъ собою послѣдствія воспалительнаго процесса, распространившагося изъ средняго уха. Но съ другой стороны то обстоятельство, что нерѣдко бываютъ случаи пораженій улитки безъ существованія въ то-же время деструктивныхъ процессовъ или остатковъ ихъ и въ среднемъ ухѣ, указываетъ на то, что подобные воспалительные процессы въ улиткѣ могутъ происходить инымъ путемъ, вслѣдствіе воспаленія мозга и его оболочекъ.

Находимыя изрѣдка измѣненія водопровода улитки не имѣютъ существеннаго значенія.

Патологическія измѣненія слуховаго нерва наблюдались часто при вскрытіяхъ глухонѣмыхъ, но только въ 2-хъ случаяхъ заслуживаетъ довѣрія указаніе на врожденный дефектъ слуховаго нерва; отсутствіе слуховаго нерва въ этихъ случаяхъ послужило поводомъ къ тому, что лабиринтъ не могъ развиваться [1]).

Наблюдавшіяся аномаліи состояли въ томъ, что слуховой нервъ, отдавъ толстый нервный пучекъ лицевому нерву, самъ становился весьма тоненькимъ. Наконецъ много разъ находили врожденныя не нормальности у корня слуховаго нерва: такъ въ одномъ случаѣ слуховой нервъ начался изъ corpus restiforme только однимъ корнемъ, въ другомъ случаѣ онъ начинался тоже однимъ корнемъ, но изъ средней линіи 4-го желудочка. Наконецъ *Politzer* находилъ Striae acusticae лишь слабо развитыми, а въ одномъ случаѣ они совершенно отсутствовали на одной сторонѣ. Обращая вниманіе на то значеніе, которое придаютъ отсутствію Striae acusticae, нужно замѣтить, что они могутъ отсутствовать совершенно у обладающихъ нормальнымъ слухомъ. Значитъ отсутствіе ихъ не обязательно влечетъ за собою

[1]) L. cit. Mygind. Taubstummheit 1894. s. 167.

глухоту. Какъ самое частое патологическое измѣненіе слуховаго нерва является полная или частичная *атрофія или дегенерація ствола или конечныхъ вѣтвей слуховаго нерва.*

Атрофія и дегенерація слуховаго нерва, или отдѣльныхъ частей его, хотя и часто обнаруживаются при вскрытіяхъ глухонѣмыхъ, но онѣ—явленіе не постоянное. Многіе, не найдя въ большемъ числѣ случаевъ вскрытій глухонѣмыхъ, ни атрофіи, ни дегенераціи слухового нерва или его вѣтвей, дѣлаютъ выводъ, что слуховой нервъ не обладаетъ большою наклонностью дегенерироваться или атрофироваться въ случаяхъ его недѣятельности. Но въ послѣднѣе время Habermann [1]) цѣлымъ рядомъ точныхъ изслѣдованій доказалъ, совершенно обратное, что атрофіи, или дегенераціи всегда появляются послѣ деструктивныхъ процессовъ въ лабиринтѣ, или-же вслѣдствіе первичнаго пораженія центральной нервной системы.

Чаще всего, когда слуховой нервъ или часть его находили въ состояніи атрофіи или дегенераціи, въ протоколахъ вскрытія описываются ясно выраженныя страданія лабиринта.

Во всѣхъ случаяхъ измѣненія въ лабиринтѣ распространялись на все внутреннее ухо или на бо́льшую часть его; они всегда, тоже, были выраженіемъ интенсивныхъ деструктивныхъ процессовъ, бо́льшею частью, несомнѣнно, внутриутробнаго происхожденія. Поэтому можно думать, что въ нѣкоторыхъ случаяхъ найденная у глухонѣмыхъ атрофія или дегенерація слуховаго нерва зависитъ отъ дегенеративнаго процесса, возникшаго въ лабиринтѣ. Но надо сказать, что возможно и другое объясненіе для случаевъ, въ которыхъ слуховой нервъ и лабиринтъ представляютъ одновременно измѣненія.

Эти обѣ ненормальности можно, именно, объяснить какъ непосредственное послѣдствіе перенесеннаго, но патолого-анатомически уже не обнаруживаемаго, воспаленія оболочекъ мозга.

Это воспаленіе въ состояніи, вызывать весьма значительныя ненормальности въ лабиринтѣ и сопровождаться патологическими измѣненіями слуховаго нерва. То обстоятельство, что лишь въ исключительныхъ случаяхъ, при вскрытіяхъ глухонѣмыхъ, находили въ мозговыхъ оболочкахъ остатки перенесеннаго воспаленія, нисколько не

[1]) Habermann. Ueber Nervenatrophie in inneren Ohre. Zeitschr. f. Heilk. Bd. X. Berlin 1890.

противорѣчитъ такому предположенію, ибо опытъ учитъ, что даже самыя сильныя воспаленія мозговыхъ оболочекъ могутъ не оставлять послѣ себя никакихъ слѣдовъ въ тѣхъ случаяхъ, когда вскрытіе было сдѣлано нѣкоторое время спустя послѣ выздоровленія субъекта отъ воспаленія мозга.

Патологическія измѣненія центральной нервной системы ограничивались исключительно большимъ мозгомъ, малымъ мозгомъ и продолговатымъ мозгомъ. Измѣненія въ этихъ частяхъ центральной нервной системы при вскрытіи глухонѣмыхъ обнаруживались очень рѣдко, за исключеніемъ чисто случайныхъ страданій, и ихъ значеніе, въ смыслѣ патолого-анатомической причины глухонѣмоты, носитъ весьма сомнительный характеръ.

Патологическія измѣненія на днѣ 4-го желудочка, кромѣ аномалій начала слухового нерва, неоднократно были описаны Meyer'омъ [1]) и состояли въ утолщеніяхъ эпендимы, распространявшихся по всѣмъ полостямъ малаго и большаго мозга и вызывавшихъ сморщиваніе подлежащей нервной ткани во многихъ мѣстахъ, особенно на днѣ 4-го желудочка.

Такъ какъ въ данномъ случаѣ слуховой нервъ представлялся поразительно плотнымъ и бѣлымъ, скорѣе всего должно считать причиной полной глухоты атрофію нерва.

Oppolzer и Dlauhy [2]) нашли атрофію малаго мозга у глухорожденнаго субъекта, у котораго, кромѣ того, при жизни наблюдалась душевная болѣзнь, причемъ изслѣдованіе слуховаго органа не обнаружило въ немъ ничего ненормальнаго.

Тѣмъ не менѣе, слѣдуетъ думать, что глухота, равно какъ и слабоуміе, были послѣдствіемъ другихъ, недоказанныхъ ненормальностей мозга; потому что изъ физіологіи мы знаемъ что малый мозгъ не играетъ никакой роли въ дѣлѣ слуха.

Патологическія измѣненія большаго мозга описаны Luys'омъ [3]) два раза. У 72-лѣтняго глухорожденнаго субъекта корковое веще-

---

[1]) Meyer. Zur Anatomie der Taubstummheit. Arch. f. pathol. Anat. Physiol. und klin. Medicin. herausg. v. Wirchow. Bd. XIV Berlin 1858.

[2]) Cit. H. Mygind—Taubstummheit und Taubstummenbildung 1894. стр. 173.

[3]) Luys. Contribution à l'étude des lésions intra cérébrales de la sourdi—mutité. Annales des maladies de' l'oreille et du larynx. Tome I. Paris 1875.

ство мозга, во многихъ мѣстахъ, вокругъ Cuneus представлялось атрофированнымъ, желтоватымъ, коллоидно перерожденнымъ и эдематознымъ, и въ то же время имѣлась атрофія волоконъ, начиная отъ вышесказаннаго мѣста до „Thalamus opticus".

Въ другомъ случаѣ у 14-лѣтняго мальчика (причина глухоты неизвѣстна), Luys нашелъ атрофію коркового вещества въ обоихъ заднихъ извилинахъ париетальныхъ долей, гиперплязію невроглiи въ задней части Tracti optici, утолщеніе стѣнокъ 3-го желудочка и серозную инфильтрацію начала слухового нерва.

Изслѣдуя оба эти случаи, Luys приходитъ къ заключенію, что область вокругъ Cuneus обнимаетъ собою акустическій центръ, дегенераціей котораго и обусловливалась глухота.

Извѣстно, что въ височной долѣ находится мѣсто акустическаго центра, но въ указанныхъ Luys'омъ мѣстахъ никто и никогда не находилъ центровъ слуха, поэтому заключенія Luyśa, покрайней мѣрѣ, въ настоящее время должно считать неправильными.

Часто находили въ мозгу глухонѣмыхъ измѣненія, ничего общаго съ глухотой не имѣющія въ смыслѣ причинъ. Описано Mygind'омъ [1]) и Rudinger'омъ [2]) недостаточное развитіе поверхности 3-й лобной извилины и лѣвосторонней Insula.

Упомянутое атрофическое состояніе мозговыхъ извилинъ съ большею вѣроятностью можно объяснить недѣятельностью тѣхъ отдѣловъ мозга, которые, какъ извѣстно, служатъ центрами для рѣчи. Эта атрофія произошла вслѣдствіе недѣятельности мышцъ рѣчи, и объясняется тѣмъ, что глухонѣмые, у которыхъ найдены приведенныя измѣненія, не учились говорить.

Описанныя въ литературѣ патологическія измѣненія и врожденныя аномаліи развитія скалистой части височной кости у глухонѣмыхъ не имѣютъ важнаго значенія и сами по себѣ не могутъ служить причиной глухоты и только въ связи съ другими ненормальностями, найденными въ то же время при вскрытіи, могутъ быть сведены на внутриутробные процессы, послужившіе причиною глухоты.

Многими старинными авторами описаны патологическія измѣненія гортани, въ чемъ они видѣли причину глухоты, единственную или существенную.

---

[2]) Mygind. H. Die Falle von Taubstummheit nach Masern nebst dem Obductions befund. Berlin 1890.

[3]) Rudinger. Ein Beitrag gur Anatomie des Sprachcentrums. Stuttgart. 1892.

Подобный взглядъ, конечно, въ настоящее время представляется несомнѣнно ложнымъ; атрофическія же и тому подобныя измѣненія въ гортани объясняются просто недѣятельностью гортани у глухонѣмыхъ.

Патологическія измѣненія другихъ органовъ.

Въ этомъ отношеніи можно говорить о наблюдавшихся часто случаяхъ деформаціи черепа совмѣстно съ другими уродствами. Эти аномаліи въ сомнительныхъ случаяхъ могли бы имѣть кое-какое значеніе, указывая на то, что патологическія измѣненія слуховыхъ органовъ врожденны. Чаще всего наблюдались при вскрытіяхъ глухонѣмыхъ туберкулезныя пораженія различныхъ органовъ, особенно же легкихъ.

Изъ этого только можно вывести заключеніе, что легкія глухонѣмыхъ, вслѣдствіе ихъ бездѣятельности при разговорѣ мимикой и жестами, воспріимчивѣе къ туберкулезной инфекціи, чѣмъ у обыкновенныхъ людей, пользующихся членораздѣльной рѣчью.

Разсмотрѣвъ патологическую анатомію глухонѣмоты, приходимъ къ слѣдующимъ заключеніямъ: во-1-хъ, патологическія измѣненія, найденныя на вскрытіяхъ, въ большинствѣ случаевъ у страдающихъ глухотою, качественно не разнятся другъ отъ друга, но разница заключается въ интенсивности и распространенности этихъ процессовъ. Ненормальности, найденныя у глухонѣмыхъ, во многихъ случаяхъ могутъ быть естественно объясняемы, какъ остатки весьма интенсивнаго и распространеннаго воспалительнаго процесса. Особенно ясно это выступаетъ у оглохшихъ впослѣдствіи. Далѣе мы видимъ, что какъ у глухорожденныхъ, такъ и у оглохшихъ впослѣдствіи найденныя аномаліи имѣли одинъ и тотъ же видъ и характеръ, почему во многихъ случаяхъ весьма трудно опредѣлить, на основаніи однихъ лишь патолого-анатомическихъ данныхъ, насколько измѣненія эти врожденнаго или прижизненнаго происхожденія.

Отсюда слѣдуетъ, что мнѣніе, будто глухонѣмота, основанная на врожденной глухотѣ, обусловливается существенно-врожденными аномаліями слуховаго органа, не оправдывается, потому что измѣненія, казавшіяся несомнѣннымъ выраженіемъ такихъ аномалій развитія, были находимы у глухонѣмыхъ лишь въ исключительныхъ случаяхъ. Далѣе, въ отношеніи мѣста пораженія у глухонѣмыхъ чаще

всего находили на обѣихъ сторонахъ; но при этомъ послѣднія представляли большія разницы, какъ въ отношеніи характера и локализаціи, такъ особенно интенсивности, на обоихъ сторонахъ. Съ нѣкоторымъ сомнѣніемъ надо пока еще смотрѣть на тѣ отдѣльные случаи, въ которыхъ существенныя измѣненія ограничивались одной лишь стороной, между тѣмъ какъ другая сторона оказалась нормальной, или представляла только незначительныя ненормальности.

Наконецъ, въ отношеніи мѣста пораженія и значенія его для глухоты, можно констатировать, что среднее ухо было очень часто мѣстомъ измѣненій.

Однако, одновременно находили, весьма часто, и во внутреннемъ ухѣ значительныя ненормальности, чаще всего въ полукружныхъ каналахъ, рѣже всего въ предверіи; во многихъ случаяхъ они, главнымъ образомъ, были причиной глухоты. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ слуховой нервъ представлялъ признаки атрофіи и дегенераціи; онъ обнаруживалъ и другія ненормальности, но въ большинствѣ случаевъ нельзя было констатировать никакихъ измѣненій. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ, наконецъ, и мозгъ представлялъ уклоненія отъ нормальнаго.

Глухонѣмота должна быть поэтому разсматриваема въ патолого-анатомическомъ отношеніи всегда какъ послѣдствіе страданія лабиринта.

Что касается изслѣдованій глухонѣмыхъ intra vitam, то многіе авторы находили неправильности язычка, миндалинъ и мягкаго нёба. Отступленіе въ строеніи этихъ частей я наблюдалъ крайне рѣдко. При изслѣдованіи мною болѣе 200 человѣкъ глухонѣмыхъ только въ двухъ случаяхъ было найдено расчепленіе мягкаго нёба и язычка. Относительно же миндалевидныхъ железъ, за исключеніемъ ихъ увеличенія, ничего ненормальнаго въ ихъ строеніи и положеніи я не замѣчалъ. Многіе при изслѣдованіи гортани находили рѣзкія измѣненія, выражавшіяся въ недоразвитіи всей гортани, или отдѣльныхъ частей ея—упоминаются случаи полнаго отсутствія голосовыхъ связокъ, другіе же, наоборотъ, во всѣхъ случаяхъ находили гортань въ нормальномъ состояніи. Въ послѣднее время многими при точномъ ляринготоскопическомъ изслѣдованіи констатировано, что у глухонѣмыхъ гортань, главнымъ же образомъ связочный голосовой аппаратъ, часто находится въ катарральномъ состояніи, причемъ нерѣдко также замѣчается атрофія истинныхъ голосовыхъ связокъ. При своихъ изслѣдованіяхъ 100 человѣкъ глухонѣмыхъ въ большинствѣ случаевъ

(изъ ста случаевъ въ шестидесяти) по тѣмъ функціональнымъ разстройствамъ, которыя мнѣ приходилось наблюдать при ларингоскопированіи, можно было заключить, что изслѣдуемый дѣйствительно глухонѣмой. Расположеніе отдѣльныхъ частей, ихъ взаимное отношеніе и часто анатомическій видъ съ несомнѣнностью болѣе, чѣмъ въ половинѣ случаевъ (60:100) давали возможность убѣдиться, что гортань и главнымъ образомъ истинныя голосовыя связки долгое время не функціонировали, или же функціонировали неправильно и недостаточно. Въ виду того, что найденныя мною измѣненія въ 60 случаяхъ не всегда были одинаковы, я раздѣлю ихъ на 4 категоріи. Въ 35 случаяхъ лишь съ незначительными видоизмѣненіями, не имѣющими серьезнаго значенія, я наблюдалъ при ларингоскопическомъ изслѣдованіи хроническій, сухой катарръ глотки. Надгортанникъ, складки и черпаловидные хрящи въ состояніи хронической гипереміи и сухости. Истинныя голосовыя связки развиты слабо: узки, тонки, сѣроватаго или сѣровато-свинцоваго цвѣта, часто съ матовой поверхностью, нѣкоторыя части, чаще всего прилегающія къ Маргагніевымъ желудочкамъ, въ состояніи застойной гипереміи. Связки приходятъ въ напряженное состояніе, но послѣднее выражается слабо; могутъ издавать звукъ, но крайне непріятнаго характера, причемъ издаваемый звукъ не имѣетъ опредѣленной музыкальной высоты, слабый. Чувствительность гортани ослаблена.

Въ 15 случаяхъ наблюдалась слѣдующая картина.

Легкія катарральныя явленія въ зѣвѣ, глоткѣ и входѣ въ гортань. При ларингоскопированіи [1]) гортань находится въ сомкнутомъ состояніи; звуки получаются, но издаются фальцетомъ; причемъ задній отдѣлъ связокъ вполнѣ сомкнутъ, а въ переднемъ отдѣлѣ остается линейная щель—истиннаго голоса не получается. Чувствительность гортани понижена.

Въ шести случаяхъ наблюдалось: зѣвъ, глотка и входъ въ гортань нормальны, истинныя голосовыя связки слабо-розоватаго цвѣта, имѣютъ нормальный блескъ, при фонаціи сходятся по всей длинѣ ихъ, оставляя между собою нормальную голосовую щель, но при этомъ нисколько не напрягаются, дрожатъ, какъ слабо натянутыя

[1]) Въ этомъ моемъ изслѣдованіи любезно принималъ участіе опытный въ ларингоскопированіи многоуважаемый товарищъ докторъ А. М. Городецкій.

перепонки, отчего и издаютъ слабый дребезжащій звукъ. Pars cartilaginea при покойномъ положеніи голосовыхъ связокъ (дыхательномъ положеніи голосовой щели) находится въ большемъ напряженіи, чѣмъ pars membranacea, отчего первая часть имѣетъ не прямолинейное, а косое направленіе, уклоняясь къ области черпаловидныхъ хрящей, при чемъ верхушка processus vocalis выдается внутрь—въ просвѣтъ гортани. Входъ въ гортань замыкается энергично. Чувствительность глотки и гортани повышена, но до болѣе, или менѣе значительнаго спазма дѣло не доходитъ.

Наконецъ, въ остальныхъ 4-хъ случаяхъ при ляринго-скопическомъ изслѣдованіи найдено: катарральныя явленія въ зѣвѣ и гортани. Надгортанный хрящъ, черпаловидные хрящи, межчерпаловидныя пространства, ложныя связки и истинныя голосовыя связки представляютъ застойную гиперемію безъ явленій раздраженія; въ полости гортани масса водянистой пѣнящейся жидкости; чувствительность гортани нѣсколько повышена—при введеніи зеркала наступаетъ общій спазмъ гортани, довольно продолжительный, который однако частью пересиливается потребностью вздоха, а частью и самъ по себѣ ослабѣваетъ. Въ это время бываетъ видно, что всѣ части гортани чрезвычайно дряблы, напряженія отдѣльныхъ частей не замѣчается, истинныя связки, хотя смыкаются, но не напрягаются, какъ въ нормальномъ состояніи, а выдыхаемый частично воздухъ, хотя и приводитъ ихъ въ колебаніе, но звука не производитъ и голоса совсѣмъ не издаетъ.

При изслѣдованіи наружныхъ частей уха у глухонѣмыхъ я наблюдалъ нѣкоторыя неправильности и недоразвитіе отдѣльныхъ частей, которыя однако для слуха не играютъ важной роли и служатъ лишь указаніемъ на дегенеративные признаки. Иногда ушныя раковины представлялись слишкомъ оттопыренными, увеличенными въ своихъ размѣрахъ, завитки представлялись недоразвитыми, ушныя сережки отсутствовали; изрѣдка я наблюдалъ уродливое образованіе раковинъ—онѣ имѣли необычную толщину и представлялись значительно болѣе нормальнаго, углубленными. Болѣе важныя измѣненія состояли въ съуженіи наружнаго слуховаго прохода въ 3-хъ случаяхъ и въ 1-мъ случаѣ была найдена полная атрезія обоихъ слуховыхъ проходовъ. Изъ 100 случаевъ въ 81 мы имѣли дѣло съ пріобрѣтенною глухонѣмотою. Изъ анамнеза видно, что въ 31 случаѣ глухонѣмота наступила послѣ мозговыхъ заболѣваній. Въ 19 случаяхъ глухота и

послѣдовательная нѣмота развились вслѣдствіе перенесеннаго тифа. Въ 12 случаяхъ—послѣ скарлатины, въ 8-ми послѣ кори, въ 3-хъ послѣ оспы, въ 6 случаяхъ, послѣ паденій, сопровождавшихся поврежденіемъ головы и наконецъ въ 2-хъ случаяхъ вслѣдствіе гноетеченія изъ ушей безъ опредѣленной причины, вызвавшей послѣднее. Въ 68 случаяхъ изъ 81 пріобрѣтенной глухоты, при изслѣдованіи ушей найдена рѣзкая картина заболѣванія наружнаго или средняго уха. Въ 11 случаяхъ наблюдалась хроническая атторея, при частичномъ, или полномъ разрушеніи барабанной перепонки. 24 раза наблюдалось полное перерожденіе барабанной перепонки (сухожильный цвѣтъ, утолщеніе, отсутствіе подвижности и неправильное отраженіе свѣта).

Въ 20 случаяхъ наблюдалось склерозирующее воспаленіе среднихъ ушей (отсутствіе свѣтоваго конуса, при сохранности или нѣкоторой ограниченности подвижности барабанной перепонки, отложеніе извести въ видѣ бляшекъ, часто съ рѣзкими ограниченными краями).

Въ 13 случаяхъ имѣлась атрофія барабанныхъ перепонокъ и слуховыхъ косточекъ (барабанныя перепонки тонки, косточекъ же или совсѣмъ не видно, или видны только ихъ части).

Наконецъ въ 13 случаяхъ пріобрѣтенной глухонѣмоты анатомическія измѣненія были выражены настолько слабо, что не давали возможности судить о болѣе или менѣе значительномъ ослабленіи слуха.

Изъ 29 случаевъ, по анамнезу, врожденной глухонѣмоты только въ 9 случаяхъ я не могъ констатировать опредѣленнаго заболѣванія уха средняго, или наружнаго; въ другихъ же 20 случаяхъ я всегда находилъ тѣ или другія анатомическія измѣненія, указывавшія на бывшій процессъ въ среднемъ и наружномъ ухѣ.

Въ заключеніе приведемъ сообщеніе д-ра Томашевскаго [1]) „къ вопросу объ измѣненіяхъ въ мозговой корѣ, въ одномъ случаѣ пріобрѣтенной въ раннемъ дѣтствѣ глухонѣмоты и слѣпоты“.

Мозгъ, служившій предметомъ сообщенія и представленный докладчикомъ С.-Петербургскому Обществу психіатровъ, принадлежалъ мальчику 8-ми лѣтъ, который вначалѣ второго года жизни перенесъ воспаленіе мозговыхъ оболочекъ головнаго и спиннаго мозга, и вскорѣ

---

[1]) Газета „Врачъ“ № 45 за 1888 годъ.

затѣмъ потерялъ зрѣніе и слухъ. Оба глазныя яблока, пораженныя разлитымъ воспаленіемъ, атрофировались впослѣдствіи совершенно. Осязательная и обонятельная чувствительность была чрезмѣрно развита; больной имѣлъ падучіе приступы и умеръ отъ цинги.

Посмертное изслѣдованіе мозга (еще, впрочемъ, неоконченное) показало: атрофію зрительныхъ нервовъ, ихъ перекреста и зрительныхъ путей, а также заднихъ бугровъ четверохолмія, особенно лѣваго; кромѣ того въ затылочныхъ доляхъ полушарій тоже, преимущественно въ лѣвой сторонѣ, найдена ясная атрофія извилинъ, а именно второй и третьей, а также угловой и клиновидной. Кромѣ того на лѣвомъ полушаріи вся височная доля замѣтно укорочена, а первая височная извилина атрофирована.

На поперечныхъ разрѣзахъ вещество мозга, толщина сѣраго коркового слоя на вышеупомянутыхъ мѣстахъ оказалась уменьшенной.

Докладчикъ приводитъ этотъ случай, какъ новое подтвержденіе современныхъ научныхъ представленій о локализаціи зрительныхъ и слуховыхъ воспріятій; то обстоятельство, что атрофія рѣзче выражена на лѣвомъ полушаріи, объясняется, по его мнѣнію, болѣе ранней потерей праваго глаза, а отчасти, быть можетъ, и преобладающимъ значеніемъ лѣваго полушарія въ функціональномъ отношеніи.

Перейдемъ теперь къ разбору объективныхъ данныхъ, служащихъ основаніемъ для опредѣленія дѣйствительной глухонѣмоты. Съ перваго взгляда можетъ показаться страннымъ и неумѣстнымъ подробный разборъ признаковъ и симптомовъ глухонѣмоты. Не только каждый врачъ, но и каждый человѣкъ тотчасъ же можетъ составить себѣ понятіе объ этой болѣзни, сразу опредѣлить сущность ея. Однако, если мы глубже вникнемъ въ это дѣло, то увидимъ, какія непреодолимыя трудности представляются при разрѣшеніи многочисленныхъ вопросовъ, возникающихъ при изслѣдованіи и наблюденіи глухонѣмыхъ. Ни одному ученому не чуждъ этотъ вопросъ. Здѣсь одинаково могутъ быть заинтересованы и врачи, и педагоги, и философы, и юристы, законодатели и администраторы. Въ изученіи причинъ глухонѣмоты, въ возможности профилактическихъ мѣръ, въ устраненіи или въ возможномъ уменьшеніи этого недостатка и величайшаго несчастія человѣчества, въ мѣрахъ и способахъ излеченія открывается обширнѣйшее поприще вообще для врача. Не менѣе трудная и обширная дѣятельность представляется для наставниковъ, обучающихъ и воспитываю-

щихъ глухонѣмыхъ; ни мало затрудненій представляется для соціологовъ и законодателей, опредѣляющихъ и устанавливающихъ соціальное и гражданское положеніе послѣднихъ. Какъ мы видимъ, вопросъ этотъ представляется настолько сложнымъ и труднымъ, что ни одинъ спеціалистъ не можетъ схватить его со всѣхъ сторонъ. Мы остановимся на разсмотрѣніи 2-хъ важныхъ въ практическомъ отношеніи вопросовъ, съ которыми постоянно приходится имѣть дѣло судебному врачу—1) опредѣленіе истинности глухонѣмоты, распознаваніе ея симуляціи и 2) гражданская правоспособность и вмѣняемость глухонѣмыхъ. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ, конечно, опытному и наблюдательному врачу не составитъ затрудненія высказать положительное рѣшеніе по первому вопросу, но въ большинствѣ случаевъ отвѣтъ на второй вопросъ можетъ дать только спеціально подготовленный судебный врачъ. Насколько трудно иногда бываетъ отличить истинное страданіе глухонѣмотою отъ притворства указываетъ то обстоятельство, что еще недалеко то время, когда въ самыхъ образованныхъ государствахъ Европы—во Франціи, Германіи, Англіи, при изслѣдованіи глухонѣмыхъ, подозрѣваемыхъ въ симуляціи подвергали невѣроятнымъ, жестокимъ способамъ изслѣдованія и испытанія. Такихъ несчастныхъ часто садили въ ледяныя ванны, прижигали каленымъ желѣзомъ, подвергали дѣйствію то горячей, то холодной температуры, пересаживая изъ ледяной ванны въ горячую и обратно. Такимъ инквизиторскимъ пыткамъ наступилъ конецъ. Должно сказать, что онѣ не только заслуживаютъ порицанія по своей неприглядности, но по существу не должны имѣть мѣста въ настоящее время. Въ большинствѣ случаевъ нельзя такимъ путемъ разрѣшить вопроса. Мы знаемъ, что и глухонѣмые могутъ испускать не только болѣзненные звуки, неартикулированные, но даже произносить и отдѣльныя слова. Однако и теперь нерѣдко такихъ несчастныхъ подвергаютъ голоданію и многимъ другимъ лишеніямъ, подвергая, напр. одиночному заключенію. Мы лично знаемъ случай послѣднихъ такъ сказать дней, когда въ теченіи года производилось такое наблюденіе и все-таки врачи не пришли къ опредѣленному заключенію. Многіе въ настоящее время, особенно Mygind [1]), рекомендуютъ настоятельно въ сомнительныхъ случаяхъ хлороформированіе. По нѣкоторымъ обстоятельствамъ, о которыхъ мы будемъ говорить впослѣдствіи и это послѣднее не должно имѣть мѣста.

[1]) Mygind. Taubstummheit 1894. s. 231.

Распознаваніе симуляціи глухонѣмоты, не смотря на повторныя изслѣдованія, говоритъ Корнфельдъ [1]), въ особенности у необученныхъ глухонѣмыхъ, зачастую оказывается невозможнымъ. Симуляція глухонѣмоты требуетъ отъ врача величайшаго, необыкновеннаго терпѣнія для ея открытія, пишетъ Дерблихъ [2]), что и подтверждаетъ примѣрами. Такіе величайшіе авторитеты, какъ Kraft-Ebing, Casper, Liman, Legrand du Saulle, Marc-Jdeler, Meissner, Lincke, Tardieu и многіе другіе ни разъ были поставлены въ затрудненіе. Они сообщаютъ, что продолжительныя наблюденія, нерѣдко длившіяся въ теченіи года, а иногда и нѣсколькихъ лѣтъ, не давали возможности придти къ положительному заключенію и дѣло разрѣшалось лишь случайными обстоятельствами. Многіе, говоритъ Дерблихъ, желая избѣжать труда, видя вниманіе со стороны общества къ глухонѣмымъ, часто по нѣсколько лѣтъ сопровождаютъ послѣднихъ, выучиваются ихъ жестамъ и тѣлодвиженіямъ и затѣмъ сами, подъ видомъ глухонѣмыхъ, просятъ милостыню и эксплоатируютъ всевозможными способами, какъ отдѣльныхъ лицъ, такъ и спеціальныя благотворительныя общества. Collineau [3]) сообщаетъ, что часто симулируютъ глухонѣмыхъ съ цѣлью уклоненія отъ военной службы. Мы также имѣли дѣло съ притворщиками—глухонѣмыми послѣдней категоріи. Многочисленные примѣры встрѣчаются въ судебной казуистикѣ, когда разнаго рода преступники прибѣгали къ симуляціи глухонѣмоты.

Обладающій заслуженной опытностью Lincke [4]), признавая трудность и иногда даже невозможность открытія притворства, совѣтуетъ врачу-эксперту не высказывать въ сомнительныхъ случаяхъ категорическаго мнѣнія, чтобы не создать дурнаго прецедента. Онъ говоритъ, что видѣлъ много примѣровъ, когда притворяются глухонѣмыми съ твердо обдуманными намѣреніями: иногда съ цѣлью избѣжать наказанія, а иногда съ цѣлью такимъ путемъ извлечь какую нибудь выгоду. Мотивы для симуляціи глухонѣмоты часты и столь многочисленны, какъ и интересы людей. Мы остановимся только на нѣ-

---

[1]) Корнфельдъ. Руков къ Суд. Мед. Переводъ Иванова 1885.

[2]) Derblich. Gerichts-arzneik. Jahresber. ueber Fortschr in der gesammten Medicin XXIV. 1889.

[3]) Collineau Les sourd-muet etat mental. Archiv. de l'anthropologie criminelle 1892.

[4]) Lincke Handbuch der theoretischen und. pract. Ohrenheilk. Zweiter Band.

сколькихъ, болѣе выдающихся случаяхъ. Одинъ незнакомецъ искусно обладалъ тѣлодвиженіями и мимикой глухонѣмаго, умѣлъ писать и письменно заявилъ, что его зовутъ Ф. Г., что ему 29 лѣтъ отъ роду, что онъ сынъ солдата, родителей не имѣетъ, что, когда онъ участвовалъ въ сраженіи, ему былъ отрѣзанъ непріятелемъ языкъ и затѣмъ онъ оглохъ послѣ болѣзни, во время которой, находясь въ лазаретѣ, выучился читать и писать и затѣмъ образовался въ заведеніи для глухонѣмыхъ настолько, что теперь можетъ письменно говорить, понимать и быть понятымъ глухонѣмыми. По справкамъ оказалось, что въ указанномъ имъ лазаретѣ, онъ никогда не былъ. При врачебномъ изслѣдованіи онъ вызвалъ нѣкоторое подозрѣніе въ симуляціи. Языкъ былъ въ задней части зѣва въ видѣ короткаго, при началѣ обрѣзаннаго, широкаго куска языка. Директоръ названнаго имъ института глухонѣмыхъ также не призналъ его своимъ воспитанникомъ и при томъ далъ заключеніе, что вслѣдствіе лишенія языка, онъ могъ быть нѣмымъ, но не глухимъ. Надъ нимъ были примѣнены всѣ способы наблюденія и изслѣдованія. Его старались застать врасплохъ во время сна, сводили съ обученными глухонѣмыми, заставляли разговаривать съ ними свойственной имъ мимикой, жестикуляціей и письменнымъ языкомъ; притворщикъ стоялъ на своемъ и мастерски игралъ свою роль. Въ одно время онъ получилъ отъ иностраннаго суда обвинительный протоколъ, собственноручно имъ подписанный. Тамъ онъ игралъ ту же роль, пока не выдалъ себя въ пьяномъ видѣ. При видѣ этихъ актовъ притворщикъ сознался и разсказалъ, что онъ много лѣтъ притворяется глухонѣмымъ изъ нежеланія работать, что этимъ онъ желалъ добиться помѣщенія въ домъ убогихъ, что роль глухонѣмаго онъ разучилъ во время продолжительныхъ путешествій съ глухонѣмымъ товарищемъ. Онъ говорилъ по-славянски и по-нѣмецки, могъ хорошо писать ногами, какъ и рукой и замѣчательно владѣлъ языкомъ, который былъ совершенно цѣлъ и здоровъ и только былъ отрѣзанъ отъ связки; онъ могъ его оттягивать далеко въ зѣвъ и такимъ образомъ убѣждалъ изслѣдующаго, что у него отрѣзанъ кусокъ языка. Въ такомъ оттянутомъ и укороченномъ видѣ онъ могъ такъ долго удерживать языкъ, что даже нельзя было, не повредивъ послѣдняго, придать ему другое положеніе рукою, или инструментомъ (Mansfeld) [1]).

[1]) Mansfeld. l. c.

Другой случай приводитъ Meissner [1]). Врачъ былъ позванъ въ темницу къ 19 лѣтнему обвиняемому, который считался глухонѣмымъ, но послѣ врачебнаго освидѣтельствованія оказалось, что онъ не глухъ, такъ какъ отвѣчалъ на вопросы письменно. Представъ предъ судомъ, онъ въ присутствіи врача держалъ себя глухонѣмымъ и на вопросъ о такомъ поведеніи, онъ отвѣтилъ, что онъ дѣйствительно не слышитъ, но угадываетъ вопросы, слѣдя за движеніями рта говорящаго. Онъ разсказалъ, что, упавъ 12-ти лѣтнимъ мальчикомъ съ дерева, потерялъ рѣчь и слухъ. Его помѣстили снова въ тюрьму съ другимъ арестантомъ. Послѣдній послѣ 6-ти недѣль совмѣстной жизни показалъ, что не слыхалъ отъ него ни одного звука, но думаетъ, что онъ слышитъ во 1-хъ потому, что слышитъ біеніе-тиканье часовъ и мимически точно показываетъ время, во 2-къ—онъ издали слышитъ сторожа и звукъ глиняныхъ и деревянныхъ тарелокъ, назначенныхъ для мяса, узнаетъ будетъ ли у нихъ мясное, или постное кушанье, въ 3-хъ—онъ его понимаетъ и письменно отвѣчаетъ на всѣ вопросы, хотя онъ говоритъ съ нимъ не громко и въ 4-хъ понимаетъ вопросы и отвѣчаетъ, когда онъ съ нимъ разговариваетъ ночью въ совершенной темнотѣ. На судѣ обвиняемый снова отвѣтилъ уклончиво и пояснилъ, что по солнцу онъ узналъ время, что кушанье онъ узналъ по запаху, что онъ привыкъ къ голосу своего товарища и понимаетъ его по движенію губъ. Послѣднее же обстоятельство, что онъ разговаривалъ въ темнотѣ, обвиняемый совершенно отрицалъ. Приглашенные врачи эксперты не нашли никакихъ уклоненій отъ нормы въ органахъ рѣчи и слуха, но не могли отрицать возможности глухоты отъ паденія. Были пущены въ ходъ угрозы и тѣлесныя наказанія, но все напрасно. Его отослали въ Вѣну въ магистратъ и тутъ чрезъ пять дней, при первомъ же допросѣ, притворщикъ сознался, послѣ того, какъ было сказано, что онъ, какъ глухонѣмой долженъ пожизненно, безвыходно находиться въ заведеніи для глухонѣмыхъ. Не больше года тому назадъ важный преступникъ находился на испытаніи въ Симферопольскомъ заведеніи для душевно больныхъ. Ничѣмъ не удавалось открыть его симуляціи и только, когда врачъ въ присутствіи властей, отдалъ распоряженіе о вѣчномъ заключеніи его въ отдѣльное помѣщеніе, какъ глухонѣмой—преступникъ тотчасъ же сознался. Наконецъ приведемъ самый замѣчательный случай при-

[1]) Meissner. l. c.

творной глухонѣмоты, описанный у Fallot [1]). Викторъ Фойе, упоминаемый въ литературѣ также подъ именемъ Виктора Травената. Съ цѣлью избѣжать воинской повинности, онъ нѣсколько лѣтъ выдавалъ себя за глухонѣмаго и выдержалъ уже всѣ испытанія, которымъ онъ подвергался въ Германіи, Франціи, въ Швейцаріи, Испаніи и Италіи. Нѣкоторое время спустя въ газетахъ было слѣдующее извѣстіе: „Этотъ несчастный молодой человѣкъ, который рѣшилъ подражать глухонѣмымъ отъ рожденія, былъ арестованъ въ различныхъ странахъ, строго охранялся и подвергался самымъ тяжелымъ испытаніямъ, которыя не могли его обличить. Онъ такъ привыкъ къ своей роли, что по его собственнымъ словамъ, будучи уличенъ въ притворствѣ, разучился слышать. Въ Швейцаріи, гдѣ его испытывали при посредствѣ молодой, красивой и богатой женщины, которая предлагала ему свою руку и сердце, онъ уже хотѣлъ было говорить, но одумался. Когда онъ находился въ темницѣ „Rochelle“, то его заставляли спать у темничнаго надзирателя, который безотлучно наблюдалъ за нимъ. Часто его внезапно пробуждали, однако изумленіе его выражалось лишь жалкимъ хрипомъ, а сны и сновидѣнія сопровождались гортанными звуками. Сотни его товарищей напрасно употребляли все, прибѣгая ко всевозможнымъ уловкамъ и способамъ, чтобы изобличить его. Темничный смотритель пришелъ къ убѣжденію, что онъ дѣйствительно глухонѣмой. Онъ хотѣлъ открыто объявить объ этомъ въ газетахъ и доставить свободу, по его мнѣнію, невинно заключенному молодому человѣку. Сколько усилія и невѣроятнаго труда стоило Виктору Т., чтобы провести эти Аргусовы глаза. Несчастный В. имѣлъ непреодолимое желаніе сообщить свои мысли и выдалъ себя за воспитанника аббата Сикарда, чтобы имѣть возможность хоть письменно излить свои мысли. Сикардъ отрицалъ глухонѣмоту В. и доказалъ на основаніи орѳографіи и способа писанія В., что онъ не можетъ быть глухонѣмымъ отъ рожденія. „Это, безъ сомнѣнія, писалъ аббатъ, государственному совѣтнику Р., что особа, пойманная въ Рошелѣ, по сообщенію мера этого города и по вашему описанію, та-же, о которой я давалъ свѣдѣнія раньше. Я не могу сказать—это ли В. Травенатъ, но я могу съ достовѣрностью рѣшить, что онъ не глухонѣмой отъ рожденія. Причина этому та, что онъ

[1]) Untersuchung und Enthüllung der simullirten Krankheiten von Fallot Weimar 1841.

пишетъ, какъ всѣ и пишетъ такъ, какъ пишутъ люди, обладающіе слухомъ, между тѣмъ, какъ глухонѣмые пишутъ своеобразно,—пишутъ такъ, какъ видятъ. Онъ даже такъ неловко это дѣлаетъ, что дѣлитъ слова и часто присоединяетъ къ нимъ предлоги, думая, что послѣдніе къ нимъ принадлежатъ". Наконецъ учитель глухонѣмыхъ подвергнулъ Виктора послѣднему испытанію. Онъ спросилъ его, какъ его учили. Викторъ отвѣтилъ знаками и согласился такимъ образомъ объяснить нѣсколько словъ, написанныхъ на доскѣ. Но на самомъ дѣлѣ онъ не могъ выполнить этого. Затѣмъ къ нему привели дѣйствительно глухонѣмыхъ. Онъ не понималъ ни одного изъ нихъ и въ свою очередь ни одинъ изъ глухонѣмыхъ не понималъ его. Смущенный этимъ испытаніемъ и еще болѣе тѣмъ, что ему заявили, что приведутъ на очную ставку одного пирожника, у котораго онъ какъ то громко говорилъ, желая научиться дѣлать пирожки. Онъ взялъ книгу и началъ громко читать. Въ данномъ случаѣ къ открытію симуляціи повела природная, побудительная необходимость и потребность къ сообщенію съ окружающими. Нѣсколько лѣтъ тому назадъ Кіевскій военно окружной судъ оправдалъ еврея, уклонившагося отъ воинской повинности и призналъ его глухонѣмымъ, за недостаткомъ положительныхъ данныхъ, принявъ во вниманіе, что нѣсколько евреевъ дали отзывъ, что знаютъ подсудимаго за глухонѣмаго. Экспертиза на основаніи продолжительнаго наблюденія и повторныхъ изслѣдованій признала симуляцію. Два свидѣтеля утверждали, что онъ слышитъ и говоритъ. Также у насъ было два случая, когда съ родины были присланы свѣдѣнія, что подвергаемые въ госпиталѣ испытанію—глухонѣмые отъ рожденія. Между тѣмъ они были уличены въ притворствѣ и сами сознались, что слышатъ и говорятъ. Послѣднее обстоятельство мы привели къ тому, чтобы показать неправильность заключенія д-ра Орлова [1]), который говоритъ, что симуляція глухонѣмоты теряетъ подъ собою почву. „Всѣ окружающіе больнаго, конечно, знаютъ объ его недостаткѣ и потому могутъ удостовѣрить его присутствіе или отсутствіе". Авторъ въ другихъ случаяхъ обнаружилъ много знанія и правдивыхъ соображеній, относясь ко всему съ полной критикой, а здѣсь обнаруживаетъ недостаточную опытность. Въ теченіе 8-ми лѣтнихъ наблюденій, мы имѣли случаи убѣдиться, что притворная глухота и глухо-

[1]) Основы діагностики искусственныхъ и притворныхъ болѣзней. Орловъ С. Петербургъ. 1894. г.

нѣмота—явленіе нерѣдкое. За это время мы видѣли 12 человѣкъ симулянтовъ глухонѣмыхъ при 110 наблюденіяхъ, слѣдовательно между подвергающимися испытанію въ глухонѣмотѣ по 43 п. л. А наставленія присутствіямъ для пріема новобранцевъ, мы встрѣчаемъ болѣе 10% притворщиковъ. Если бы дѣйствительно всегда можно было полагаться на заявленія окружающихъ, то не было бы никакой надобности посылать на испытаніе въ спеціальныя заведенія лицъ, о которыхъ поступаютъ и устныя, а часто и письменныя удостовѣренія о страданіи ихъ глухонѣмотою. Однако практика и опытъ, не смотря на то, что такія испытанія вызываютъ лишніе расходы со стороны правительства, лишаютъ свободы подвергающихся испытанію, иногда на очень продолжительное время, отрываютъ ихъ отъ семьи, отъ дѣла, учатъ, что послѣднія необходимы. Съ устраненіемъ такого контроля, появилось бы много подложныхъ свидѣтельствъ и число симулирующихъ глухонѣмоту несомнѣнно увеличилось бы.

Въ литературѣ имѣется ни мало случаевъ, когда глухонѣмые подвергались осужденію на смертную казнь. Нерѣдки также случаи, когда важные преступники, обвинявшіеся въ поджогахъ, смертоубійствѣ и изнасилованіи прибѣгали къ симуляціи глухонѣмоты.

Legrand du Saulle приводитъ замѣчательный примѣръ. Предъ судомъ присяжныхъ предсталъ Sylvan Parrot, обвинявшійся въ убійствѣ публичной дѣвушки. Онъ не отвѣчалъ на вопросы, предлагаемые судомъ и приглашеннымъ въ судъ глухонѣмымъ. Аббатъ Plassan, вызванный въ качествѣ эксперта сталъ предлагать вопросы на столько естественными и выразительными знаками, что они были понятны всѣмъ окружающимъ, но и на вопросы Plassan'a Parrot не отвѣчалъ. Ему предложили отвѣчать письменно и онъ согласился. Parrot дѣлалъ множество орѳографическихъ ошибокъ, какъ мало грамотный и мало образованный, пользующійся разговорной рѣчью. Онъ пропускалъ необходимыя буквы, прибавлялъ не нужныя, случайно, безъ порядка.

Во время предлагаемыхъ письменно вопросовъ и отвѣтовъ на нихъ Parrot постоянно шевелилъ губами.

Во время допроса свидѣтелей, чтенія обвинительнаго акта и преній Parrot постоянно держалъ глаза опущенными, имѣлъ положеніе и позу человѣка, который слушаетъ и на лицѣ, въ выраженіи лица замѣчались перемѣны, соотвѣтственно тому, говорилось ли въ его пользу, или наоборотъ рѣчь была для него неблагопріятна. Plassan

далъ заключеніе, что Raggot не глухонѣмой, по крайней мѣрѣ, онъ не глухонѣмой отъ рожденія и если у него имѣется глухонѣмота, то она непостоянна и недавняго происхожденія. И, дѣйствительно, глухонѣмые всегда предпочитаютъ мимическій разговоръ — это совершенно естественно и подтверждается ежедневнымъ опытомъ и наблюденіями. Обыкновенно глухонѣмые жадно слѣдятъ глазами за всѣмъ происходящимъ вокругъ нихъ. Ни одинъ жестъ, ни одно движеніе физіономіи не ускользаетъ отъ ихъ безпокойнаго, пытливаго взгляда. Глухонѣмые часто въ письмѣ грѣшатъ противъ синтаксиса и стиля, у нихъ встрѣчаются, въ той или другой степени, смотря по образованію, уклоненія въ строеніи фразъ и ихъ оборотахъ, но они чрезвычайно рѣдко дѣлаютъ орѳографическія ошибки. Конечно, аббатъ Piassan былъ совершенно правъ, давъ заключеніе, что въ данномъ случаѣ имѣется притворство, но однако онъ сдѣлалъ совершенно правильно оговорку, что, по его мнѣнію, это не глухонѣмой отъ рожденія, или не глухонѣмой съ ранняго дѣтства. Этотъ примѣръ поучителенъ въ томъ еще отношеніи, что экспертиза никогда не можетъ быть полна и не можетъ претендовать на точность, если она производится въ судѣ безъ участія спеціально подготовленнаго судебнаго врача. Могла же быть въ данномъ случаѣ истерическая глухонѣмота, или же глухонѣмота, наступившая недавно, случайно отъ какихъ либо органическихъ измѣненій въ органахъ слуха. Недоразумѣніе могло быть разрѣшено только врачебнымъ изслѣдованіемъ. Объ этомъ вопросѣ мы будемъ подробно говорить въ главѣ о правоспособности и вмѣняемости глухонѣмыхъ. Нерѣдко и врачу спеціалисту, дающему экспертизу объ испытуемомъ въ глухонѣмотѣ, бываетъ трудно доказать дѣйствительность имѣющагося недостатка, представляя свои заключенія на судъ товарищей—въ испытательныхъ комиссіяхъ врачей военныхъ госпиталей. Еще болѣе въ этомъ отношеніи встрѣчается затрудненій, когда приходится подобный вопросъ рѣшать на судѣ. Въ мимикѣ мы имѣемъ единственный патогномоническій признакъ глухонѣмоты. Физіономія, жесты, тѣлодвиженія, способъ обращенія и поведеніе глухонѣмаго на столько характерны, что даютъ полную возможность составить правильное заключеніе о подвергаемомъ испытанію субъектѣ. Всякій глухонѣмой, если только его глухонѣмота не соединена съ идіотизмомъ, или съ прирожденной слабостью умственныхъ способностей, старается понять и старается быть понятымъ. Это обстоятельство приводитъ въ работу его умственную

сферу, а послѣдняя отражается на мышцахъ лица, глазъ, туловища и рукъ, словомъ выражается въ мимикѣ, жестахъ и тѣлодвиженіяхъ. Мы наблюдаемъ цѣлую картину движеній, которыя съ одной стороны унаслѣдованы, а съ другой стороны пріобрѣтены лично и развиты вслѣдствіе необходимости. Каждому болѣе или менѣе опытному врачу и вообще наблюдателю, имѣющему дѣло съ глухонѣмыми, достаточно взглянуть на лицо человѣка, пробыть съ нимъ нѣкоторое время, чтобы рѣшить, имѣетъ ли онъ дѣло съ дѣйствительно одержимымъ глухонѣмотою, или же съ симулирующимъ послѣднюю.

Конечно, такую опытность можно пріобрѣсти только при усиленномъ трудѣ и доброй волѣ. Для достиженія ея требуется навыкъ и наблюдательность. Покойный профессоръ Судебной медицины въ Университетѣ св. Владиміра Ѳ. Ѳ. Эргардтъ никогда не прибѣгалъ ни къ какимъ способамъ изслѣдованія и всегда рѣшалъ вопросъ при нервомъ же свиданіи съ своими испытуемыми, никогда не ошибаясь. Мы вполнѣ присоединяемся къ этому мнѣнію и можемъ подтвердить его на основаніи своихъ наблюденій. Однако свѣтиламъ науки и заслуженной опытности часто приходилось встрѣчать большія затрудненія и нерѣдко быть въ полной невозможности доказать суду, администраціи свои мнѣнія и заключенія. Вслѣдствіе недостатка объективныхъ данныхъ, часто экспертиза не могла быть доказательна и теряла свою силу, не смотря на правильное опредѣленіе. Поэтому нерѣдко и судъ и администрація приходятъ къ ложнымъ заключеніямъ и неправильнымъ рѣшеніямъ. Самый замѣчательный физіономистъ и быть можетъ самый проницательный изъ наблюдателей человѣческаго лица, при томъ очень искусный живописецъ Лафатеръ [1]), когда пробуетъ научить тому другихъ, что ему хорошо извѣстно, когда дѣлится своими убѣжденіями, самъ начинаетъ бродить въ туманѣ фразеологіи. Лафатеръ изъ 100 случаевъ въ 90 или ошибся, или его не могли понять. Въ практикѣ нельзя руководиться въ этомъ отношеніи описаніями первокласныхъ наблюдателей, въ виду того, что въ наукѣ не имѣется положительнаго—анатомическаго критерія. Мимика, при частыхъ повтореніяхъ, оставляетъ на лицѣ глухонѣмыхъ постоянный отпечатокъ, дающій возможность опредѣлить дѣйствительность имѣющагося недостатка, но оставляетъ много трудно-

[1]) Цит. изъ сочиненія Монтегаццп — „Физіономія и выраженіе чувствъ". Переводъ Грота и Вербицкаго. 1886 г.

стей и сомнѣній, чтобы сдѣлать ее безспорнымъ достояніемъ науки. Вслѣдствіе чего суду, администраціи, различнымъ правительственнымъ комиссіямъ и учрежденіямъ приходится довѣрять лишь опытности и правдивости заключеній эксперта, а между тѣмъ это не соотвѣтствуетъ смыслу закона, да и не выдерживаетъ критики съ научной стороны. Экспертъ долженъ основывать свои выводы на фактахъ, очевидность которыхъ не подлежитъ сомнѣнію, только тогда экспертиза достойна вниманія и носитъ положительный характеръ, разъ же ея заключенія и выводы носятъ субъективный характеръ, она не можетъ претендовать на свою неоспоримость и по справедливости можетъ быть оставляема безъ вниманія и судомъ и другими учрежденіями. Слабость и неопредѣленность діагностическихъ данныхъ заставляла тщательно искать признаковъ глухонѣмоты и съ цѣлью выясненія ея причинъ и въ особенности съ цѣлью ея разспознаванія. Прежде чѣмъ перейти къ собственнымъ изслѣдованіямъ, мы бросимъ бѣглый взглядъ на способы изслѣдованія глухонѣмыхъ и находимыя у нихъ особенности и отличительныя черты при изслѣдованіи и наблюденіи

Mansfeld [1]) находилъ у глухонѣмыхъ то слишкомъ выпуклое, то слишкомъ плоское нёбо, уздечку языка то слишкомъ длинной, то слишкомъ короткой. Въ $^1/_3$ случаевъ нёбо недостаточно развито и въ большинствѣ случаевъ язычекъ не нормаленъ. Никто этихъ данныхъ Mansfeld'a не подтвердилъ, хотя во всей литературѣ по вопросу о глухонѣмотѣ онѣ стереотипно повторяются. Всѣ эти уродливости, если дѣйствительно встрѣчаются, могутъ быть объяснены отсутствіемъ движенія, необходимаго для акта рѣчи. При изслѣдованіи болѣе 200 человѣкъ глухонѣмыхъ, мы очень рѣдко встрѣчаемся съ указанными недостатками и по нашему мнѣнію они не могутъ имѣть серіознаго діагностическаго значенія, такъ какъ встрѣчались и у обыкновенныхъ людей, обладающихъ слухомъ и рѣчью. „[Прежнія неправильныя предположенія о причинномъ значеніи гортани и другихъ органовъ рѣчи въ дѣлѣ развитія глухонѣмоты повели къ представленію о недостаточномъ развитіи этихъ органовъ. Теоретически предвзятыя мысли и разсужденія повели къ тому, что нѣкоторые авторы описали не мало ненормальностей со стороны гортани и органовъ рѣчи]“.

---

[1]) Mansfeld. Das Taubstummen-Institut zu Braunschweig. Braunschweig 1830.

Дринсъ указывалъ на отсутствіе голосовыхъ связокъ, англійскій врачъ Gibb[1]) настоятельно утверждаетъ, что онъ нашелъ полное отсутствіе голосовыхъ связокъ при изслѣдованіи 2-хъ глухонѣмыхъ, что вполнѣ справедливо отрицаетъ Гартманъ. При изслѣдованіи ларингоскопомъ болѣе 200 человѣкъ глухонѣмыхъ въ разныхъ возрастахъ мы ни разу не наблюдали отсутствія голосовыхъ связокъ. Изъ новѣйшихъ изслѣдованій, при помощи ларингоскопа, слѣдуетъ упомянуть Соломонса[2]), который не находилъ никакихъ деформацій въ гортани глухонѣмыхъ. Lemcke[3]) находилъ у очень многихъ глухонѣмыхъ дѣтей чрезвычайно развитую гортань, при чемъ очень часто замѣчалъ рѣзкій катарръ слизистой оболочки. Этотъ катарръ авторъ ставитъ въ зависимости отъ катарра носоглоточнаго пространства. У нѣкоторыхъ взрослыхъ глухонѣмыхъ, никогда не говорившихъ, Lemcke наблюдалъ атрофію голосовыхъ связокъ. Мы очень часто при ларингоскопическомъ изслѣдованіи глухонѣмыхъ находили атрофическое состояніе голосовыхъ связокъ и нѣкоторыя измѣненія въ частяхъ гортани, носившія характеръ функціональныхъ разстройствъ. Такія измѣненія были найдены въ 60 случаяхъ при ларингоскопированіи 100 человѣкъ глухонѣмыхъ. „Голосовыя связки сѣроватаго цвѣта, узки, тонки, подвижность связокъ и частей гортани неправильна“. Подобныя явленія безспорно указываютъ на продолжительное отсутствіе разговорной рѣчи, на отнюдь еще не служатъ вѣрнымъ доказательствомъ глухонѣмоты. Вслѣдствіе бездѣятельности звукообразовательнаго аппарата a priori должны произойти измѣненія въ его функціяхъ и отправленіяхъ и ежедневное наблюденіе фактически доказываетъ несомнѣнныя послѣдствія—голосъ претерпѣваетъ значительныя измѣненія. Глухонѣмой произноситъ лишь безсвязные, неартикулированные звуки, по большей части, лишенные всякаго значенія; его связки теряютъ гибкость и эластичность, части гортани перестаютъ нормально функціонировать Сначала звуки глухонѣмаго ребенка имѣютъ большое сходство съ звуками обыкновенныхъ дѣтей, но постепенно, вслѣдствіе недостатка слуха, голосъ теряетъ правильность, перестаетъ быть звучнымъ, дѣлается дрожащимъ, дребезжащимъ, въ

---

[1]) Gibb. Medical Times-Gasette. 1862.

[2]) Solomonsen. Laryngoscopiske Jagttagelser hos Dövstumme. Biblothek for Läger. XII Bind Kjobenhavn. 1866.

[3]) Lemcke. Die Taubstummheit, ihre Ursachen und Verhütung. Leipzig. 1892

немъ исчезаетъ чистота и обычная пріятность, онъ становится безжизненнымъ—могильнымъ, непріятнымъ для уха, часто къ нему примѣшиваются свисты и неопредѣленнаго характера шумы, не имѣющіе съ человѣческими звуками и словами ничего общаго. Чѣмъ въ болѣе раннемъ дѣтствѣ наступаетъ глухота, тѣмъ большія измѣненія и неправильности замѣчаются въ голосѣ. Нерѣдко по однимъ характернымъ звукамъ опытный наблюдатель можетъ рѣшить, что имѣется дѣло съ глухонѣмымъ. Кстати скажемъ здѣсь же, что симуляты глухонѣмые стараются никогда не издавать звуковъ. Правильное образованіе и обученіе въ значительной степени сглаживаютъ недостатки въ голосѣ, но все-таки рѣчь глухонѣмыхъ даже при самыхъ лучшихъ условіяхъ ихъ воспитанія, по своей монотонности и неповоротливости всегда даетъ возможность отличить ихъ отъ обыкновенныхъ людей. Иначе это, по нашему мнѣнію, и быть не можетъ—только „cessante causa, cessant affectus“. Бываютъ примѣры, когда глухонѣмые доводятъ артикуляцію до удивительной степени, однако рѣчь ихъ остается не гладкой, напоминаетъ лай и лишена благозвучія. Въ рѣчи наилучше обученныхъ глухонѣмыхъ, внимательно слѣдя за ихъ разговоромъ, мы замѣтимъ жесткость, отсутствіе интонаціи и музыкальности. Часто авторы—защитники звуковаго способа обученія глухонѣмыхъ въ доказательство совершенства своей методы приводятъ случай, когда опытный Куссмауль, долго разговаривая съ больнымъ, поступившимъ въ госпиталь, не замѣтилъ, что онъ глухонѣмой. Куссмауль, дѣйствительно, пока не обратилъ вниманія на исторію болѣзни, не зналъ, что имѣетъ дѣло съ глухонѣмымъ, но онъ сразу замѣтилъ, какъ говоритъ самъ Куссмауль, что кромѣ громкаго голоса, которымъ говорилъ больной, его рѣчь носила необыкновенно книжный характеръ. Не было бы удивительнымъ, если бы такой величайшій знатокъ человѣческой рѣчи, какъ Куссмауль и нинего особеннаго не замѣтилъ въ разговорѣ глухонѣмаго, котораго онъ изслѣдовалъ. Въ данномъ случаѣ вниманіе его всецѣло было занято другимъ.

Schmalz [1]) доказываетъ, что вслѣдствіе недѣятельности органовъ рѣчи, помимо уклоненій въ развитіи гортани, у глухонѣмыхъ бываетъ мало развитой носъ. Этотъ органъ незначительно возвышается у нихъ надъ уровнемъ лица, вслѣдствіе чего глухонѣмые имѣютъ особенный видъ лица. А въ послѣднее время одинъ изъ француз-

[1]) Schmalg. Missbildungen des Ohres und s. w. der Taubstummen. Leipzig. 1846.

скихъ авторовъ [1]) увѣряетъ, что лица глухонѣмыхъ бываютъ похожи на лица разныхъ животныхъ и птицъ. Конечно, подобные признаки представляютъ лишь курьёзы. Не мало обыкновенныхъ людей (слышащихъ и говорящихъ), для лицъ которыхъ мы можемъ найти подходящія къ вышеупомянутымъ сравненія. Прежніе авторы часто упоминаютъ о параличѣ, или паретическомъ состояніи лицеваго нерва, ставя это послѣднее явленіе въ зависимость отъ совмѣстнаго топографическаго положенія лицеваго и слуховаго нерва. Послѣдующія наблюденія этого совершенно не подтверждаютъ. При изслѣдованіи болѣе 200 глухонѣмыхъ мы ни разу не наблюдали ни паралича, ни пареза лицеваго нерва. Произведенныя до настоящаго времени паталого-анатомическія вскрытія глухонѣмыхъ далеко не часто обнаружили у нихъ измѣненія въ слуховомъ нервѣ. Описываютъ у глухонѣмыхъ увеличеніе железъ (tonsilla, gl. thyreoidea), огромный процентъ зоба (Struma). При тщательномъ изслѣдованіи мы нерѣдко встрѣчали увеличеніе железъ, а зоба ни разу не пришлось видѣть на 200 случаевъ. Во всякомъ случаѣ эти явленія не могутъ имѣть въ силу случайности діагностическаго значенія. Указывали на различныя измѣненія въ глазахъ, свойственныя глухонѣмымъ. Многочисленныя изслѣдованія послѣдняго времени ничего характернаго не обнаруживаютъ. Съ однимъ только можно согласиться, что острота зрѣнія у глухонѣмыхъ выше, чѣмъ у обыкновенныхъ (неглухонѣмыхъ) субъектовъ, но и это обстоятельство также не настолько характерно, чтобы служить подспорьемъ для разспознаванія глухонѣмоты. Нѣкоторые находили много лѣвшей между глухонѣмыми. Намъ изъ 200 человѣкъ не пришлось ни разу встрѣтиться съ этимъ обстоятельствомъ. Предполагаемая связь между глухонѣмотою и частымъ появленіемъ между ними лѣвшей проблематична и не выдерживаетъ критики. Многіе, особенно старинные авторы, описываютъ различныя особенности въ строеніи черепа, считая ихъ характерными для глухонѣмыхъ. Royer [1]), произведя многочисленныя изслѣдованія, доказываетъ, что въ большинствѣ случаевъ никакихъ деформацій и уклоненій отъ нормы въ строеніи и размѣрахъ головы у глухонѣмыхъ не наблюдается, если же и встрѣчаются измѣненія, то послѣднія не представляютъ ничего характернаго и встрѣчаются отнюдь не чаще, чѣмъ у другихъ дѣтей того же

[1]) Revue des mondes. 1872. I. 552.
[2]) Royer. Etude medico psychique sur les sourds-muets. 1888. Paris.

возраста. На основаніи нашихъ наблюденій мы вполнѣ присоединяемся къ заключенію Royer'a.

Itard установилъ воззрѣніе, что глухонѣмые менѣе воспріимчивы къ болевымъ впечатлѣніямъ, чѣмъ обыкновенные люди, „что болевая чувствительность у нихъ рѣзко понижена". Знаменитый глухонѣмой Крузе [1]) напротивъ говоритъ, что глухонѣмые гораздо воспріимчивѣе къ болевымъ впечатлѣніямъ, чѣмъ другіе. Правда, глухонѣмые съ большимъ терпѣніемъ переносятъ страданія, рѣдко жалуются на болѣзненныя ощущенія окружающимъ и врачу, часто не испускаютъ при операціяхъ криковъ и стоновъ. Этотъ фактъ констатируется всѣми, но объясняется не пониженной воспріимчивостью нервной системы, а сознаніемъ необходимости и убѣжденіемъ въ неизбѣжности и готовностью перенести боль, чтобы избавиться, напр., отъ больного зуба, который долго уже заставилъ страдать и т. п. Такое мнѣніе всѣхъ воспитателей и учителей глухонѣмыхъ. Тоже намъ приходилось слышать отъ нѣкоторыхъ образованныхъ глухонѣмыхъ, въ числѣ которыхъ было нѣсколько состоящихъ воспитателями своихъ собратій по несчастью. Itard, быть можетъ, впалъ въ ошибку, наблюдая глухонѣмыхъ идіотовъ. Въ настоящее время принимаются въ школы только глухонѣмые способные къ образованію, чего не было еще во времена Itard'a.

Многіе описываютъ у глухонѣмыхъ особенную походку. „Походка шарпающая". Они ходятъ, какъ бы постоянно ощупывая почву; при ходьбѣ туловище постоянно отклоняется отъ средней линіи тѣла, оно попеременно наклоняется то въ ту, то въ другую сторону. Нѣкоторые авторы называютъ походку глухонѣмыхъ утиной. Приписываютъ глухонѣмымъ привычку постоянно дѣлать гримасы. У глухонѣмыхъ дѣтей, только что принятыхъ въ спеціальное заведеніе, дѣйствительно замѣчается, что при ходьбѣ они какъ бы ощупываютъ почву ногами, но со временемъ эта особенность уменьшается и у взрослыхъ становится мало замѣтной.

Всѣ описанныя особенности у глухонѣмыхъ относятся частью къ дегенеративнымъ признакамъ, а частью случайны и совершенно не характерны. Шаткость діагностическихъ данныхъ при разпознаваніи истинной глухонѣмоты, отсутствіе положительныхъ клиническихъ симптомовъ, въ случаяхъ судебно-медицинскаго опредѣленія

[1]) Krnse. Der Taubstumme im incultivirten Zustande и s. w. Bremen 1832.

глухонѣмоты у взрослаго человѣка, заставили обратиться къ побочнымъ методамъ изслѣдованія и способамъ наблюденія. При этихъ изслѣдованіяхъ мы должны имѣть въ виду,—симулируетъ ли субъектъ обученнаго глухонѣмаго, или же глухонѣмаго, не получившаго никакого образованія. Симулирующіе обученнаго глухонѣмаго стараются подражать неправильности произношенія глухонѣмыхъ, впадаютъ въ противорѣчія при повтореніи однихъ и тѣхъ же словъ; по мнѣнію нѣкоторыхъ этого достаточно, чтобы открыть симулянта. Стоитъ только вспомнить, что глухонѣмые научаются иногда настолько ясно и плавно произносить слова, что съ перваго раза, встрѣтясь съ такимъ субъектомъ, мы не заподозримъ, что имѣемъ дѣло съ глухонѣмымъ. Вспомнивъ также многочисленные случаи, когда симулянты, подвергавшіеся строгому наблюденію лучшихъ врачей, лишь только случайно обнаруживали свое притворство и самое подозрѣніе на нихъ падало тоже по случайнымъ обстоятельствамъ, станетъ очевиднымъ, что на основаніи указаннаго соображенія трудно открыть симуляцію.

Другіе считаютъ достаточной уликой въ симуляціи, если испытуемый дѣлаетъ орѳографическія ошибки въ письмѣ и впадаетъ въ провинціализмы. Однако тоже самое встрѣчается и у дѣйствительныхъ глухонѣмыхъ и потому не можетъ имѣть рѣшающаго значенія. Болѣе существеннымъ признакомъ можетъ служить способность глухонѣмыхъ читать по движенію губъ сказанное на довольно далекомъ разстояніи (конечно безгласно). Съ одной стороны и дѣйствительные глухонѣмые не въ одинаковой степени обладаютъ этой способностью, а съ другой стороны и ловкіе симулянты продѣлываютъ тоже въ болѣе, или менѣе совершенной степени. Въ случаяхъ симуляціи необученнаго глухонѣмаго, при условіи, если подражающій не особенно ловокъ, по излишнимъ движеніямъ, по нецѣлесообразности жестовъ, носящихъ характеръ неестественности и преувеличенія, опытный наблюдатель часто придетъ къ вѣрному заключенію. Особенно важно и характерно наблюдать испытуемаго въ обществѣ глухонѣмыхъ. Krugelstein говоритъ, что глухонѣмые нерѣдко испускаютъ характерные, рѣдкіе, неартикулированные звуки, симулянты же старательно остерегаются произносить какой-нибудь звукъ. Далѣе, онъ считаетъ характернымъ для симулянтовъ, что они большею частію открываютъ ротъ, показываютъ пальцами на языкъ и вмѣстѣ съ этимъ качаютъ головой, чтобы дать понять, что они не могутъ говорить, обнаруживая этимъ знаніе, что говорятъ языкомъ, что неизвѣстно глухонѣ-

мымъ отъ рожденья. Не опровергая правдивости нѣкоторыхъ соображеній автора, мы должны замѣтить, что многіе глухонѣмые при испытаніи также симулируютъ. Агровируя свое состояніе и они не произносятъ ни словъ, ни звуковъ, очевидно, изъ боязни, чтобы ихъ не сочли притворщиками. Глухонѣмые, если они въ тоже время не идіоты, также, какъ и всѣ люди знаютъ, что говорятъ языкомъ и что они лишены этой возможности, на что часто при первой же встрѣчѣ указываютъ наблюдающему врачу.

Къ объективнымъ и достовѣрнымъ способамъ относятъ изслѣдованіе камертонами. Мы съ этимъ не можемъ вполнѣ согласиться. Правда, при повторныхъ изслѣдованіяхъ испытуемаго, у котораго имѣются хотя незначительныя слуховыя ощущенія, можно удостовѣриться въ истинности его показаній (если онъ постоянно будетъ давать одинаковыя показанія), но въ противномъ случаѣ, при неправильности его показаній, или неточности ихъ, не имѣемъ права дѣлать категорическаго заключенія и считать его симулянтомъ. Erhard положительно заявляетъ, что если испытуемый не воспринимаетъ колебаній камертона, приставленнаго между зубами, или къ позвонкамъ, то его должно считать симулянтомъ, такъ какъ колебанія съ этихъ мѣстъ воспринимаются всякимъ. Это мнѣніе приводится Maschk'ою [1]) и многими другими, достойными вниманія авторами. Не менѣе настоятельно и горячо рекомендуетъ изслѣдованія камертонами Рихтеръ [2]). „Врачъ всегда поставленъ въ необходимость принимать во вниманіе субъективные симптомы при изслѣдованіи органовъ чувствъ и въ данномъ случаѣ изслѣдованіе камертонами считать однимъ изъ лучшихъ имѣющихся способовъ". Крамеръ [3]) совершенно отвергаетъ изслѣдованіе камертонами, какъ объективный діагностическій способъ, результаты такого изслѣдованія считаетъ сомнительными, а самый способъ вообще излишнимъ и непригоднымъ. При своихъ изслѣдованіяхъ, я многократно встрѣчалъ противорѣчія; не раздѣляя всецѣло взглядъ Крамера, я категорически долженъ сказать, что мнѣніе Erhard'a и Рихтера невѣрно и можетъ въ практикѣ вводить только въ заблужденіе. Невѣрность этого мнѣнія я обнаружилъ при изслѣдованіи многихъ воспитанниковъ школы для глухонѣмыхъ въ С.-Петер-

---

[1]) Gerichtliche medicin Bd. IV, 213.
[2]) Schmid's jahrbücher. Bd. LXXVII.
[3]) Beiträge zur Ohrenheilkunde. Berlin. 1875.

бургѣ и при изслѣдованіи 2-хъ учителей—глухонѣмыхъ отъ рожденья, съ полной потерей слуха, при чемъ эти изслѣдованія показали, что звуки камертоновъ съ указанныхъ Erhard'омъ мѣстъ не воспринимались, хотя мѣсто приложенія послѣднихъ испытуемыми-глухонѣмыми опредѣлялось точно. По нашему мнѣнію изслѣдованіе камертонами никогда не можетъ имѣть рѣшающаго значенія, но можетъ служить подтвержденіемъ, если мы при этомъ получимъ данныя, согласныя съ заранѣе сдѣланными предположеніями, если эти данныя при повторныхъ изслѣдованіяхъ носятъ характеръ постоянства и согласуются съ установленными понятіями о костной проводимости. Часто симулянты впадаютъ въ преувеличенія. Они по мѣткому выраженію Tardieu, или показываютъ много, или мало. Сказанное имъ по отношенію къ симуляціи помѣшательства остается вѣрнымъ и въ отношеніи симуляціи глухонѣмоты. Дѣйствительно, глухонѣмые воспринимаютъ сотрясеніе пола, производимое позади нихъ, напр., топаніемъ ноги, между тѣмъ, какъ притворщикъ утверждаетъ, что ничего не ощущаетъ при этомъ. Конечно, ловкій симулянтъ съумѣетъ держать себя соотвѣтственно. Болѣе вѣрнымъ способомъ, по мнѣнію всѣхъ авторитетовъ, для открытія симуляціи является старательное, неусыпное наблюденіе за испытуемымъ и во время бодрствованія и во снѣ; поимка его врасплохъ, разныя неожиданности, внезапныя впечатлѣнія, которымъ подвергаютъ испытуемаго, иногда приводятъ къ желаемому результату. Профессоръ Іенскаго Университета Кессель рекомендуетъ слѣдующій способъ для разоблаченія притворной глухонѣмоты. Испытуемаго помѣщаютъ въ отдѣльную наблюдательную комнату и пріучаютъ его получать ѣду въ одни и тѣ-же, строго опредѣленные часы. Однажды ему пищу въ обычный часъ не приносятъ и въ тоже время въ сосѣдней комнатѣ начинаютъ стучать ложками и вилками. Голодъ и психическое возбужденіе тогда мгновенно пересиливаютъ намѣреніе притворяться и притворщикъ самъ себя выдаетъ, невольно обращая вниманіе на шумъ. Нѣкоторые въ сомнительныхъ случаяхъ совѣтуютъ хлороформированіе. Mygind.[1]) говоритъ, что въ моментъ возбужденія, или пробужденія отъ наркоза легко могутъ быть обнаружены какъ слухъ, такъ и рѣчь. Всякій, хоть разъ присутствовавшій при хлороформированіи въ такихъ случаяхъ убѣдился, что это не такъ легко, часто напротивъ

[1]) Taubstummheit vom dr. Mygind. 1894.

при этомъ не выносятъ никакихъ результатовъ и очевидно совѣты авторовъ исходятъ изъ теоретическихъ соображеній и не имѣютъ практической основы. Не говоря уже о томъ, что мы подвергаемъ риску жизнь испытуемаго, на что не имѣемъ ни малѣйшаго нравственнаго права, мы обнаруживаемъ несостоятельность науки совершенно излишнимъ и ни къ чему не ведущимъ способомъ, да кромѣ того глухонѣмота можетъ встрѣтиться одновременно съ душевнымъ разстройствомъ. Если же мы припомнимъ уже раньше доказанное, что у большинства глухонѣмыхъ не существуетъ абсолютной глухоты, а остается та или другая степень слуха и превалирующее большинство способно произносить отдѣльныя слова, а также выговаривать даже обыденныя фразы, то если бы намъ и удалось при хлороформированіи услышать отдѣльныя слова, то этимъ нисколько не подвинемся впередъ въ разрѣшеніи интересующаго насъ вопроса. Поэтому этотъ способъ, какъ небезопасный и мало пригодный при изслѣдованіи притворной глухонѣмоты, мы считаемъ совершенно не заслуживающимъ вниманія. Самый вѣрный способъ, по мнѣнію нѣкоторыхъ авторовъ, остается разборъ всей предшествовавшей жизни испытуемаго. Но однако не всегда представляется возможность добыть эти данныя, а часто получаемыя данныя бываютъ не вѣрны, а иногда совершенно неправильны, ложны, вымышлены. Всякій, кто собираетъ свѣдѣнія на мѣстѣ родины относительно субъектовъ, принятыхъ на военную службу и присланныхъ присутствіемъ на испытаніе (новобранцевъ), легко можетъ въ томъ убѣдиться. За 8 лѣтъ нашей практики, мы на 2-хъ случаяхъ могли подтвердить сказанное. Изобличенные въ притворствѣ и переставшіе притворяться были представлены въ комиссію врачей и приняты на службу;—чрезъ нѣкоторое время были получены свѣдѣнія, что оба эти субъекта глухонѣмые отъ рожденья. У этихъ лицъ не наблюдалось ни замѣтнаго ослабленія слуха, ни нарушенія рѣчи.

Кромѣ того мы могли бы представить нѣсколько случаевъ, гдѣ только наблюдалось въ той, или другой степени недоразвитіе рѣчи, а съ родины получались свѣдѣнія, что эти субъекты глухонѣмые. Поэтому вѣрнымъ этотъ способъ можно считать лишь тогда, когда мы увѣрены въ точности сообщаемыхъ фактовъ. Въ клиническомъ судебно-медицинскомъ отдѣленіи госпиталя всегда считалось необходимымъ собирать эти свѣдѣнія, но я отношусь къ нимъ cum grano salis.

Они для меня являются цѣннымъ дополненіемъ уже составленнаго и опредѣленнаго мнѣнія объ испытуемомъ. Оканчивая разборъ признаковъ глухонѣмоты и способовъ изслѣдованія ея въ случаѣ притворства мы, къ сожалѣнію, должны сказать „multum, sed non multa“. Такимъ образомъ мы видимъ, что при изслѣдованіи глухонѣмыхъ мы не имѣемъ ни одного вѣрнаго объективнаго признака, который давалъ бы намъ возможность оріентироваться при нашихъ заключеніяхъ относительно испытуемыхъ. Продолжительныя наблюденія, соединяясь съ напрасной тратой времени, съ непроизводительными расходами и лишеніемъ свободы, зачастую не ведутъ къ положительнымъ результатамъ. Распознаваніе симуляціи, особенно у необученныхъ глухонѣмыхъ, многими авторитетами часто признается невозможнымъ. Впродолженіи 8-ми лѣтъ подъ моимъ наблюденіемъ было болѣе ста человѣкъ, испытуемыхъ въ глухонѣмотѣ, относительно которыхъ приходилось давать заключенія. Изъ этого числа болѣе 10% оказалось симулянтовъ (12 человѣкъ).

Перехожу къ собственнымъ изслѣдованіямъ и результатамъ наблюденій глухонѣмыхъ почти за 8 лѣтъ моей ассистентуры при клиническомъ Судебно-Медицинскомъ отдѣленіи Кіевскаго военнаго госпиталя. При первыхъ же моихъ изслѣдованіяхъ глухонѣмыхъ я замѣтилъ, что болевая чувствительность кожи, или правильнѣе, болевыя ощущенія кожи у нихъ представляются уклоняющимися отъ обычнаго распредѣленія послѣдней у другихъ людей. Это обстоятельство невольно остановило мое вниманіе, такъ какъ эти ощущенія являлись пониженными, а иногда даже представляли полную аналгезію въ тѣхъ областяхъ, гдѣ у другихъ людей обыкновенно болевыя ощущенія съ этихъ отдѣловъ выше, тоньше.

При дальнѣйшихъ изслѣдованіяхъ, въ громадномъ большинствѣ случаевъ я находилъ рѣзкое ослабленіе болевой чувствительности кожи на лицѣ, на верхней части туловища и на верхнихъ конечностяхъ.

При этомъ, за-немногими исключеніями, совершенно ясно констатировались точные предѣлы—можно провести линію, выше которой ослабленіе кожной болевой чувствительности, или очень часто полная аналгезія, а ниже чувствительность, не представляющая измѣненій. Эти особенности я демонстрировалъ гг. студентамъ высшаго курса медицинскаго факультета во время клиническихъ занятій и неоднократно они были провѣрены высокоуважаемымъ профессоромъ Н. А. Оболонскимъ.

Указанная линія проходитъ впереди—отъ мечевиднаго отростка грудины, спускаясь тотчасъ ниже реберъ и продолжаясь назадъ, располагается подъ лопатками.

Выше этой линіи аналгезія, ниже нормальная чувствительность. Въ первые шесть лѣтъ изслѣдованія производились при помощи булавки и электрическаго тока. О болевыхъ впечатлѣніяхъ, о степени ихъ интензивности заключенія дѣлались на основаніи мимики, соотвѣтствующихъ движеній, а также принимая во вниманіе состояніе зрачковъ.

Придавая большое значеніе субъективнымъ симптомамъ и считая необходимымъ принимать во вниманіе субъективныя ощущенія при изслѣдованіи органовъ чувствъ, я, по возможности, пользовался и заявленіями (отвѣтами) испытуемыхъ, которые они выражали посредствомъ жестовъ и знаковъ. Съ цѣлью расширить кругъ своихъ наблюденій надъ болѣе разнообразнымъ матеріаломъ я, по совѣту глубокоуважаемаго профессора Н. А. Оболонскаго, въ 1895 году для провѣрки подмѣченнаго мною явленія отправился въ С.-Петербургъ въ заведеніе для глухонѣмыхъ, гдѣ произвелъ изслѣдованіе 100 человѣкъ глухонѣмыхъ дѣтей, при чемъ изслѣдованные мною субъекты были разныхъ возрастовъ, разной степени развитія и образованія—школьнаго—систематическаго. Нѣкоторые изъ нихъ пользовались звуковой рѣчью, могли отчетливо и ясно давать отвѣты о своихъ впечатлѣніяхъ и ощущеніяхъ при изслѣдованіи, какъ и обыкновенные люди.

Симптомъ ослабленія болевой чувствительности кожи въ указанныхъ раньше мѣстахъ (на лицѣ, верхней части туловища и на рукахъ) былъ найденъ мною въ 80 случаяхъ, съ такою рѣзкостью, что положительно можно говорить о полной аналгезіи въ этихъ отдѣлахъ; съ меньшей демонстративностью тѣже явленія наблюдались и въ остальныхъ случаяхъ.

Примѣчаніе.

1) Въ настоящемъ изложеніи я буду говорить только о болевыхъ впечатлѣніяхъ, оставивъ въ сторонѣ электрокожную чувствительность.

2) Раньше изслѣдованія производились надъ субъектами необразованными въ возрастѣ 21—22 лѣтъ.

3) Въ числѣ изслѣдованныхъ мною 100 человѣкъ въ С.-Петербургѣ было нѣсколько субъектовъ женскаго пола.

Послѣднія изслѣдованія были произведены приборомъ д-ра Кульбина, названнаго имъ измѣрителемъ чувствительности покрововъ тѣла при механическихъ раздраженіяхъ (механоэстезіометръ). Помощью этого прибора были произведены всѣ изслѣдованія въ заведеніи для глухонѣмыхъ, а также и дальнѣйшія изслѣдованія въ клиническомъ отдѣленіи госпиталя.

Для большей наглядности я излагаю результаты своихъ изслѣдованій въ двухъ нижеслѣдующихъ таблицахъ, изъ которыхъ первая относится къ чувствительности здоровыхъ людей, а вторая къ чувствительности глухонѣмыхъ. Я только для сравненія приведу среднія минимальныя цифры кожной чувствительности, вычисленныя мною у 20 человѣкъ здоровыхъ людей и крайнія цифры минимальныя и максимальныя, полученныя при изслѣдованіи глухонѣмыхъ.

Чувствительность покрововъ тѣла у 20 здоровыхъ лицъ по механоэстезіометру д-ра Кульбина, гдѣ за единицу принята $^1/_{100}$ mil. Изъ числа 20—10 человѣкъ было студентовъ 5-го курса отъ 24—27 лѣтъ; два фельдшера 22 и 23 лѣтъ и 8 человѣкъ служителей отъ 22—25 лѣтъ. Цифры взяты среднія и притомъ всетаки двойныя, такъ какъ наблюдались замѣтныя колебанія, что, разумѣется, зависѣло отъ многочисленныхъ причинъ, изъ которыхъ главными были—неодинаковое вниманіе и различная степень интеллекта.

Примѣчанія.

1) При своихъ изслѣдованіяхъ я употреблялъ приборъ Кульбина безъ электрическаго двигателя.

2) Въ концѣ моей монографіи будутъ приведены данныя о состояніи болевой чувствительности кожи у 100 человѣкъ глухонѣмыхъ, съ приложеніемъ особенностей, которыя мною были замѣчены при ихъ изслѣдованіи въ другихъ отношеніяхъ.

Чувствительность покрововъ тѣла у здоровыхъ людей

	Наименованіе изслѣдованныхъ частей.	Чувство боли.	
		правая сторона.	лѣвая сторона.
1	Лобъ	40 — 45	45 — 50
2	Щеки	110 - 115	115 — 120
3	Область грудн. мыш.	90 — 100	100 - 100
4	Плечо спереди	120 — 130	130 - 130
5	Плечо сзади	135 — 140	135 — 140
6	Предплечіе спереди	95 — 105	100 - 105
7	Предплечіе сзади	110 - 120	110 — 120
8	Лучезапястное сочлененіе	45 — 50	45 — 50
9	Пястье - ладонная поверхн.	60 — 65	65 — 65
10	Пястье — тыльная поверхн . . .	55 — 60	55 — 60
11	Шея	110 — 135	110 — 135
12	Лопаточная область	100 — 120	110 — 125
1	Спина ниже лопатокъ	130 — 145	135 - 145
2	Поясница	115 — 135	115 - 135
3	Ягодицы (reg. glutea)	160 — 175	160 — 175
4	Передня поверхн. бедра	140 — 155	140 — 155
5	Внутренняя поверхн. бедра	125 — 140	130 — 145
6	Наружная поверхн. бедра	150 - 165	155 — 170
7	Задняя поверхн. бедра	145 — 165	145 — 165
8	Голень	100 - 130	100 — 130
9	Тылъ стопы	105 — 110	105 — 110
10	Подошв. ст. стопы	165 — 175	165 — 175

Чувствительность покрововъ тѣла у глухонѣмыхъ.

	Наименованіе изслѣдованныхъ частей.	Чувство боли. Съ той и другой стороны.	
1	Лобъ	100—150	400
2	Щеки	300	400
3	Область грудной мышицы	150—200	300—400
4	Плечо спереди	200	400
5	„ сзади	250	400
6	Предплечіе спереди	150	400
7	„ сзади	200	400
8	Лучезапястное сочлен.	100	400
9	Пястье—ладонная поверхн.	150	400
10	„ тыльная поверхн.	140	400
11	Шея	260	400
12	Лопаточная область	170	400
1	Спина ниже лопатокъ		
2	Поясница		
3	Ягодицы		
4	Передня поверхн. бедра		
5	Внутрен. поверхн. бедра		
6	Наружная поверхн. бедра		
7	Задняя поверхн. бедра		
8	Голень		
9	Тыльн. поверхн стопы		
10	Подошвен. ст. стопы		

Въ этихъ мѣстахъ болевая чувствительность кожи въ предѣлахъ тѣхъ же цифръ, какъ и у обыкновенныхъ людей, съ тѣми же незначительными колебаніями, какія встрѣчаются у послѣднихъ.

Чтобы еще нагляднѣе показать, насколько болевая чувствительность кожи у глухонѣмыхъ, на извѣстныхъ опредѣленныхъ мною мѣстахъ, отклоняется отъ нормы, я приведу отношеніе между цифрами, выражающими болевую чувствительность кожи у здоровыхъ людей и глухонѣмыхъ на идентичныхъ поверхностяхъ тѣла.

Для этой цѣли я буду умножать цифру, опредѣляющую болевую чувствительность кожи у здороваго человѣка на 100 и дѣлить на цифру, выражающую состояніе болевой чувствительности кожи у глухонѣмаго субъекта.

Такимъ образомъ будетъ опредѣлено, во сколько разъ кожныя болевыя ощущенія ниже у глухонѣмыхъ по сравненію съ обыкновенными людьми.

Для упрощенія я буду брать только отношенія между крайними цифрами, выражающими наименьшее и наибольшее отклоненіе.

Наименованіе изслѣдованныхъ частей.	Цифровыя величины, выражающія болевую чувствительность кожи у здоровыхъ людей.	Цифровыя данныя, выражающія состояіе болевой чувствит. кожи у глухонѣмыхъ.	Цифры, показывающія, во сколько разъ болевая чувствительность кожи понижена у глухонѣмыхъ.
Лобъ	40— 50	100—400	2,50- 10,00
Щеки	110—120	300—400	3,66— 3,33
Обл. грудн. мыш. . .	90—100	150—400	1,66— 4,00
Плечо спереди	120—130	200—400	1,66— 2,85
Плечо сзади . . .	135—140	250 400	1,85— 2,85
Предплечіе спереди .	95 - 105	150—400	1,57— 3,80
Предплечіе сзади	110—120	200—400	1,81— 2,00
Лучезапястн. сочлен. .	45— 50	160 -400	3,55— 8,00
Пястное—ладон. пов. .	60— 65	150—400	2,50— 6,15
Пястное—тыльн пов.	55— 60	140—400	2,54— 6,66
Шея спереди и сзади .	110—135	260—400	2,60— 2,96
Лопаточная область	100—125	170—400	1,70— 3,20

Изъ этой таблицы видно, что болевая чувствительность кожи у глухонѣмыхъ болѣе всего ослаблена на лицѣ; второе мѣсто занимаютъ верхнія конечности и, наконецъ, менѣе ослабленной представляется на верхней части туловища.

Нерѣдко въ указанныхъ мною мѣстахъ — на лицѣ, верхней части туловища и на верхнихъ конечностяхъ ощущенія боли у глухонѣмыхъ не получаются при полномъ выдвиганіи иголки въ приборѣ Кульбина, между тѣмъ какъ въ остальныхъ мѣстахъ болевыя ощущенія появлялись при цифрахъ, выражающихъ обыкновенно нормальную болевую чувствительность у здоровыхъ людей на соотвѣтствующихъ мѣстахъ, что и выражалось болевыми мимическими сокращеніями лицевыхъ мышцъ, инстинктивнымъ отклоненіемъ и удаленіемъ туловища и вздрагиваніемъ отдѣльныхъ членовъ, при нанесеніи уколовъ, расширеніемъ зрачка и субъективнымъ заявленіемъ о воспринятыхъ болевыхъ впечатлѣніяхъ, выражаемыхъ мимической рѣчью, а въ нѣкоторыхъ случаяхъ обыкновенной звуковой.

Въ концѣ января 1896 года я демонстрировалъ 3-хъ глухонѣмыхъ новобранцевъ въ медицинскомъ совѣщаніи Кіевскаго военнаго госпиталя.

Во всѣхъ 3-хъ случаяхъ было рѣзкое ослабленіе чувствительности, доходившей до полной аналгезіи, въ указанныхъ мною границахъ, при сохранности послѣдней въ остальныхъ мѣстахъ.

Состояніе болевой чувствительности кожи играетъ огромную роль, какъ съ физіологической точки зрѣнія, такъ и съ клинической.

Возможность точно изслѣдовать послѣднюю, является фактомъ несомнѣнной важности. Опредѣленіе болевой чувствительности кожи представляется важнѣе всѣхъ остальныхъ спеціальныхъ видовъ кожной чувствительности и ея изслѣдованіе не можетъ быть замѣнено изслѣдованіемъ другихъ видовъ чувствительности. Всякое уклоненіе въ состояніи болевой чувствительности кожи въ ту, или другую сторону важно не только для распознаванія болѣзненнаго процесса, но даетъ возможность слѣдить за ходомъ самой болѣзни.

Существовавшіе до настоящаго времени способы изслѣдованія слишкомъ грубы и мало могли отвѣчать цѣлямъ клинициста. Изслѣдованіе иголкой представляется слишкомъ неопредѣленнымъ.

До сихъ поръ не опредѣлена толщина иголки, не опредѣлено также, слѣдуетъ ли её вкалывать глубоко, или поверхностно, медленно или быстро и т. д.

О чемъ нибудь опредѣленномъ не могло быть и рѣчи. Всѣ данныя при изслѣдованіи обыкновенно отмѣчались выраженіями: повышеніе, пониженіе или нормальное состояніе болевыхъ ощущеній. Сравненіе почти невозможно и находилось въ полной зависимости отъ

изслѣдователя, отъ его субъективныхъ впечатлѣній. При такихъ условіяхъ только крайніе случаи могли стоять внѣ сомнѣнія, безчисленныя же переходныя ступени или ускользали отъ вниманія, или же имъ не придавалось значенія въ силу незначительности, нерѣзкости измѣненій. Въ 1894 году, для измѣренія болевой чувствительности кожи почти одновременно было предложено три прибора: 1) альгезіометръ профессора Мочутковскаго [1]), прибора д-ра Чигаева [2]) и механо-эстезіометръ д-ра Кульбина [3]). Слѣдуетъ замѣтить, что и въ настоящее время, пользуясь этими приборами ни физіологъ, ни клиницистъ не можетъ вполнѣ удовлетворить всѣмъ научнымъ требованіямъ, но благодаря имъ несомнѣнно явилась возможность болѣе точно, а главное объективно производить изслѣдованія и дѣлать болѣе правильные выводы и заключенія.

При помощи этихъ приборовъ мы въ состояніи выражать въ цифровыхъ данныхъ состоянія болевой чувствительности кожи у здоровыхъ людей и опредѣлять, такимъ образомъ, положительныя (безотносительныя) величины послѣдней въ различныхъ областяхъ тѣла.

Слѣдовательно, является полная возможность, на основаніи цифровыхъ данныхъ, судить даже о малѣйшихъ измѣненіяхъ, при уклоненіяхъ отъ установленной нормы въ ту или другую сторону—можно опредѣлять даже легкія степени гипералгезіи, или аналгезіи.

Благодаря простому прибору д-ра Кульбина раздраженіе наносится при одинаковомъ надавливаніи на иголку; иголка можетъ выдвигаться на различную глубину, помощью его представляется возможность опредѣлять силу раздраженія, что несомнѣнно, является важнымъ обстоятельствомъ, такъ какъ сила болеваго ощущенія возрастетъ съ силой болеваго раздраженія, слѣдовательно, является возможность установить отношеніе интензивности болеваго ощущенія къ силѣ болеваго раздраженія.

Въ различные періоды опыта мы имѣемъ возможность наносить раздраженія одинаковой силы и такимъ образомъ въ цифровыхъ данныхъ варажать болевыя ощущенія въ различныхъ областяхъ тѣла.

При раздраженіи кожи иглой, при помощи прибора Кульбина, возникаетъ три главныхъ ощущенія: 1) ощущеніе прикосновенія,

---

[1]) „Врачъ“, 1894 г., № 37.
[2]) „Врачъ“, 1894 г., № 44.
[3]) „Врачъ“, 1894 г., № 47.

2) ощущеніе неболѣзненнаго укола и 3) ощущеніе боли. Появленіе и большая, или меньшая интензивность каждаго изъ этихъ ощущеній находится въ строгой зависимости отъ глубины укола. Въ большинствѣ участковъ кожи, какъ чувство прикосновенія, такъ и чувство укола и чувство боли имѣютъ нѣсколько степеней интензивности. На болѣе чувствительныхъ къ механическимъ раздраженіямъ участкахъ кожи, какъ напр. на лбу, число степеней прикосновенія меньше, ощущеніе укола появляется быстрѣе.

Только при очень внимательномъ изслѣдованіи можно прослѣдить всѣ эти степени интензивности ощущеній.

Есть точки, на поверхности тѣла, гдѣ трудно уловить чувство прикосновенія, такъ напр. въ области луче-запястнаго сочлененія уже 5—6 сотыхъ mil. даютъ ощущеніе укола и довольно быстро переходятъ въ чувство боли, вызывая рѣзкую боль при 40—50 сотыхъ mil. Такія точки находятся и надъ n. Supraorbitalis.

Съ другой стороны есть области, гдѣ при слабомъ развитіи чувствительности, чувство прикосновенія выражено сильно, напр. ладонная поверхность послѣднихъ фалангъ пальцевъ. Измѣненіе чувствительности къ прикосновенію можетъ происходить независимо отъ болевой чувствительности. Мы выбрали при изслѣдованіи кожной чувствительности у глухонѣмыхъ только опредѣленіе болевой чувствительности кожи во 1-хъ потому, что наши наблюденія начались въ то время, когда еще, за неимѣніемъ соотвѣтствующихъ приборовъ, не было возможности остановиться на болѣе подробномъ изслѣдованіи, а кромѣ того это потребовало-бы большой затраты времени. Невольно являющіеся пробѣлы въ этомъ отношеніи мы постараемся пополнить въ будущемъ.

Сколько мнѣ извѣстно нигдѣ ни въ старой, ни въ новой медицинской литературѣ не упоминается объ изслѣдованіи болевой чувствительности кожи у глухонѣмыхъ.

При помощи прибора Кульбина я, съ возможной точностью, производилъ изслѣдованія глухонѣмыхъ, предварительно получивъ среднія цифры у 20 человѣкъ здоровыхъ людей и, приступивъ къ сравненію полученныхъ цифровыхъ данныхъ, пришелъ къ несомнѣнному заключенію, что у глухонѣмыхъ болевая чувствительность кожи понижена, но при этомъ только въ опредѣленныхъ, раньше указанныхъ областяхъ тѣла, при этомъ являлась возможность доказать это не только въ рѣзкихъ случаяхъ, гдѣ дѣло шло почти о полномъ ея

отсутствіи, но и въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ она представляетъ лишь болѣе или менѣе значительныя отклоненія отъ среднихъ нормальныхъ цифръ, выведенныхъ путемъ повторныхъ вычисленій у здоровыхъ людей.

Сравнивая среднія числа у глухонѣмыхъ съ средними числами физіологическаго болеваго ощущенія, становится замѣтнымъ рѣзкое уклоненіе отъ нормы, особенно въ виду того, что у глухонѣмыхъ преимущественно тѣ мѣста организма обнаруживаютъ ослабленную реакцію на болевыя ощущенія, которыя у обыкновенныхъ людей обнаруживаютъ наибольшую интензивность (лобъ и другія части лица). Правда, что эти уклоненія въ нѣкоторыхъ случаяхъ не представляются рѣзкими, но въ связи съ топографическими особенностями въ распредѣленіи кожныхъ болевыхъ ощущеній у здороваго человѣка они также не оставляютъ сомнѣнія, что болевая чувствительность кожи у глухонѣмыхъ представляетъ свои постоянныя особенности.

Аномаліи кожныхъ чувствъ играютъ серьезную роль въ душевной жизни человѣка. Не менѣе важное значеніе этихъ аномалій, если даже не гораздо бо́льшее и въ практическомъ отношеніи—въ діагностическомъ, прогностическомъ и терапевтическомъ.

По колебаніямъ кожныхъ чувствъ мы можемъ судить о состояніи болѣзни, объ ея исходѣ.

Находимыя данныя при изслѣдованіи состоянія кожныхъ чувствъ служатъ, какъ діагностическимъ средствомъ для опредѣленія болѣзненнаго состоянія, такъ и для отличія одной болѣзни отъ другой. Говоря о кожной чувствительности въ діагностическомъ отношеніи невольно является вопросъ: не можетъ ли она служить пособіемъ для отличія дѣйствительнаго болѣзненнаго состоянія отъ симуляціи?

Для насъ указанныя аномаліи болевой чувствительности кожи имѣютъ несомнѣнное положительное значеніе, когда это явленіе—отсутствіе, или ослабленіе въ той, или другой степени болевыхъ ощущеній кожи находится въ полной гармоніи съ данными изслѣдованія въ другихъ отношеніяхъ. Симулирующій при данномъ изслѣдованіи лишенъ контроля и возможности слѣдить за производствомъ изслѣдованія, онъ не можетъ подготовиться и принять мѣръ: колющаго инструмента онъ не видитъ, впечатлѣніе онъ получаетъ внезапно и при томъ мы наносимъ раздраженіе съ желаемой необходимой силой. Ввесть въ обманъ при этихъ условіяхъ не можетъ самый опытный и искусный притворщикъ.

Такимъ образомъ, на основаніи характерной, исключительной топоэстезіи болевой чувствительности кожи у глухонѣмыхъ, имѣется возможность убѣдиться въ дѣйствительности существующаго процесса.

Еще Михеа [1]) придавалъ изслѣдованію болевой чувствительности кожи серьезное значеніе и считалъ однимъ изъ важныхъ симптомовъ въ судебно-медицинскомъ отношеніи.

Смолеръ [2]) аналгезію и пониженіе болевой чувствительности кожи во всѣхъ заболѣваніяхъ считаетъ важнымъ явленіемъ.

Штейнбергъ [3]), Маудсли [4]), Крафтъ Эбингъ и Ломброзо придаютъ огромное значеніе даже незначительнымъ измѣненіямъ въ состояніи болевой чувствительности кожи, которыя приходится обнаруживать при изслѣдованіи больныхъ.

Доказанныя мною аномаліи болевой чувствительности кожи у глухонѣмыхъ—явленіе болѣе или менѣе постоянное, варіируетъ только въ своей силѣ и интензивности. Наличность такого явленія, особенно выраженнаго въ рѣзкой степени будетъ убѣдительна не только для спеціалиста—врача, но явится неоспоримымъ доказательствомъ экспертизы въ судахъ и другихъ правительственныхъ учрежденіяхъ.

Если эта особенность болевой чувствительности кожи выражена не рѣзко, что встрѣчается сравнительно рѣдко (при нашихъ изслѣдованіяхъ мы находили не болѣе 15—20 случаевъ на 100), то она не можетъ претендовать на полную неоспоримость, по крайней мѣрѣ, ею, какъ единственнымъ признакомъ, нельзя воспользоваться при экспертизѣ.

Если при изслѣдованіи будутъ обнаружены другія данныя, допускающія возможность предполагать глухонѣмоту, но сами по себѣ недостаточныя, или даже вызывающія сомнѣніе у эксперта (напр. незначительныя измѣненія въ ушахъ, разстройства въ равновѣсіи тѣла), то найденная особенность въ состояніи болевой чувствительности кожи, будучи опредѣлена въ незначительной степени, должна привести къ убѣжденію, что изслѣдуемый страдаетъ глухонѣмотою.

Съ цѣлью рѣшить или сдѣлать болѣе или менѣе вѣроятное предположеніе для объясненія найденной нами аномаліи болевой чувстви-

---

[1]) Michea l'Union medicinal 1852.

[2]) Смолеръ. Die cutane Analgesie, Viertaljahrsschrift f. d. practisch. Heilkunde. 1865 г.

[3]) Суд. казуистика. Архивъ Суд. Медиц. 1871 г. Іюнь.

[4]) Физіологія и патологія души.

тельности кожи у глухонѣмыхъ, я занялся изслѣдованіемъ психо-физической реакціи на болевыя раздраженія. Не смотря на то, что какъ это будетъ видно дальше, я получилъ положительные результаты, однако въ виду малочисленности произведенныхъ мною въ этомъ направленіи изслѣдованій, я только позволю себѣ сдѣлать предположенія и для окончательнаго рѣшенія этого крайне интереснаго вопроса, я постараюсь въ будущемъ произвести большее число опытовъ и наблюденій.

Извѣстно, что анестезія и гиперестезія можетъ быть 3-хъ родовъ—онѣ могутъ быть периферическими, межцентральными и центральными.

Рядомъ съ аномаліями болевой чувствительности кожи на периферіи тѣла всегда, или почти всегда встрѣчаются и разстройства другихъ видовъ кожныхъ ощущеній, а также замѣчаются другія явленія, которыя гармонируютъ съ кожно-чувствительными аномаліями напр. разстройство вазомоторовъ, дающее то блѣдность, ціанозъ, влажность, то сухость и жесткость кожныхъ покрововъ и т. д. Отсутствіе комбинаціи въ разстройствѣ кожныхъ ощущеній и отсутствіе связи периферической аномаліи болевой чувствительности кожи съ нарушеніемъ кровообращенія въ указанныхъ мѣстахъ, дѣлаетъ невѣроятнымъ предположеніе о периферическомъ происхожденіи указанной аномаліи у глухонѣмыхъ. Также эта аномалія не можетъ быть объяснена какими бы то ни было измѣненіями въ проводникахъ, потому что не наблюдается никакихъ разстройствъ со стороны спиннаго мозга у глухонѣмыхъ и, такимъ образомъ, послѣдняя стоитъ въ зависимости отъ затрудненія и задержки въ быстротѣ воспріятія, что исключительно можетъ быть сведено только на замедленную дѣятельность центровъ.

При помощи психо-физической реакціи я опредѣлилъ время простой реакціи на болевыя раздраженія у глухонѣмыхъ. Постановка опыта заключалась въ слѣдующемъ: въ цѣпь вводится 1) хроноскопъ Нірра, 2) приборъ Кульбина съ электрическимъ двигателемъ, 3) телеграфный ключъ, 4) гальванометръ, 5) элементъ (Грене—одинъ или 2) и 6) реостатъ (безъ послѣдняго часто можно обойтись). Изслѣдуемый кладетъ руку, или соотвѣтствующую часть тѣла подъ приборъ д-ра Кульбина, который можно устанавливать въ различныхъ положеніяхъ, а другую руку на телеграфный ключъ.

1) Хроноскопъ Нірра записываетъ время.

2) Приборъ Кульбина наноситъ болевое раздраженіе.

3) Телеграфный ключъ регистрируетъ воспріятіе болевыхъ ощущеній.

Изслѣдуемый нажимаетъ на телеграфный ключъ. Цѣпь остается разомкнутой въ приборѣ Кульбина; часовой механизмъ аппарата Нірра приводится въ движеніе. Электро-магнитная пластинка въ приборѣ Кульбина поднимается вверхъ, при чемъ иголка, укрѣпленная по срединѣ пластинки, скрыта въ барабанчикѣ. Какъ только часовой механизмъ приведенъ въ движеніе и замѣчено время, пластинка опускается, выдвигается игла на заранѣе опредѣленную величину, наносится раздраженіе на изслѣдуемую часть тѣла. Въ моментъ прикосновенія иглы къ тѣлу изслѣдуемаго—токъ замыкается въ цѣпи и стрѣлки часоваго механизма находятся въ движеніи. Какъ только изслѣдуемый почувствуетъ болевое раздраженіе, онъ тотчасъ размыкаетъ цѣпь, отнимая палецъ руки отъ пуговки телеграфнаго ключа; въ это же самое время останавливаются стрѣлки хроноскопа. Слѣдовательно, часовой механизмъ Нірр'овскаго аппарата укажетъ продолжительность всей реакціи.

При этихъ опытахъ, разумѣется, раньше выяснялось изслѣдуемому глухонѣмому чрезъ воспитателя глухонѣмыхъ о всѣхъ манипуляціяхъ опыта.

Вниманіе изслѣдуемаго не утомлялось, давались промежутки для отдыха, т. к. въ виду большаго количества опредѣленій опытъ надъ однимъ субъектомъ производился съ 10 часовъ утра до 2-хъ часовъ по-полудни.

Опредѣленій производилось отъ 30—50 въ одной и той же области, а въ нѣкоторыхъ мѣстахъ и больше (на стопѣ съ той и другой стороны по 40, на лицѣ по 60 съ той и другой стороны).

Такъ какъ чувствительность, вообще, неодинакова на различныхъ мѣстахъ, то заранѣе точно опредѣлялось приборомъ Кульбина болевое (впечатлѣніе) ощущеніе съ тѣхъ мѣстъ, которыя изслѣдовались при помощи психо-физической реакціи.

Я приведу здѣсь случай, который былъ мною изслѣдованъ въ клиникѣ профессора Бехтерева, совмѣстно съ его ассистентомъ д-ромъ Останковымъ.

Чувствительность покровъ тѣла у мальчика 11 лѣтъ—глухонѣмаго отъ рожденія по механо-эстезіометру д-ра Кульбина.

Лицо: Лобъ 1,50, щеки 2,10.

Грудь 1,90 средняя цифра; въ области большой грудной мышцы 1,85.

Животъ 0,90.

Лопаточная область 1,90.

Подлопаточная область—поясница 1,30.

Область плеча спереди 1,80; обл. плеча сзади 2,00.

Область предплечія спереди 1,80 — сзади 1,90.

Бедро спереди 1,40 — сзади 1,50.

Голень спереди 1,10.

Тылъ кисти 1,10. Ладонь кисти 1,30.

Стопа 1,05 (тыльная сторона) Стопа (подошв. стор.) = 1,70.

Цифры взяты такъ, что получалось лишь первое, выраженное ощущеніе боли, но не насилось рѣзкаго болеваго раздраженія.

Результаты психо-физической реакціи я привожу въ цифрахъ среднихъ, выведенныхъ изъ цѣлаго ряда опредѣленій, при чемъ беру цѣлыя цифры, которыя указываютъ тысячныя доли секунды. (б=0,001).

Лицо—Лобъ—375; щека 377.

Грудь 249.

Животъ 340.

Лопаточная область 351.

Подлопаточная область и поясница 440—450.

Область плеча спереди 350 — сзади 445.

Область предплечія спереди 450 — 506.

Бедро спереди 344 — сзади 358.

Голень спереди 364.

Тылъ кисти 405, Лад. ст. кисти 350.

Стопа (тыльная сторона) 372.

Стопа (подошвенная сторона) = 378.

Такимъ образомъ изъ этихъ таблицъ видно, что воспріятіе болевыхъ впечатлѣній или время простой реакціи на болевое раздраженіе на лицѣ, на верхней части туловища и на рукахъ представляется замедленнымъ, болѣе продолжительнымъ, чѣмъ на остальныхъ мѣстахъ.

Слѣдовательно, при помощи психо-физической реакціи намъ удалось установить фактъ, что съ мѣстъ указаннаго нами раньше

ослабленія, или же иногда полнаго отсутствія болевыхъ впечатлѣній, значительно замедлено воспріятіе болевыхъ ощущеній.

Къ очень важнымъ даннымъ, при изслѣдованіи нервной системы глухонѣмыхъ, я отношу разстройства въ равновѣсіи тѣла. Во всѣхъ, безъ исключенія, случаяхъ мною замѣчена неустойчивость въ равновѣсіи тѣла глухонѣмыхъ. Степень послѣдней не у всѣхъ одинаково выражена: у однихъ наблюдалась невозможность стоять на одной ногѣ при закрытыхъ глазахъ, у другихъ—невозможность сохранять равновѣсіе тѣла на обоихъ ногахъ, при исключеніи контроля глазъ и, наконецъ, у третьихъ невозможность стоять на одной ногѣ при открытыхъ глазахъ. При такихъ опытахъ появляется колебанія туловища въ сторону и затѣмъ слѣдуетъ паденіе, при чемъ во многихъ случаяхъ появляется головокруженіе. Въ одинаково рѣзкой степени этотъ симптомъ мнѣ приходилось наблюдать, какъ у взрослыхъ глухонѣмыхъ, такъ и въ дѣтскомъ возрастѣ. Постоянство этого явленія у глухонѣмыхъ совершенно понятно и легко объясняется. На основаніи паталого-анатомическихъ измѣненій въ приведенныхъ мною случаяхъ вскрытія глухонѣмыхъ, я съ полной вѣроятностью пришелъ къ заключенію, что глухонѣмота почти всегда зависитъ отъ страданія лабиринта, пораженнаго первично, или послѣдовательно. При страданіи же лабиринта въ той, или другой степени принимаютъ участіе полукружные каналы. Слѣдовательно, заболѣваніе послѣднихъ у глухонѣмыхъ должно считать явленіемъ постояннымъ. Паталого-анатомическія и клиническія наблюденія вообще несомнѣнно доказываютъ значеніе полукружныхъ каналовъ въ вопросѣ о функціи послѣднихъ въ сохраненіи равновѣсія тѣла. Для равновѣсія тѣла, какъ извѣстно, служатъ нѣсколько спеціально приспособленныхъ периферическихъ органовъ, въ числѣ которыхъ различаются: черепные органы—а) полукружные каналы перепончатаго лабиринта, б) область воронкообразной части 3-го желудочка и внѣчерепные органы, къ которымъ относятся нервные аппараты, заложенные въ кожѣ и мышцахъ. Всѣ периферическіе органы равновѣсія служатъ приводами одного и того же центральнаго механизма, заложеннаго въ мозжечкѣ. Всѣ периферическіе органы равновѣсія, служа приводами одного и того же центральнаго механизма, въ нормальномъ состояніи обычно функціонируютъ совмѣстно другъ съ другомъ, вызывая импульсы, результатомъ которыхъ является поддержаніе и исправленіе наружнаго равновѣсія.

Вслѣдствіе наступающихъ заболѣваній или разрушеній того или другаго изъ органовъ равновѣсія, какъ это экспериментально доказалъ профессоръ В. М. Бехтеревъ [1]), является дисгармонія въ импульсахъ, получаемыхъ мозжечкомъ отъ всѣхъ вообще периферическихъ органовъ той и другой стороны и наступаютъ двигательныя разстройства.

При изслѣдованіи и наблюденіи глухонѣмыхъ въ отдѣленіи госпиталя, я замѣтилъ у нихъ чрезвычайно постоянную особенность. Я наблюдалъ у нихъ рѣзкія, не соотвѣтствующія возрасту морщины на лбу. Это было замѣчено у глухонѣмыхъ въ возрастѣ 21—23 лѣтъ.

Болѣе 200 глухонѣмыхъ, которыхъ мнѣ пришлось наблюдать въ Петербургѣ, между которыми $^1/_3$ были дѣти въ возрастѣ 10—11 лѣтъ того и другаго пола, представляли очень часто эту особенность. У всѣхъ рѣзко бросались въ глаза морщины на лбу. Такимъ образомъ морщины у глухонѣмыхъ бываютъ настолько выражены и встрѣчаются настолько постоянно, что ихъ можно считать отличительнымъ признакомъ, присущимъ глухонѣмымъ и вытекающимъ изъ самой сути ихъ состоянія. Ни одно лицо, быть можетъ, не отражаетъ такъ полно и глубоко внутреннее содержаніе индивидуума, какъ лицо глухонѣмаго—оно, по выраженію Meissner'a [2]), есть вѣрное зеркало души и мыслей глухонѣмаго. Насколько мнѣ извѣстно, никто еще на это не обратилъ вниманія и въ литературѣ я нигдѣ не нашелъ указаній, а между тѣмъ стоитъ только взглянуть на лицо глухонѣмаго самаго цвѣтущаго періода жизни, гдѣ еще время, само по себѣ, не должно бы класть своихъ знаковъ, мы увидимъ въ громадномъ большинствѣ случаевъ—у 70 глухонѣмыхъ на 100 глубокія, старческія морщины на лбу, между тѣмъ какъ кожа всего остальнаго лица представляется ровной, гладкой.

Ни въ такой рѣзкой степени морщины наблюдаются и въ остальныхъ 30 случаяхъ—намъ ни разу не приходилось видѣть глухонѣмаго ребенка, даже въ возрастѣ 10—11 лѣтъ съ совершенно гладкой, ровной поверхностью лба. По словамъ Генле, „морщины образуются въ болѣе позднихъ періодахъ жизни“. На лбу бываютъ морщины поперечныя, вертикальныя и дугообразныя. Только послѣднія отсутствуютъ и у глухонѣмыхъ. Особенно же выраженными представляются попе-

---

[1]) Бехтеревъ. О значеніи органовъ равновѣсія въ отношеніи развитія нашихъ представленій о пространствѣ. Спб. 1896 г. Изд. Риккера.

[2]) l. cit.

речныя. Поперечныя морщины у здороваго человѣка составляютъ нормальное явленіе въ возрастѣ за 40 лѣтъ и появляются тѣмъ скорѣе, чѣмъ больше совершаетъ движеній лицо. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ эти морщины наблюдаются на лицахъ идіотовъ, даже дѣтскаго возраста. У глухонѣмыхъ морщины на живомъ, подвижномъ, выразительномъ лицѣ, у идіотовъ на тупомъ, безсмысленномъ, маскообразномъ. Это дѣлаетъ огромную разницу и придаетъ совершенно другой характеръ морщинамъ, наблюдаемымъ у тѣхъ и другихъ. Если это не поддается точному описанію, то легко понятно при видѣ лица глухонѣмаго субъекта и лица идіота.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРІИ ПОВЕРХНОСТЕЙ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Предварительныя свѣдѣнія и опредѣленія.

§ 1. **Опредѣленіе положенія точки на поверхности.** Положеніе точки на поверхности можетъ быть опредѣлено вполнѣ аналогично тому, какъ и на плоскости. Представимъ себѣ, что поверхность покрыта двумя системами линій такъ, что чрезъ каждую точку поверхности проходитъ по одной линіи изъ каждой системы. Будемъ различать линіи одной и той-же системы и линіи обѣихъ системъ другъ отъ друга тѣмъ, что на каждой опредѣленной линіи первой системы нѣкоторая величина сохраняетъ постоянное значеніе (мѣняющееся отъ одной линіи къ другой въ той-же системѣ), а на каждой отдѣльной линіи второй системы нѣкоторая *другая* величина также сохраняетъ постоянное значеніе. Упомянутыя величины будемъ называть координатами, а тѣ линіи на которыхъ эти величины сохраняютъ различныя постоянныя значенія—координатными линіями. Точка на поверхности будетъ опредѣлена, коль скоро будемъ знать проходящія чрезъ нее линіи изъ каждой системы, или — что то-же — тѣ частныя значенія, которыя вышеназванныя двѣ величины имѣютъ на этихъ линіяхъ. Такимъ образомъ, мы можемъ декартовскія координаты x, y, z какой либо точки на поверхности разсматривать, какъ функціи двухъ независимыхъ перемѣнныхъ u и v, напр.:

$$x = F_1(u, v);\ y = F_2(u, v);\ z = F_3(u, v) \qquad (1)$$

частными значеніями которыхъ характеризуются линіи, пересѣкающіяся въ точкѣ (x, y, z). Уравненіе одной изъ нихъ получимъ изъ (1), если дадимъ u частное значеніе и слѣдовательно x, y, z будемъ разсматривать, какъ функціи отъ одного v. Уравненіе-же другой получимъ изъ (1), если v дадимъ какое либо опредѣленное значеніе, такъ что точки (x, y, z) этой линіи будутъ функціями только u. Первую линію будемъ называть линіей u, а вторую — линіей v, а количества u и v криволинейными координатами точки (x, y, z) поверхности (1). Если изъ (1) исключимъ u и v, то получимъ уравненіе поверхности въ декартовыхъ координатахъ. Очевидно, что въ (1) функціи F_1, F_2, F_3 можно выбирать безчисленнымъ числомъ способовъ и притомъ такъ, что результатъ исключенія u и v изъ (1) будетъ одинъ и тотъ-же. Отсюда слѣдуетъ, что координатныя линіи мы можемъ выбирать самымъ разнообразнымъ манеромъ и пользоваться произволомъ выбора ихъ съ тою цѣлью, чтобы упрощать рѣшеніе различныхъ отдѣльныхъ вопросовъ.

Чтобы иллюстрировать вышеприведенныя соображенія, вообразимъ себѣ шаровую поверхность. Какъ извѣстно, каждая точка такой поверхности опредѣлена, коль скоро знаемъ ея широту и долготу. Одну систему координатныхъ линій въ этомъ случаѣ представляютъ меридіаны, другую— параллели. Всѣ меридіаны проходятъ чрезъ конечныя точки одного и того-же діаметра, плоскости всѣхъ параллелей перпендикулярны къ этому діаметру. На каждой параллели нѣкоторая величина, называемая широтою, сохраняетъ одно и то-же значеніе въ любой точкѣ этой параллели; на каждомъ меридіанѣ другая величина, называемая долготою, также сохраняетъ постоянное значеніе. Величины эти, т. е. координаты, представляются геометрически въ разсматриваемомъ примѣрѣ нѣкоторыми углами.

§ 2. **Линейный элементъ поверхности. Опредѣленіе угловъ, которые какая либо линія дѣлаетъ съ координатными линіями.** Если начнемъ u и v измѣнять независимо другъ отъ друга, то мы исчерпаемъ всѣ точки поверхности. Поэтому, если желаемъ написать уравненіе какой либо линіи L на поверхности, то мы должны связать u и v между собою. Связь эта можетъ имѣть или конечную форму:

$$f(u, v) = 0 \tag{2}$$

или форму дифференціальную, напр.:

$$\varphi(u, v) \cdot du + \psi(u, v) \cdot dv = 0 \tag{3}$$

Если изъ (2) (или изъ (3), послѣ интегрированія) одно изъ перемѣнныхъ выразимъ черезъ другое и вставимъ въ (1), то получимъ декартовскія

координаты точекъ линіи (2) или (3), какъ функціи одного независимаго перемѣннаго. Опредѣлимъ теперь дифференціалъ дуги кривой. Такъ какъ x, y, z суть функціи отъ u и v, то извѣстная формула:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

перейдетъ въ:

$$ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2 \tag{4}$$

гдѣ, ради краткости, обозначено:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2 = E$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right) + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial v}\right) + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial v}\right) = F \tag{5}$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2 = G$$

Мы получимъ элементъ ds дуги линіи (2) выраженнымъ чрезъ независимое перемѣнное, если въ (4) зависимое перемѣнное и его дифференціалъ выразимъ съ помощью (2) чрезъ независимое перемѣнное.

Въ частномъ случаѣ (2) можетъ представлять и координатную линію т. е. оно равносильно $u = Const.$, или $v = Const.$, иначе $du = 0$ или $dv = 0$. Если въ (4) дадимъ u какое либо частное значеніе, т. е. $du = 0$, то найдемъ выраженіе для элемента ds_u той координатной линіи, на которой u имѣетъ упомянутое частное значеніе:

$$ds_u = \sqrt{G}\,.\,dv \tag{4'}$$

Аналогично, для элемента ds_v координатной линіи v имѣемъ:

$$ds_v = \sqrt{E}\,.\,du \tag{4''}$$

Замѣчая изъ (5), что количества E и G всегда положительны, условимся разъ навсегда квадратные корни изъ этихъ количествъ брать съ положительнымъ знакомъ. При такомъ условіи, положительное направленіе на линіи u будетъ то, въ которомъ координата v возрастаетъ, а на линіи v — то, въ которомъ координата u возрастаетъ.

Возьмемъ теперь какую нибудь точку A на поверхности. Чрезъ эту точку проходитъ одна изъ линій u и одна изъ линій v. Проведемъ изъ A касательныя къ положительнымъ направленіямъ этихъ линій и означимъ чрезъ ω (между 0 и π) уголъ между касательными. Обращая вниманіе на (4'), мы видимъ, что косинусы угловъ касательной къ положительному направленію линіи u будутъ выражаться такъ:

$$\frac{dx}{\sqrt{G}.dv} \quad , \quad \frac{dy}{\sqrt{G}.dv} \quad , \quad \frac{dz}{\sqrt{G}.dv} \tag{6'}$$

а косинусы угловъ касательной къ положительному направленію линіи v, будутъ, вслѣдствіе (4''), таковы:

$$\frac{dx}{\sqrt{E}.du} \quad , \quad \frac{dy}{\sqrt{E}.du} \quad , \quad \frac{dz}{\sqrt{E}.du} \tag{6''}$$

Принимая въ разсчетъ обозначенія (5) и пользуясь извѣстной формулой аналитической геометріи, находимъ:

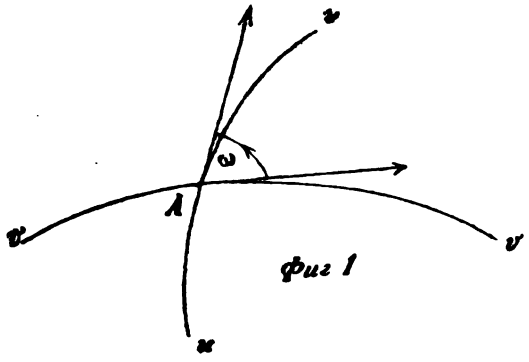
$$\cos\omega = \frac{F}{\sqrt{E}.\sqrt{G}} \quad , \quad \sin\omega = \frac{\sqrt{EG-F^2}}{\sqrt{E}.\sqrt{G}} \tag{7}$$

Такъ какъ подъ ω разумѣется уголъ между 0 и π, то корень $\sqrt{EG-F^2}$ будемъ всегда брать съ положительнымъ знакомъ. Вмѣстѣ съ Darboux будемъ обозначать этотъ корень буквою H:

$$\sqrt{EG-F^2} = H \tag{8}$$

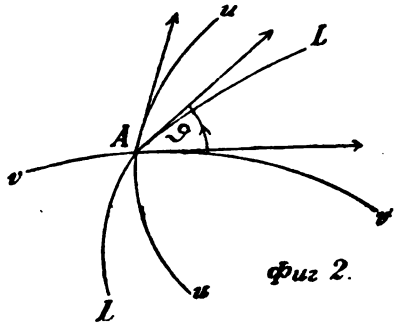
Прежде чѣмъ опредѣлять углы какой нибудь кривой съ координатными линіями, условимся относительно расположенія осей въ прямоугольной декартовской системѣ (x, y, z), которой мы пользовались выше и къ которой неоднократно будемъ обращаться и впослѣдствіи. Въ плоскости xy будемъ различать положительную сторону и отрицательную. Положительной будемъ считать ту, стоя на которой мы видимъ, что положительное направленіе оси y-овъ лежитъ влѣво отъ положительнаго направленія оси x-овъ, такъ что эту послѣднюю пришлось-бы вращать въ положительномъ смыслѣ (т. е. въ направленіи, обратномъ движенію часовой стрѣлки) для того, чтобы привести ее къ совпаденію съ осью y-овъ. Положительное направленіе оси z идетъ въ ту часть пространства, къ которой обращена положительная сторона плоскости (xy).

Если теперь въ точкѣ A (x, y, z) поверхности проведемъ къ этой послѣдней касательную плоскость и въ этой плоскости — касательныя къ положительнымъ направленіямъ линій u и v, проходящихъ чрезъ A, то за положительное направленіе нормали въ A къ поверхности условимся считать то, которое относительно касательныхъ къ линіямъ v и u расположено совершенно также, какъ направленіе оси z относительно осей x и y.

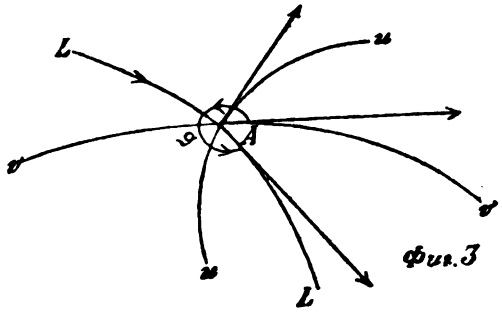


Фиг 1

Положимъ теперь, что чрезъ A проходитъ нѣкоторая кривая L. Означимъ чрезъ s длину дуги этой кривой отъ нѣкоторой начальной на ней точки до точки A, а чрезъ ϑ уголъ между касательной къ положительному направленію линіи v и касательной къ положительному-же направленію ($ds > 0$) линіи L; при этомъ уголъ ϑ будемъ считать отъ линіи v совершенно также, какъ на (фиг. 1) изображенъ счетъ угла ω.



Фиг 2.



Фиг.3

На (фиг. 2) уголъ $\vartheta > 0$, но $< \pi$; на (фиг. 3) уголъ $\vartheta > \pi$, но $< 2\pi$. Если мы припомнимъ, подъ какимъ условіемъ мы выбираемъ положительное направленіе на линіяхъ u и v, то легко понять, что, если съ возрастаніемъ s отъ точки A (т. е. если $ds > 0$) величина v также возрастаетъ ($dv > 0$), то (см. фиг. 2) ϑ лежитъ между 0 и π и потому $\sin \vartheta > 0$ и

$\frac{dv}{ds} > 0$; если-же съ возрастаніемъ s величина v убываетъ (см. фиг. 3), то ϑ лежитъ между π и 2π, т. е. $\sin\vartheta < 0$ и $\frac{dv}{ds} < 0$. Въ обоихъ слѣдовательно случаяхъ знаки $\sin\vartheta$ и $\frac{dv}{ds}$ одинаковые. Разсматривая дугу s кривой L за перемѣнное независимое, имѣемъ:

$$\begin{aligned} \cos(L,x) &= \frac{dx}{ds} = \frac{\partial x}{\partial u}\frac{du}{ds} + \frac{\partial x}{\partial v}\frac{dv}{ds} \\ \cos(L,y) &= \frac{dy}{ds} = \frac{\partial y}{\partial u}\frac{du}{ds} + \frac{\partial y}{\partial v}\frac{dv}{ds} \end{aligned} \tag{9}$$

откуда, вслѣдствіе (5), (6′) и (6″), находимъ:

$$\begin{aligned} \cos(L,u) &= \frac{1}{\sqrt{G}}\left(F\frac{du}{ds} + G\frac{dv}{ds}\right) \\ \cos(L,v) &= \frac{1}{\sqrt{E}}\left(E\frac{du}{ds} + F\frac{dv}{ds}\right) \end{aligned} \tag{10}$$

Замѣчая изъ (4), что:

$$\frac{1}{E}\left(E\frac{du}{ds} + F\frac{dv}{ds}\right)^2 + \frac{EG - F^2}{E}\left(\frac{dv}{ds}\right)^2 = 1 \tag{11}$$

получаемъ, вслѣдствіе второй изъ формулъ (10):

$$\cos^2\vartheta = 1 - \frac{EG - F^2}{E}\left(\frac{dv}{ds}\right)^2$$

откуда, на основаніи вышесказаннаго, получаемъ вполнѣ опредѣленное выраженіе для $\sin\vartheta$:

$$\sin\vartheta = \frac{\sqrt{EG - F^2}}{\sqrt{E}}\frac{dv}{ds} \tag{12}$$

Но формула (4) можетъ быть написана еще и въ такомъ видѣ:

$$\frac{1}{G}\left(F\frac{du}{ds} + G\frac{dv}{ds}\right)^2 + \frac{EG - F^2}{G}\left(\frac{du}{ds}\right)^2 = 1 \tag{11′}$$

откуда, разсуждая аналогично предъидущему, найдемъ, вслѣдствіе первой изъ формулъ (10):

$$\sin(\omega - \vartheta) = \frac{\sqrt{EG - F^2}}{\sqrt{G}} \frac{du}{ds} \tag{13}$$

Если теперь воспользуемся выраженіями (7) и (12), то изъ (13) получимъ:

$$\cos\vartheta = \sqrt{E}\frac{du}{ds} + \frac{F}{\sqrt{E}}\frac{dv}{ds} \tag{12'}$$

и наконецъ:

$$\operatorname{tg}\vartheta = \sqrt{EG - F^2}\,\frac{\dfrac{dv}{ds}}{F\dfrac{dv}{ds} + E\dfrac{du}{ds}} \tag{14}$$

$$\operatorname{tg}(\omega - \vartheta) = \sqrt{EG - F^2}\,\frac{\dfrac{du}{ds}}{F\dfrac{du}{ds} + G\dfrac{dv}{ds}} \tag{14'}$$

Замѣчаніе. Количество $EG - F^2$ всегда положительно, ибо изъ (5) имѣемъ:

$$EG - F^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial z}{\partial v} - \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v} - \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2$$

§ 3. **Уголъ между двумя кривыми, проходящими чрезъ одну и ту-же точку.** Пусть черезъ A проходятъ двѣ линіи L_1 и L_2. Означимъ чрезъ ϑ_1 и ϑ_2 углы этихъ линій съ линіей v, чрезъ du, dv измѣненія u и v вдоль L_1, а чрезъ $\delta u, \delta v$ — вдоль L_2, наконецъ пусть ds_1 и δs_2 означаютъ соотвѣтственно элементы L_1 и L_2. Тогда, обращая вниманіе на (14), найдемъ:

$$\operatorname{tg}(\vartheta_2 - \vartheta_1) = \sqrt{EG - F^2}\,\frac{\dfrac{du}{ds_1}\dfrac{\delta v}{\delta s_2} - \dfrac{dv}{ds_1}\dfrac{\delta u}{\delta s_2}}{E\dfrac{du}{ds_1}\dfrac{\delta u}{\delta s_2} + F\left(\dfrac{du}{ds_1}\dfrac{\delta v}{\delta s_2} + \dfrac{dv}{ds_1}\dfrac{\delta u}{\delta s_2}\right) + G\dfrac{dv}{ds_1}\dfrac{\delta v}{\delta s_2}} \tag{15}$$

или, проще:

$$\operatorname{tg}(\vartheta_2 - \vartheta_1) = H\,\frac{du\,.\,\delta v - dv\,.\,\delta u}{E\,du\,\delta u + F(du\,\delta v + dv\,\delta u) + G\,dv.\delta v} \tag{15'}$$

гдѣ символъ d относится къ кривой L_1, а символъ δ къ кривой L_2.

Отсюда сейчасъ-же находимъ условіе перпендикулярности линій L_1 и L_2 въ точкѣ A:

$$E\,du\,.\,\delta u + F(du\,.\,\delta v + dv\,.\,\delta u) + G\,.\,dv\,.\,\delta v = 0 \qquad (16)$$

Если линія L_2 дана конечнымъ уравненіемъ $\psi(u, v) = 0$, то измѣненія $\delta u, \delta v$ будутъ связаны соотношеніемъ:

$$\frac{\partial \psi}{\partial u}\,\delta u + \frac{\partial \psi}{\partial v}\,\delta v = 0\,.$$

Такъ какъ въ (15′) количества δu и δv входятъ лишь въ отношеніи, то ихъ слѣдуетъ замѣнить количествами, имъ пропорціональными изъ послѣдняго соотношенія. Дѣло становится еще проще, если L_2 съ самаго начала дана дифференціальнымъ соотношеніемъ вида:

$$M\delta u + N\delta v = 0$$

гдѣ M и N суть данныя функціи отъ u и v. Сказанное относительно линіи L_2 можно буквально повторить относительно линіи L_1, только символъ δ надо замѣнить символомъ d.

Будетъ-ли *одна* изъ линій L_1, L_2 дана конечнымъ соотношеніемъ или дифференціальнымъ вышеуказаннаго типа, уравненіе (16) будетъ представлять дифференціальное уравненіе *другой* линіи, перпендикулярной къ первой.

Въ частномъ случаѣ, если L_1 представляетъ координатную линію u (т. е. $dv = 0$), а L_2 координатную линію v (т. е. $\delta u = 0$), то условіе перпендикулярности, или — какъ будемъ выражаться — ортогональности координатныхъ линій превратится въ:

$$F = 0 \qquad (17)$$

что видно и изъ формулъ (7). Въ этомъ случаѣ систему координатныхъ линій будемъ называть *ортогональной*.

Воспользуемся вышеизложенными соображеніями для рѣшенія одного вопроса, такъ какъ это рѣшеніе понадобится намъ впослѣдствіи. Пусть намъ дано дифференціальное соотношеніе:

$$P\,du^2 + Q\,du\,dv + T\,dv^2 = 0 \qquad (18)$$

гдѣ P, Q, T функціи u и v. Уравненіе это, какъ нетрудно понять, представляетъ двѣ системы линій. Требуется найти условіе, при которомъ эти системы ортогональны другъ къ другу.

Уравненіе (18) даетъ два значенія отношенія $\frac{dv}{du}$, которыя мы означимъ чрезъ:

$$\left(\frac{dv}{du}\right)_1 \quad \text{и} \quad \left(\frac{dv}{du}\right)_2$$

Относя первое изъ нихъ къ линіи L_1, а второе къ L_2, изъ (16) и (18) сразу находимъ искомое условіе:

$$E.T - F.Q + G.P = 0 \tag{19}$$

§ 4. **Косинусы угловъ положительнаго направленія нормали съ осями.** Означимъ эти косинусы чрезъ X, Y, Z и, какъ выше, чрезъ ω уголъ между координатными линіями. Обращая вниманіе на (6′), (6″) и первую изъ формулъ (7) находимъ, по правиламъ аналитической геометріи:

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{H}\left(\frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial z}{\partial v} - \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial z}{\partial u}\right) \\ Y &= \frac{1}{H}\left(\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v} - \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial u}\right) \\ Z &= \frac{1}{H}\left(\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u}\right) \end{aligned} \tag{20}$$

откуда:

$$\begin{aligned} X\frac{\partial x}{\partial u} + Y\frac{\partial y}{\partial u} + Z\frac{\partial z}{\partial u} &= 0 \\ X\frac{\partial x}{\partial v} + Y\frac{\partial y}{\partial v} + Z\frac{\partial z}{\partial v} &= 0 \end{aligned} \tag{21}$$

Кромѣ того, по опредѣленію:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = 1 \tag{22}$$

Формулы (20) могутъ быть выведены изъ (21) и (22). Геометрическое значеніе уравненій (21) ясно (нормаль составляетъ прямой уголъ какъ съ касательной къ линіи u, такъ и съ касательной къ линіи v) и потому они могутъ быть написаны сразу.

§ 5. **Линейные элементы простѣйшихъ поверхностей.** Покажемъ на нѣсколькихъ примѣрахъ, какъ выбираются координатныя линіи u и v для опредѣленія линейнаго элемента той или иной поверхности и какъ

разнообразно можетъ быть геометрическое значеніе этихъ линій. Начнемъ съ простѣйшей поверхности, т. е. плоскости.

Плоскость. Если координатная система есть обыкновенная косоугольная Декартова система, при чемъ уголъ между осями равенъ ω, то квадратъ линейнаго элемента любой плоской кривой выразится такъ:

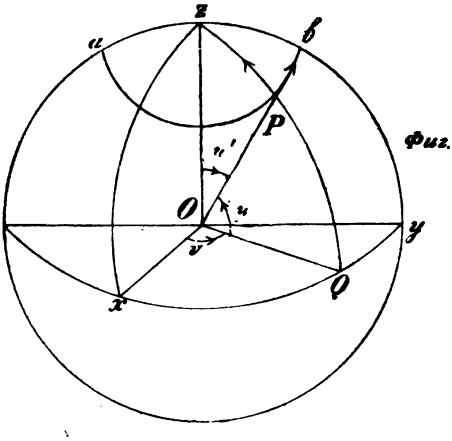
$$ds^2 = du^2 + 2\cos\omega \,.\, du\, dv + dv^2 \tag{23}$$

Если-же координатная система будетъ полярная, при чемъ v означаетъ полярный уголъ, а u радіусъ векторъ, то:

$$ds^2 = du^2 + u^2 dv^2 \tag{24}$$

Кривыя $u = Const.$ суть круги съ центромъ въ полюсѣ, кривыя $v = Const.$ суть прямыя, выходящія изъ полюса.

Шаровая поверхность. Пусть на прилагаемомъ чертежѣ O означаетъ центръ шара радіуса R, плоскость xOy есть плоскость экватора, ось z на-



Фиг. 4.

правлена къ полюсу. Проводимъ какую нибудь параллель ab и какой нибудь меридіанъ zQ, встрѣчающій ab въ точкѣ P. Означимъ чрезъ v уголъ плоскости меридіана PQ съ плоскостью zOx (такъ что zx принимаемъ за первый меридіанъ), а чрезъ u уголъ радіуса OP съ плоскостью экватора, $u = \angle\, POQ$. Означая декартовскія координаты P чрезъ x, y, z, легко находимъ:

$$\begin{aligned} x &= R\cos u \,.\, \cos v \\ y &= R\cos u \,.\, \sin v \\ z &= R\sin u \end{aligned} \tag{25}$$

откуда:

$$ds^2 = R^2\,du^2 + R^2\cos^2 u\,.\,dv^2 \qquad (26)$$

такъ что:

$$ds_u = R\cos u\,.\,dv\,;\quad ds_v = R\,du$$

Стрѣлки на дугахъ Pb и Pz указываютъ положительное направленіе координатныхъ линій $u = Const.$ (параллель) и $v = Const.$ (меридіанъ), при томъ счетѣ угловъ u и v, который на чертежѣ также указанъ стрѣлками.

Изъ соотношеній (25) немедленно получаемъ (§ 4):

$$X = -\cos u\,.\cos v\,;\quad Y = -\cos u\,.\sin v\,;\quad Z = -\sin u$$

откуда видимъ, что положительное направленіе нормали идетъ отъ P къ центру O шара.

Система координатныхъ линій ортогональная, при чемъ, какъ видно изъ (26):

$$E = R^2\,;\quad F = 0\,;\quad G = R^2\cos^2 u\,.$$

Если-бы мы воспользовались обычными сферическими координатами, т. е. вмѣсто угла u разсматривали-бы уголъ $u' = \angle\, zOP$, то вмѣсто (25) и (26) получили-бы:

$$\begin{aligned} x &= R\sin u'.\cos v \\ y &= R\sin u'.\sin v \\ z &= R\cos u' \end{aligned} \qquad (25')$$

такъ что:

$$ds^2 = R^2\,du'^2 + R^2\sin^2 u'.\,dv^2 \qquad (26')$$

Нетрудно понять, что разъ уголъ u' считаемъ отъ Oz, то положительное направленіе на меридіанѣ PQ будетъ противоположно прежнему, а также измѣнится на прямо противоположное и положительное направленіе нормали, что легко видѣть изъ выраженій:

$$X = \sin u'.\cos v\,;\quad Y = \sin u'.\sin v\,;\quad Z = \cos u'$$

къ которымъ приходимъ въ этомъ случаѣ.

Замѣтимъ здѣсь кстати, что, хотя съ измѣненіемъ u на $u' = \frac{\pi}{2} - u$ вторая часть (26) и измѣнилась [именно, превратилась въ правую часть (26')], тѣмъ не менѣе, координатная система осталась прежняя. Легко

понять, что вообще, если какая нибудь поверхность отнесена къ нѣкоторой координатной системѣ (u, v), то, замѣняя u и v соотвѣтственно чрезъ u' и v', при чемъ u' есть функція одного только u, а v' — функція одного только v, мы этимъ координатныхъ линій нисколько не измѣняемъ. Онѣ останутся прежнія, измѣнится лишь счетъ ихъ. Это крайне простое замѣчаніе весьма полезно и мы будемъ имъ пользоваться очень часто съ цѣлью упрощенія различныхъ выраженій.

Въ формулѣ (26) вмѣсто перемѣннаго u мы могли-бы разсматривать $R.u$, какъ перемѣнное, послѣ чего (26) напишется слѣдующимъ образомъ:

$$ds^2 = du^2 + R^2.\cos^2\frac{u}{R}dv^2 \tag{27}$$

Аналогично могла-бы быть измѣнена и формула (26′). Координатная система остается постоянно прежняя.

Поверхность вращенія. Какъ и въ предъидущемъ случаѣ, примемъ параллели и меридіаны за координатныя линіи, при чемъ параллели будемъ опредѣлять ихъ радіусами ρ. Эти радіусы будутъ измѣняться съ измѣненіемъ положенія плоскости параллели относительно какой либо опредѣленной плоскости. Эту послѣднюю возьмемъ за плоскость xy, а ось вращенія за ось z-овъ. Пусть $z = F(\rho)$ будетъ уравненіе меридіана. Очевидно, что координаты x, y, z какой либо точки поверхности выразятся слѣдующимъ образомъ:

$$\begin{aligned} x &= \rho.\cos v \\ y &= \rho.\sin v \\ z &= F(\rho) \end{aligned} \tag{28}$$

Здѣсь v, какъ и раньше, означаетъ уголъ, который плоскость меридіана, проходящаго чрезъ точку (x, y, z), дѣлаетъ съ плоскостью xz.

Такимъ образомъ легко находимъ:

$$ds^2 = [1 + F'^2(\rho)]\,d\rho^2 + \rho^2\,dv^2 \tag{29}$$

Выраженіе это можетъ быть значительно упрощено, безъ измѣненія координатной системы. Введемъ, вмѣсто ρ новое перемѣнное u по формулѣ:

$$u = \int \sqrt{1 + F'^2(\rho)}\,d\rho \tag{30}$$

тогда (29) превратится въ:

$$ds^2 = du^2 + \psi^2(u)\,dv^2 \tag{31}$$

гдѣ $\psi(u)$ есть та функція отъ u, которой выражается ρ изъ соотношенія (30). Легко понять геометрическое значеніе количества u: оно представляетъ длину дуги меридіана $z = F(\rho)$. Нѣкоторую точку мы можемъ выбрать за начальную и отъ нея считать дуги.

Формулы (26), (26'), (27) представляютъ очевидно лишь частные случаи болѣе общей формулы (31).

Линейчатыя поверхности. Извѣстно, что такъ называются поверхности, образованныя движеніемъ прямой линіи. Это движеніе можетъ быть или такого рода, что въ каждомъ изъ послѣдовательныхъ своихъ положеній прямая остается касательной къ нѣкорой кривой линіи и тогда поверхность носитъ названіе развертывающейся или разгибающейся, или-же послѣдовательныя положенія образующей прямой не пересѣкаются и поверхность называется косой линейчатой. Разсмотримъ общій случай, т. е. косой поверхности. Чтобы опредѣлить ея линейный элементъ, можно поступить слѣдующимъ образомъ. Проведемъ по этой поверхности такую линію L, которая пересѣкала-бы всѣ прямолинейныя образующія; это — единственное ограниченіе, которое мы на нее налагаемъ. Пусть уравненіе этой линіи будетъ:

$$\xi = f_1(v); \quad \eta = f_2(v); \quad \zeta = f_3(v)$$

гдѣ v независимое перемѣнное, $\xi\,\eta\,\zeta$ координаты точекъ L. Возьмемъ произвольную точку $A(\xi\,\eta\,\zeta)$ на L и означимъ чрезъ α, β, γ косинусы угловъ, которые дѣлаетъ съ осями прямолинейная образующая, проходящая чрезъ A. Эти косинусы для различныхъ точекъ L будутъ вообще различны и слѣдовательно ихъ можно разсматривать, какъ нѣкоторыя функціи отъ v:

$$\alpha = F_1(v); \quad \beta = F_2(v); \quad \gamma = F_3(v)$$

Возьмемъ теперь на образующей $(\alpha\,\beta\,\gamma)$ какую нибудь точку (x, y, z) поверхности и обозначимъ чрезъ u величину отрѣзка отъ точки $(x\,y\,z)$ до точки $(\xi\,\eta\,\zeta)$ на линіи L. Въ такомъ случаѣ немедленно получаемъ слѣдующія выраженія для x, y, z:

$$\begin{aligned} x &= \alpha u + \xi \\ y &= \beta u + \eta \\ z &= \gamma u + \zeta \end{aligned} \tag{32}$$

при чемъ:

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1 \tag{33}$$

Введемъ, ради удобства, слѣдующія сокращенныя обозначенія:

$$\begin{gathered}\alpha\frac{d\xi}{dv}+\beta\frac{d\eta}{dv}+\gamma\frac{d\zeta}{dv}=Q\\ \left(\frac{d\alpha}{dv}\right)^2+\left(\frac{d\beta}{dv}\right)^2+\left(\frac{d\gamma}{dv}\right)^2=M^2\\ \frac{d\alpha}{dv}\frac{d\xi}{dv}+\frac{d\beta}{dv}\frac{d\eta}{dv}+\frac{d\gamma}{dv}\frac{d\zeta}{dv}=N\\ \left(\frac{d\xi}{dv}\right)^2+\left(\frac{d\eta}{dv}\right)^2+\left(\frac{d\zeta}{dv}\right)^2=P\end{gathered}\qquad(34)$$

тогда, дифференцируя (32), получимъ для искомаго элемента слѣдующее выраженіе:

$$ds^2=du^2+2Q\,.\,du\,dv+(M^2u^2+2Nu+P)\,dv^2\qquad(35)$$

Каковы-же при этомъ координатныя линіи? Давъ v какое либо частное значеніе ($dv=0$), получимъ опредѣленную образующую (такъ какъ будемъ знать ту точку на L, черезъ которую она проходитъ, а также косинусы $\alpha\,\beta\,\gamma$ угловъ, которые она образуетъ съ осями), слѣдовательно линіи $v=Const.$ суть прямолинейныя образующія нашей поверхности. Линіи-же $u=Const.$ суть, очевидно, тѣ линіи, точки пересѣченія которыхъ съ образующими удалены отъ точекъ L на тѣхъ-же образующихъ на одно и то-же разстояніе u. Линія L будетъ соотвѣтствовать значенію $u=0$. Элементъ ds_u линіи $u=Const.$ будетъ, какъ видно изъ (35):

$$ds_u=\sqrt{M^2u^2+2Nu+P}\,dv$$

гдѣ u разсматривается, какъ постоянное.

Если желательно отнести косую поверхность къ прямоугольнымъ координатамъ, при чемъ одна система линій состояла-бы изъ прямолинейныхъ образующихъ, то для этого поступаемъ слѣдующимъ образомъ. Уравненіе одной системы, по условію, таково: $v=Const.$ Если въ уравненіи (16) символъ δ отнесемъ къ этой системѣ, т. е. положимъ $\delta v=0$, то получимъ уравненіе системы, ортогональной къ прямолинейнымъ образующимъ, такого вида:

$$E\,du+F\,dv=0$$

или, замѣчая, что для (35) $E=1$, $F=Q$:

$$du + Q \cdot dv = 0$$

откуда, интегрируя:

$$u + \int Q \cdot dv = Const.$$

Если теперь примемъ за координатныя линіи $v = Const.$ и $u' = Const.$ при чемъ $u' = u + \int Q dv$, то эта система будетъ ортогональная и линейный элементъ поверхности въ этой системѣ представится въ такомъ видѣ:

$$ds^2 = du'^2 + (M^2 u'^2 + 2N'u' + P')\, dv^2 \qquad (36)$$

гдѣ:

$$N' = N - M^2 \int Q\, dv$$

$$P' = M^2 (\int Q\, dv)^2 - 2N \cdot \int Q dv + P - Q^2$$

Означимъ, для краткости:

$$-\frac{N'}{M^2} = \varphi(v); \quad \frac{\sqrt{P'M^2 - N'^2}}{M^2} = \psi(v)$$

тогда (36) получитъ видъ:

$$ds^2 = du'^2 + \{[u' - \varphi(v)]^2 + \psi^2(v)\}\, M^2 dv^2 \qquad (37)$$

Теперь возвратимся къ общему виду (35) элемента линейчатой поверхности и выведемъ условіе, при которомъ эта поверхность есть развертывающаяся.

Разсмотримъ предварительно два частныхъ случая, которые мы исключимъ изъ дальнѣйшихъ разсужденій. Предположимъ сначала, что $M=0$. Какъ видно изъ опредѣленія функціи M, это возможно не иначе, какъ если $\alpha = Const.$, $\beta = Const.$, $\gamma = Const.$, т. е. всѣ прямолинейныя образующія параллельны между собою и слѣдовательно сама поверхность есть цилиндръ (въ частномъ случаѣ плоскость). Но если $M=0$, то и $N=0$. Выберемъ сверхъ того за независимое перемѣнное v дугу линіи L, тогда очевидно $P=1$ и выраженіе (35) перейдетъ въ:

$$ds^2 = du^2 + 2Q\, du\, dv + dv^2 \qquad (38)$$

гдѣ, при упомянутомъ значеніи v, количество Q выражаетъ косинусъ угла, подъ которымъ прямолинейная образующая встрѣчаетъ линію L.

Разсмотримъ второй частный случай, когда кривая L превращается въ точку (т. е. уравненіе ея $\xi = Const.$, $\eta = Const.$, $\zeta = Const.$), другими словами говоря, всѣ прямолинейныя образующія проходятъ чрезъ одну и ту-же точку (коническая поверхность и, въ частномъ случаѣ, плоскость). Въ этомъ случаѣ $N = 0$, а слѣдовательно и $Q = 0$, и $P = 0$ и мы получимъ:

$$ds^2 = du^2 + M^2u^2dv^2 \tag{39}$$

Обратимся къ общему случаю развертывающейся поверхности. Если движущаяся прямая (32) образуетъ таковую поверхность, то она должна имѣть обвертку. Но координаты $(x\,y\,z)$ точекъ прямой зависятъ отъ двухъ параметровъ u и v, слѣдовательно это возможно лишь въ томъ случаѣ, когда эти параметры связаны между собою извѣстной зависимостью, которая и будетъ представлять уравненіе обвертки. То-же уравненіе можно представить системой (32), въ которой одно изъ перемѣнныхъ u, v замѣнено функціей отъ другого, подлежащей опредѣленію. Напишемъ условіе касанія образующей прямой съ обверткой. Количества:

$$\alpha\,du, \quad \beta\,du, \quad \gamma\,du$$

пропорціональны косинусамъ угловъ прямой ($v = Const.$) съ осями, а количества:

$$\left(u\frac{d\alpha}{dv} + \frac{d\xi}{dv} + \alpha\frac{du}{dv}\right)dv,$$

$$\left(u\frac{d\beta}{dv} + \frac{d\eta}{dv} + \beta\frac{du}{dv}\right)dv,$$

$$\left(u\frac{d\gamma}{dv} + \frac{d\zeta}{dv} + \gamma\frac{du}{dv}\right)dv,$$

пропорціональны косинусамъ угловъ, которые касательная къ обверткѣ дѣлаетъ съ осями. Отсюда получаемъ, послѣ упрощенія, пропорцію:

$$\frac{u\frac{d\alpha}{dv} + \frac{d\xi}{dv}}{\alpha} = \frac{u\frac{d\beta}{dv} + \frac{d\eta}{dv}}{\beta} = \frac{u\frac{d\gamma}{dv} + \frac{d\zeta}{dv}}{\gamma}$$

которая представляетъ собою два уравненія. Если каждое изъ этихъ уравненій дастъ одну и ту-же зависимость между u и v, то обвертка суще-

ствуетъ. Означимъ чрезъ λ общее значеніе написанныхъ отношеній; тогда мы получимъ слѣдующихъ три уравненія, линейныхъ относительно u и λ:

$$\begin{aligned} \alpha\lambda - \frac{d\alpha}{dv}u - \frac{d\xi}{dv} &= 0 \\ \beta\lambda - \frac{d\beta}{dv}u - \frac{d\eta}{dv} &= 0 \\ \gamma\lambda - \frac{d\gamma}{dv}u - \frac{d\zeta}{dv} &= 0, \end{aligned} \tag{40}$$

которыя должны быть совмѣстны, а для этого необходимо, чтобы выполнялось условіе:

$$\begin{vmatrix} \alpha & \frac{d\alpha}{dv} & \frac{d\xi}{dv} \\ \beta & \frac{d\beta}{dv} & \frac{d\eta}{dv} \\ \gamma & \frac{d\gamma}{dv} & \frac{d\zeta}{dv} \end{vmatrix} = 0 \tag{41}$$

Условіе это и есть искомое. Уравненіе обвертки, т. е. ребра возврата (arête de rebroussement, Rückkehrkante) получимъ, если въ (32) вставимъ вмѣсто u его выраженіе чрезъ v изъ (40):

$$u = -\frac{\frac{d\alpha}{dv}\cdot\frac{d\xi}{dv} + \frac{d\beta}{dv}\cdot\frac{d\eta}{dv} + \frac{d\gamma}{dv}\cdot\frac{d\zeta}{dv}}{\left(\frac{d\alpha}{dv}\right)^2 + \left(\frac{d\beta}{dv}\right)^2 + \left(\frac{d\gamma}{dv}\right)^2} = -\frac{N}{M^2} \tag{42}$$

Посмотримъ-же, какъ отразится условіе (41) на общей формѣ (35) линейнаго элемента, въ которой v играетъ роль независимаго перемѣннаго и ближе ничѣмъ пока не охарактеризовано. Замѣнивъ символы производныхъ черточками и возводя опредѣлитель, стоящій въ лѣвой части (41) въ квадратъ, получимъ, по правилу перемноженія опредѣлителей:

$$\begin{vmatrix} \alpha & \alpha' & \xi' \\ \beta & \beta' & \eta' \\ \gamma & \gamma' & \xi' \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} \alpha^2+\beta^2+\gamma^2, & \alpha\alpha'+\beta\beta'+\gamma\gamma', & \alpha\xi'+\beta\eta'+\gamma\zeta' \\ \alpha\alpha'+\beta\beta'+\gamma\gamma', & \alpha'^2+\beta'^2+\gamma'^2, & \alpha'\xi'+\beta'\eta'+\gamma'\zeta' \\ \alpha\xi'+\beta\eta'+\gamma\zeta', & \alpha'\xi'+\beta'\eta'+\gamma'\zeta', & \xi'^2+\eta'^2+\zeta'^2 \end{vmatrix}$$

или, вслѣдствіе (33), (34) и (41):

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & Q \\ 0 & M^2 & N \\ Q & N & P \end{vmatrix} = M^2P - N^2 - M^2Q^2 = 0$$

Отсюда слѣдуетъ, что общій видъ элемента развертывающейся поверхности таковъ:

$$ds^2 = (du + Q\,dv)^2 + \left(u + \frac{N}{M^2}\right)^2 M^2 dv^2 \qquad (43)$$

Предположимъ въ частности, что за линію L взято ребро возврата. Аналитически мы выразимъ это условіе, если въ (42) положимъ $u = 0$, т. е. $N = 0$. Если сверхъ того v примемъ за дугу ребра возврата, то $Q = 1$, ибо Q, вслѣдствіе только что сдѣланнаго условія относительно v, будетъ выражать косинусъ угла, подъ которымъ прямолинейныя образующія встрѣчаютъ линію L (въ нашемъ случаѣ, онѣ касаются этой линіи). Сверхъ того, по извѣстной формулѣ:

$$M^2 = \left(\frac{d\alpha}{dv}\right)^2 + \left(\frac{d\beta}{dv}\right)^2 + \left(\frac{d\gamma}{dv}\right)^2 = \frac{1}{R^2},$$

гдѣ R радіусъ кривизны ребра возврата. Въ концѣ концовъ выраженіе (43) превратится въ:

$$ds^2 = (du + dv)^2 + \frac{u^2 dv^2}{R^2} \qquad (44)$$

Въ формулахъ (39) и (43) вмѣсто перемѣннаго v можно было-бы, ради упрощенія, ввести новое перемѣнное v' по формулѣ: $v' = \int M\,dv$. Если въ (43) система координатъ ортогональная, т. е. $Q = 0$, то означая, краткости ради: $N : M^2$ чрезъ $-f(v)$, получимъ для элемента развертывающейся поверхности, при ортогональной системѣ координатъ, слѣдующее выраженіе:

$$ds^2 = du^2 + \{u - f(v)\}^2 . M^2 . dv^2. \qquad (45)$$

Что касается формулы (39), то легко понять то геометрическое значеніе, какое имѣетъ въ ней количество v'.

Гелисоидальныя или винтовыя поверхности. Если какой нибудь кривой, плоской или двоякой кривизны, но во всякомъ случаѣ неизмѣнной по формѣ, сообщимъ двойное движеніе: вращательное вокругъ неподвижной оси и одновременно поступательное, параллельное оси, при чемъ отно-

шеніе скоростей обоихъ движеній будетъ величиной постоянной, то движущаяся такимъ способомъ кривая (образующая) опишетъ такъ называемую гелисоидальную или винтовую поверхность (Helicoïde, Schraubenfläche). Если чрезъ ось проведемъ плоскость, пересѣкающую поверхность по нѣкоторой плоской кривой (*профиль* поверхности), то вышеописанное гелисоидальное движеніе этой кривой, очевидно, воспроизведетъ ту-же самую поверхность. Винтовыя поверхности имѣютъ одну особенность, которая сближаетъ ихъ съ поверхностями вращенія (эти послѣднія суть частный случай винтовыхъ, когда шагъ равенъ нулю). Особенность эта состоитъ въ томъ, что при гелисоидальномъ движеніи винтовая поверхность будетъ скользить по себѣ самой (навинчиваться) подобно тому, какъ поверхность вращенія скользитъ по себѣ самой при вращательномъ движеніи около оси.

Чтобы получить выраженіе элемента винтовой поверхности, примемъ неподвижную ось за ось z и пусть $z = f(u)$ представляетъ уравненіе профиля, при чемъ u означаетъ разстояніе какой нибудь точки его отъ оси. Означимъ чрезъ v уголъ плоскости профиля съ плоскостью zx и черезъ h перемѣщеніе (параллельно оси) профиля, соотвѣтствующее вращенію на уголъ равный единицѣ. Въ такомъ случаѣ координаты x, y, z выразятся:

$$\begin{aligned} x &= u \cos v \\ y &= u \sin v \\ z &= f(u) + h \cdot v \end{aligned} \tag{46}$$

такъ что:

$$ds^2 = \{1 + f'^2(u)\}\, du^2 + 2hf'(u)\, du\, dv + \{u^2 + h^2\}\, dv^2 \tag{47}$$

Если введемъ новыя перемѣнныя u' и v' по формуламъ:

$$\begin{aligned} u' &= \int \sqrt{1 + \frac{u^2}{u^2 + h^2} f'^2(u)}\, du \\ v' &= v + h \int \frac{f'(u)}{u^2 + h^2}\, du\,, \end{aligned} \tag{48}$$

то (47) перейдетъ въ:

$$ds^2 = du'^2 + F^2(u')\, dv'^2, \tag{49}$$

гдѣ $F^2(u')$ представляетъ ту функцію отъ u', которая на основаніи первой изъ формулъ (48), выражаетъ количество $u^2 + h^2$. Координаты u' и v' въ (49) образуютъ ортогональную систему. Кривыя $u' = const.$, т. е. кривыя $u = const.$ въ (47) суть, очевидно, гелисы (какъ это видно изъ (46) при постоянномъ u); кривыя $v' = Const.$ представляютъ систему, ортогональную къ этимъ гелисамъ.

§ 6. **Основныя дифференціальныя формы теоріи поверхностей.** Квадратичная относительно дифференціаловъ du и dv форма:

$$E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2,$$

представляющая собою квадратъ линейнаго элемента ds^2 поверхности, называется *первой основной дифференціальной формой.*

Кромѣ этой формы, мы будемъ встрѣчаться и съ другими тоже основными дифференціальными формами. Укажемъ здѣсь пока одну изъ нихъ. Дифференцируя соотношенія (21) по u и v, получаемъ:

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial X}{\partial u} - \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial Y}{\partial u} - \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial Z}{\partial u} &= X\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} + Y\frac{\partial^2 y}{\partial u^2} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial u^2}\\
-\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial X}{\partial v} - \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial Y}{\partial v} - \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial Z}{\partial v} &= X\frac{\partial^2 x}{\partial u\partial v} + Y\frac{\partial^2 y}{\partial u\partial v} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}\\
-\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial X}{\partial u} - \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial Y}{\partial u} - \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial Z}{\partial u} &= X\frac{\partial^2 x}{\partial u\partial v} + Y\frac{\partial^2 y}{\partial u\partial v} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}\\
-\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial X}{\partial v} - \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial Y}{\partial v} - \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial Z}{\partial v} &= X\frac{\partial^2 x}{\partial v^2} + Y\frac{\partial^2 y}{\partial v^2} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial v^2}.
\end{aligned} \tag{50}$$

Введемъ теперь слѣдующія обозначенія:

$$\begin{aligned}
X\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} + Y\frac{\partial^2 y}{\partial u^2} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} &= D\\
X\frac{\partial^2 x}{\partial u\partial v} + Y\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v} &= D'\\
X\frac{\partial^2 x}{\partial v^2} + Y\frac{\partial^2 y}{\partial v^2} + Z\frac{\partial^2 z}{\partial v^2} &= D''
\end{aligned} \tag{51}$$

тогда квадратичная относительно du и dv форма:

$$D\,du^2 + 2D'du\,dv + D''dv^2 \tag{52}$$

называется *второй основной дифференціальной формой.*

Мы увидимъ, что изученіе всевозможныхъ свойствъ поверхностей сводится въ концѣ концовъ къ изученію вышеупомянутыхъ двухъ основныхъ формъ. Въ виду этого весьма важно изслѣдовать, въ какомъ отношеніи стоятъ эти формы другъ къ другу, нѣтъ ли между ихъ коэффиціентами какихъ либо зависимостей и т. д. Въ слѣдующей главѣ мы займемся разысканіемъ этихъ зависимостей.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

Выводъ основныхъ формулъ теоріи.

§ 1. **Соотношенія между производными по u и v отъ x, y, z и отъ X, Y, Z.** Дифференцируя уравненія (21) и (22) первой главы и обращая вниманіе на опредѣленія (51) количествъ D, D', D'', получимъ, при дифференцированіи по u:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial X}{\partial u}+\frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial Y}{\partial u}+\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial Z}{\partial u} &= -D \\
\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial X}{\partial u}+\frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial Y}{\partial u}+\frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial Z}{\partial u} &= -D' \qquad (1)\\
X\frac{\partial X}{\partial u}+Y\frac{\partial Y}{\partial u}+Z\frac{\partial Z}{\partial u} &= 0,
\end{aligned}$$

а при дифференцированіи по v:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial X}{\partial v}+\frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial Y}{\partial v}+\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial Z}{\partial v} &= -D' \\
\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial X}{\partial v}+\frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial Y}{\partial v}+\frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial Z}{\partial v} &= -D'' \qquad (2)\\
X\frac{\partial X}{\partial v}+Y\frac{\partial Y}{\partial v}+Z\frac{\partial Z}{\partial v} &= 0
\end{aligned}$$

Замѣчая, что вслѣдствіе уравненій (20) и (21) предъидущей главы опредѣлитель:

$$\begin{vmatrix}
\frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\
\frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \\
X & Y & Z
\end{vmatrix} = H \qquad (3)$$

мы, изъ системъ (1) и (2), безъ труда находимъ:

$$\begin{aligned}\frac{\partial X}{\partial u}&=\frac{1}{H}\left\{D\left(Y\frac{\partial z}{\partial v}-Z\frac{\partial y}{\partial v}\right)-D'\left(Y\frac{\partial z}{\partial u}-Z\frac{\partial y}{\partial u}\right)\right\}\\ \frac{\partial X}{\partial v}&=\frac{1}{H}\left\{D'\left(Y\frac{\partial z}{\partial v}-Z\frac{\partial y}{\partial v}\right)-D''\left(Y\frac{\partial z}{\partial u}-Z\frac{\partial y}{\partial u}\right)\right\}\end{aligned}\tag{4}$$

Но формулы (20) и (5) первой главы немедленно даютъ:

$$\begin{aligned}Y\frac{\partial z}{\partial v}-Z\frac{\partial y}{\partial v}&=\frac{1}{H}\left(F\frac{\partial x}{\partial v}-G\frac{\partial x}{\partial u}\right)\\ Y\frac{\partial z}{\partial u}-Z\frac{\partial y}{\partial u}&=\frac{1}{H}\left(E\frac{\partial x}{\partial v}-F\frac{\partial x}{\partial u}\right)\end{aligned}\tag{5}$$

вслѣдствіе чего соотношенія (4) окончательно представятся въ слѣдующемъ видѣ:

$$\begin{aligned}H^2\frac{\partial X}{\partial u}&=(FD'-GD)\frac{\partial x}{\partial u}+(FD-ED')\frac{\partial x}{\partial v}\\ H^2\frac{\partial X}{\partial v}&=(FD''-GD')\frac{\partial x}{\partial u}+(FD'-ED'')\frac{\partial x}{\partial v}\end{aligned}\tag{6}$$

Измѣняя здѣсь X и x соотвѣтственно на Y и y, на Z и z, получимъ еще двѣ пары уравненій.

Разрѣшая уравненія (6) относительно производныхъ, входящихъ въ правыя части, найдемъ:

$$\begin{aligned}(DD''-D'^2)\frac{\partial x}{\partial u}&=(FD'-ED'')\frac{\partial X}{\partial u}+(ED'-FD)\frac{\partial X}{\partial v}\\ (DD''-D'^2)\frac{\partial x}{\partial v}&=(GD'-FD'')\frac{\partial X}{\partial u}+(FD'-GD)\frac{\partial X}{\partial v}\end{aligned}\tag{6'}$$

Измѣняя здѣсь X и x соотвѣтственно на Y и y, на Z и z, получимъ еще двѣ пары уравненій.

§ 2. **Соотношенія между первыми и вторыми производными отъ x, y, z по u и v.** Обращая вниманіе на опредѣленіе коэффиціентовъ E, F, G первой дифференціальной формы, замѣтимъ, что:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}\frac{\partial E}{\partial u} &= \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} + \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial^2 y}{\partial u^2} + \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} \\
\frac{1}{2}\frac{\partial E}{\partial v} &= \frac{\partial x}{\partial u}\cdot\frac{\partial^2 x}{\partial u\partial v} + \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial^2 y}{\partial u\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v} \\
\frac{1}{2}\frac{\partial G}{\partial u} &= \frac{\partial x}{\partial v}\cdot\frac{\partial^2 x}{\partial u\partial v} + \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial^2 y}{\partial u\partial v} + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v} \\
\frac{1}{2}\frac{\partial G}{\partial v} &= \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial^2 x}{\partial v^2} + \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial^2 y}{\partial v^2} + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial^2 z}{\partial v^2}
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\frac{\partial F}{\partial u} = \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} + \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial^2 y}{\partial u^2} + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} + \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial^2 x}{\partial u\partial v} + \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial^2 y}{\partial u\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}$$

$$\frac{\partial F}{\partial v} = \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial^2 x}{\partial v^2} + \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial^2 y}{\partial v^2} + \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial^2 z}{\partial v^2} + \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial^2 x}{\partial u\partial v} + \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial^2 y}{\partial u\partial v} + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}$$

Послѣднія два соотношенія, вслѣдствіе второго и третьяго, могутъ быть написаны и такъ:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{1}{2}\frac{\partial E}{\partial v} &= \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} + \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial^2 y}{\partial u^2} + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} \\
\frac{\partial F}{\partial v} - \frac{1}{2}\frac{\partial G}{\partial u} &= \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial^2 x}{\partial v^2} + \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial^2 y}{\partial v^2} + \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial^2 z}{\partial v^2}
\end{aligned} \tag{8}$$

Введемъ теперь, ради краткости, обозначенія:

$$M = \frac{1}{2H^2}\left(G\frac{\partial E}{\partial u} - 2F\frac{\partial F}{\partial u} + F\frac{\partial E}{\partial v}\right);\quad N = \frac{1}{2H^2}\left(2E\frac{\partial F}{\partial u} - E\frac{\partial E}{\partial v} - F\frac{\partial E}{\partial u}\right)$$

$$M' = \frac{1}{2H^2}\left(G\frac{\partial E}{\partial v} - F\frac{\partial G}{\partial u}\right);\quad N' = \frac{1}{2H^2}\left(E\frac{\partial G}{\partial u} - F\frac{\partial E}{\partial v}\right) \tag{9}$$

$$M'' = \frac{1}{2H^2}\left(2G\frac{\partial F}{\partial v} - G\frac{\partial G}{\partial u} - F\frac{\partial G}{\partial v}\right);\quad N'' = \frac{1}{2H^2}\left(E\frac{\partial G}{\partial v} + F\frac{\partial G}{\partial u} - 2F\frac{\partial F}{\partial v}\right)$$

Если теперь возьмемъ первое изъ уравненій (7), первое изъ уравненій (8) и уравненіе, опредѣляющее количество D, то найдемъ:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} = M\frac{\partial x}{\partial u} + N\frac{\partial x}{\partial v} + D.X \tag{10}$$

первое изъ искомыхъ соотношеній. Замѣна x и X на y и Y, на z и Z, дастъ еще два другихъ.

Возьмемъ затѣмъ второе и третье изъ уравненій (7) и присоединимъ къ нимъ уравненіе, опредѣляющее количество D'. Рѣшая эту систему относительно $\frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v}$, найдемъ:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} = M' \frac{\partial x}{\partial u} + N' \frac{\partial x}{\partial v} + D'.X \tag{11}$$

и два другихъ соотношенія для остальныхъ координатъ.

Если, наконецъ, возьмемъ второе изъ уравненій (8), четвертое изъ уравненій (7) и уравненіе, опредѣляющее количество D'', то получимъ:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial v^2} = M'' \frac{\partial x}{\partial u} + N'' \frac{\partial x}{\partial v} + D''.X \tag{12}$$

и два другихъ соотношенія для остальныхъ координатъ.

§ 3. **Уравненія Mainardi-Codazzi и соотношеніе Gauss'a.** Полученные выше соотношенія даютъ намъ возможность найти тѣ зависимости между коэффиціентами первой и второй основной дифференціальной формы, о которыхъ мы упомянули въ концѣ первой главы. Этихъ зависимостей—три и получаются онѣ изъ условій интегрируемости соотношеній (10), (11) и (12):

$$\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial u^2}\right) - \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial u \partial v}\right) = 0\,; \quad \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial v^2}\right) - \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial u \partial v}\right) = 0 \tag{13}$$

гдѣ вмѣсто w надо послѣдовательно подставлять x, y, z. Повидимому, зависимостей окажется шесть, но мы ниже убѣдимся, что четыре изъ нихъ представляютъ собою одну и ту-же зависимость.

Обращая вниманіе на соотношенія (6), (10), (11) и (12), мы изъ (13) легко находимъ:

$$A \frac{\partial x}{\partial u} + B \frac{\partial x}{\partial v} + CX = 0$$

$$A \frac{\partial y}{\partial u} + B \frac{\partial y}{\partial v} + CY = 0 \tag{14}$$

$$A \frac{\partial z}{\partial u} + B \frac{\partial z}{\partial v} + CZ = 0$$

и аналогично:

$$A'\frac{\partial x}{\partial u}+B'\frac{\partial x}{\partial v}+C'X=0$$

$$A'\frac{\partial y}{\partial u}+B'\frac{\partial y}{\partial v}+C'Y=0 \qquad (15)$$

$$A'\frac{\partial z}{\partial u}+B'\frac{\partial z}{\partial v}+C'Z=0$$

гдѣ, ради краткости, положено:

$$A=F\frac{DD''-D'^2}{H^2}+\frac{\partial M}{\partial v}-\frac{\partial M'}{\partial u}+M''N-M'N'$$

$$B=E\frac{DD''-D'^2}{H^2}+\frac{\partial N'}{\partial u}-\frac{\partial N}{\partial v}+M'N-NN''-MN'+N'^2$$

$$C=ND''+(M-N')D'-M'D+\frac{\partial D}{\partial v}-\frac{\partial D'}{\partial u}$$

$$A'=G\frac{DD''-D'^2}{H^2}+\frac{\partial M'}{\partial v}-\frac{\partial M''}{\partial u}+M''N'-MM''-M'N''+M'^2 \qquad (16)$$

$$B'=F\frac{DD''-D'^2}{H^2}+\frac{\partial N''}{\partial u}-\frac{\partial N'}{\partial v}+M''N-M'N'$$

$$C'=M''D-(M'-N'')D'-N'D''+\frac{\partial D''}{\partial u}-\frac{\partial D'}{\partial v}.$$

Разсматривая въ (14) количества A, B и C, какъ неизвѣстныя, а въ (15) количества A', B' и C', мы, обращая вниманіе на (3), тотчасъ-же находимъ, что всѣ эти шесть количествъ равны нулю. Такимъ образомъ изъ (16) получаемъ шесть вышеупомянутыхъ зависимостей между E, F, G, D, D' и D''. Мы ихъ напишемъ въ слѣдующемъ видѣ:

$$\frac{\partial D}{\partial v}-\frac{\partial D'}{\partial u}-M'D+(M-N')D'+ND''=0$$

$$\frac{\partial D'}{\partial v}-\frac{\partial D''}{\partial u}-M''D+(M'-N'')D'+N'D''=0 \qquad (17)$$

$$E\frac{DD''-D'^2}{H^2}=\frac{\partial N}{\partial v}-\frac{\partial N'}{\partial u}+MN'-M'N+NN''-N'^2$$

$$F\frac{DD''-D'^2}{H^2}=\frac{\partial M'}{\partial u}-\frac{\partial M}{\partial v}+M'N'-M''N$$

$$F\frac{DD''-D'^2}{H^2}=\frac{\partial N'}{\partial v}-\frac{\partial N''}{\partial u}+M'N'-M''N \tag{17}$$

$$G\frac{DD''-D'^2}{H^2}=\frac{\partial M''}{\partial u}-\frac{\partial M'}{\partial v}+MM''-M''N'+M'N''-M'^2$$

Покажемъ, что послѣднія четыре соотношенія представляютъ одно и то-же соотношеніе. Для этого замѣтимъ прежде всего, что изъ (9) имѣемъ:

$$M+N'=\frac{\partial \lg H}{\partial u};\quad M'+N''=\frac{\partial \lg H}{\partial v} \tag{18}$$

откуда непосредственно видимъ, что четвертое и пятое изъ соотношеній (17) представляютъ одну и ту-же зависимость. Далѣе, изъ (9) находимъ:

$$\frac{1}{2}\frac{\partial E}{\partial u}=ME+NF;\quad \frac{1}{2}\frac{\partial E}{\partial v}=M'E+N'F$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial G}{\partial u}=N'G+M'F;\quad \frac{1}{2}\frac{\partial G}{\partial v}=N''G+M''F \tag{19}$$

$$\frac{\partial F}{\partial u}=M'E+(M+N')F+NG$$

$$\frac{\partial F}{\partial v}=M''E+(M'+N'')F+N'G$$

Если исключимъ изъ первыхъ двухъ соотношеній количество F, то найдемъ:

$$2(MN'-M'N)=N'.\frac{1}{E}\frac{\partial E}{\partial u}-N.\frac{1}{E}\frac{\partial E}{\partial v} \tag{20}$$

Если-же исключимъ то-же количество изъ третьяго и четвертаго соотношенія въ (19), то получимъ:

$$2(M'N''-M''N')=M'.\frac{1}{G}\frac{\partial G}{\partial v}-M''.\frac{1}{G}\frac{\partial G}{\partial u} \tag{21}$$

Чтобы убѣдиться въ тождественности третьяго и четвертаго изъ соотношеній (17), мы дифференцируемъ первое изъ уравненій (19) по v,

а второе по u и результаты приравниваемъ другъ другу:

$$E\left(\frac{\partial M'}{\partial u}-\frac{\partial M}{\partial v}\right)-F\left(\frac{\partial N}{\partial v}-\frac{\partial N'}{\partial u}\right)=M\frac{\partial E}{\partial v}+N\frac{\partial F}{\partial v}-N'\frac{\partial F}{\partial u}-M'\frac{\partial E}{\partial u}$$

Подставляя въ правую часть вмѣсто производныхъ ихъ значенія изъ (19), получимъ слѣдующее выраженіе:

$$F(MN'-M'N+NN''-N'^2)-E(M'N'-M''N)$$

слѣдовательно:

$$E\left(\frac{\partial M'}{\partial u}-\frac{\partial M}{\partial v}+M'N'-M''N\right)=F\left(\frac{\partial N}{\partial v}-\frac{\partial N'}{\partial u}+MN'-M'N+NN''-N'^2\right)$$

откуда сказанное становится очевиднымъ.

Совершенно такимъ-же образомъ обнаружимъ тождественность послѣднихъ двухъ изъ соотношеній (17) (при чемъ мы съ третьимъ и четвертымъ изъ уравненій (19) поступаемъ также, какъ выше съ первымъ и вторымъ), а потому мы можемъ считать доказаннымъ, что дѣйствительно послѣднія четыре изъ соотношеній (17) представляютъ въ различныхъ видахъ одну и ту-же зависимость, напр. третью:

$$E\frac{DD''-D'^2}{H^2}=\frac{\partial N}{\partial v}-\frac{\partial N'}{\partial u}+MN'-M'N+NN''-N'^2.$$

Вторую часть можно представить въ болѣе простой формѣ и прежде всего въ слѣдующей:

$$\frac{\partial N}{\partial v}-\frac{\partial N'}{\partial u}+N(M'+N'')-N'(M+N')+2(MN'-M'N)$$

или, вслѣдствіе (18) и (20) въ такой:

$$\frac{\partial N}{\partial v}+\frac{N}{H}\left\{\frac{E\frac{\partial H}{\partial v}-H\frac{\partial E}{\partial v}}{E}\right\}-\frac{\partial N'}{\partial u}-\frac{N'}{H}\left\{\frac{E\frac{\partial H}{\partial u}-H\frac{\partial E}{\partial u}}{E}\right\}$$

Умножая и дѣля это выраженіе на E и взявъ $1:H$ общимъ множителемъ, получимъ третье изъ соотношеній (17) въ такомъ видѣ:

$$\frac{DD''-D'^2}{H^2}=\frac{1}{H}\left\{\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{H.N}{E}\right)-\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{H.N'}{E}\right)\right\} \qquad (22)$$

Разсуждая относительно послѣдняго изъ уравненій (17), мы, вмѣсто (22), получили-бы то-же соотношеніе, но въ другомъ видѣ:

$$\frac{DD'' - D'^2}{H^2} = \frac{1}{H}\left\{\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{H.M''}{G}\right) - \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{H.M'}{G}\right)\right\} \qquad (22')$$

Каждое изъ соотношеній (22), (22′) носитъ названіе соотношенія Gauss'a. Что касается первыхъ двухъ соотношеній (17), то ихъ называютъ уравненіями Codazzi, хотя впервые (1856 г.), въ нѣсколько иной формѣ, ихъ указалъ Mainardi.

Въ результатѣ мы имѣемъ слѣдующихъ три зависимости между коэффиціентами первыхъ двухъ основныхъ дифференціальныхъ формъ:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial D}{\partial v} - \frac{\partial D'}{\partial u} - M'D + (M - N')D' + ND'' = 0 \\
&\frac{\partial D'}{\partial v} - \frac{\partial D''}{\partial u} - M''D + (M' - N'')D' + N'D'' = 0 \qquad (A) \\
&\frac{DD'' - D'^2}{H^2} = \frac{1}{H}\left\{\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{H.N}{E}\right) - \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{H.N'}{E}\right)\right\}
\end{aligned}$$

Важное значеніе этихъ зависимостей видно изъ слѣдующей теоремы. Даны двѣ дифференціальныя формы:

$$E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2$$

$$D\,du^2 + 2D'du\,dv + D''dv^2$$

изъ которыхъ первая есть опредѣленная форма. Для того, чтобы существовала поверхность, для которой онѣ представляли-бы первую и вторую основную дифференціальную форму, необходимо и достаточно, чтобы удовлетворялись соотношенія (A). Если они удовлетворяются, то соотвѣтствующая поверхность, если только отвлечься отъ ея положенія въ пространствѣ, опредѣляется вполнѣ и при томъ лишь единственнымъ образомъ.

Мы не будемъ останавливаться на доказательствѣ этой теоремы и отошлемъ читателя къ курсу лекцій Bianchi. Замѣтимъ только, что для дѣйствительнаго опредѣленія поверхности, соотвѣтствующей вышеупомянутымъ двумъ формамъ, необходимо интегрировать дифференціальное уравненіе типа Riccati.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ.

—

Выводъ основныхъ формулъ теоріи (продолженіе).

§ 1. **Линіи кривизны.** Къ основнымъ уравненіямъ теоріи поверхностей принадлежатъ также уравненія нѣкоторыхъ наиболѣе замѣчательныхъ системъ линій, которыя могутъ быть проведены на поверхности. Таковы системы линій кривизны, сопряженныхъ линій, асимптотическихъ, геодезическихъ. Относительно самой поверхности, для которой мы будемъ выводить уравненія, предположимъ, что намъ даны ея основныя дифференціальныя формы. Мы убѣдимся, что всѣ эти уравненія будутъ зависѣть лишь отъ коэффиціентовъ этихъ формъ.

Начнемъ съ линій кривизны. Какъ извѣстно, такъ называются линіи, вдоль которыхъ послѣдовательныя нормали къ поверхности пересѣкаются, образуя слѣдовательно развертывающуюся поверхность. Уравненіе этихъ линій получимъ, выразивъ это опредѣленіе аналитически. Если мы въ какой нибудь точкѣ $(x\,y\,z)$ поверхности проведемъ къ этой послѣдней нормаль (X, Y, Z), затѣмъ въ точкѣ, сосѣдней съ $(x\,y\,z)$ также проведемъ нормаль, затѣмъ въ точкѣ, сосѣдней со второю точкою, также проведемъ къ поверхности нормаль и т. д., если взятыя точки лежатъ на линіи кривизны, то въ предѣлѣ послѣдовательныя нормали пересѣкутся въ точкахъ, образующихъ нѣкоторую линію, къ которой нормали будутъ служить касательными. Точки этой линіи (которая есть ничто иное, какъ ребро возврата вышеупомянутой развертывающейся поверхности) называются центрами кривизны. Означимъ чрезъ R алгебраическое значеніе разстоянія точки (x, y, z) отъ соотвѣтствующаго ей центра кривизны, тогда координаты этого послѣдняго могутъ быть выражены такъ: $x + RX$, $y + RY$, $z + RZ$. Такъ какъ касательная къ линіи центровъ кривизны совпадаетъ съ нормалью (X, Y, Z), то:

$$\frac{d(x+R.X)}{X} = \frac{d(y+R.Y)}{Y} = \frac{d(z+R.Z)}{Z}$$

или, послѣ упрощенія:

$$\frac{dx + R.dX}{X} = \frac{dy + R.dY}{Y} = \frac{dz + R.dZ}{Z}$$

Здѣсь dx, dy, dz суть проложенія элемента линіи кривизны на оси, а потому:

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = 0$$

откуда заключаемъ, что общее значеніе предъидущихъ трехъ отношеній равно нулю, слѣдовательно:

$$\begin{aligned} dx + R.dX &= 0 \\ dy + R.dY &= 0 \\ dz + R.dZ &= 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

Это такъ называемыя формулы Olinde Rodrigue'a. Выражая зависимость между измѣненіями x, y, z, X, Y, Z вдоль линіи кривизны, онѣ представляютъ уравненіе линіи кривизны. Система (1) состоитъ въ сущности лишь изъ двухъ различныхъ соотношеній, такъ какъ, помножая уравненія по порядку на X, Y и Z и складывая, получимъ тождество. Эти различныя соотношенія можно получить слѣдующимъ образомъ. Введемъ криволинейныя координаты u и v, какъ независимыя перемѣнныя и выразимъ входящіе въ (1) дифференціалы чрезъ эти перемѣнныя. Умножая послѣ этого уравненія (1) одинъ разъ послѣдовательно на $\frac{dx}{du}$, $\frac{dy}{du}$, $\frac{dz}{du}$, другой разъ на $\frac{dx}{dv}$, $\frac{dy}{dv}$, $\frac{dz}{dv}$ и складывая, найдемъ, обращая вниманіе на формулы (5), (50) и (51) первой главы:

$$\begin{aligned} E\,du + F\,dv + R(D\,du + D'\,dv) &= 0 \\ F\,du + G\,dv + R(D'du + D''dv) &= 0 \end{aligned} \qquad (2)$$

Исключая R изъ этихъ соотношеній, получаемъ уравненіе линій кривизны въ слѣдующей обычной формѣ одного уравненія:

$$(ED' - FD)\,du^2 + (ED'' - GD)\,du\,dv + (FD'' - GD')\,dv^2 = 0 \qquad (3)$$

Легко теперь убѣдиться, что чрезъ каждую простую точку поверхности проходятъ двѣ дѣйствительныя линіи кривизны, пересѣкающіяся между собою подъ прямымъ угломъ. Въ самомъ дѣлѣ, если сравнимъ (3) съ уравненіемъ (18) первой главы (стр. 8), то легко замѣтимъ, что условіе (19)

той-же главы выполняется для (3):

$$E(FD''-GD')-F(ED''-GD)+G(ED'-FD)\equiv 0$$

Что линіи дѣйствительныя, слѣдуетъ изъ того, что выполняется условіе дѣйствительности корней уравненія (3) относительно $\frac{dv}{du}$. Для этого достаточно обратить вниманіе на выраженіе:

$$E^2\{(ED''-GD)^2-4(ED'-FD)(FD''-GD')\}$$

и замѣтить, что оно можетъ быть представлено слѣдующимъ образомъ:

$$4(EG-F^2)(FD-ED')^2+\{E(GD-ED'')-2F(FD-ED')\}^2$$

Далѣе, изъ уравненія (3) непосредственно заключаемъ, что всякая линія, проведенная на поверхности, для которой:

$$\frac{D}{E}=\frac{D'}{F}=\frac{D''}{G} \tag{4}$$

есть линія кривизны. Покажемъ, что въ этомъ случаѣ мы имѣемъ дѣло или съ шаровой поверхностью, или съ плоскостью. Возьмемъ на поверхности произвольно двѣ точки A и B. По предположенію, всякая линія, проходящая чрезъ эти точки, есть линія кривизны, слѣдовательно въ частности и та плоская кривая, которая получается въ сѣченіи поверхности плоскостью, проходящей чрезъ нормаль въ A и черезъ точку B, тоже будетъ линіей кривизны. Въ плоскости упомянутой кривой будетъ слѣдовательно лежать и нормаль къ поверхности въ точкѣ B. Но точки A и B взяты произвольно, нормали-же къ поверхности не могутъ всѣ лежать въ одной и той-же плоскости, а потому онѣ должны пересѣкаться въ одной и той-же точкѣ (шаровая поверхность). Если-же точка находится на безконечности, то поверхность есть ничто иное, какъ плоскость.

Легко провѣрить, что для элемента шаровой поверхности [глава первая, формулы (25) и (26)], коэффиціенты: $D=R$, $D'=0$, $D''=R\cos^2 u$ (при чемъ $E=R^2$; $F=0$; $G=R^2\cos^2 u$), слѣдовательно общее значеніе отношеній (4) равно $1:R$.

Если какую нибудь поверхность отнесемъ къ линіямъ кривизны, принявъ эти послѣднія за координатныя линіи, то $F=0$ и $D'=0$. Что $F=0$, это понятно, такъ какъ разсматриваемая система, по вышеуказанному, ортогональная. Далѣе, уравненіе (3) должно при этомъ удовлетворяться какъ положеніемъ $du=0$, такъ и положеніемъ $dv=0$, а это возможно не иначе, какъ если $GD'=0$, $ED'=0$, т. е. $D'=0$. Наоборотъ,

если имѣемъ одновременно: $F=0$, $D'=0$, то это должно служить указаніемъ на то, что поверхность отнесена къ координатной системѣ, состоящей изъ линій кривизны.

Чтобы познакомиться съ другими особенностями линій кривизны, докажемъ слѣдующую важную теорему Ioachimsthal'я:

Если двѣ поверхности пересѣкаются по линіи, которая для каждой изъ нихъ служитъ линіей кривизны, то вдоль этой линіи поверхности пересѣкаются подъ постояннымъ угломъ. Обратно, если двѣ поверхности пересѣкаются подъ постояннымъ угломъ вдоль нѣкоторой линіи, которая для одной изъ поверхностей является линіей кривизны, то эта линія будетъ линіей кривизны и для другой поверхности.

Возьмемъ произвольную точку на линіи пересѣченія и пусть X_1 Y_1 Z_1 и X_2 Y_2 Z_2 будутъ косинусы угловъ нормалей къ одной и другой поверхности въ разсматриваемой точкѣ. Означимъ чрезъ dx, dy, dz проложенія элемента общей линіи кривизны на оси. По предположенію (см. формулы Olinde Rodrigue'a), мы имѣемъ:

$$\frac{dx}{dX_1}=\frac{dy}{dY_1}=\frac{dz}{dZ_1};\quad \frac{dx}{dX_2}=\frac{dy}{dY_2}=\frac{dz}{dZ_2}$$

Замѣчая это, мы можемъ слѣдующія очевидныя равенства:

$$X_1dx+Y_1dy+Z_1dz=0;\quad X_2dx+Y_2dy+Z_2dz=0 \qquad (a)$$

переписать слѣдующимъ образомъ:

$$X_1dX_2+Y_1dY_2+Z_1dZ_2=0;\quad X_2dX_1+Y_2dY_1+Z_2dZ_1=0$$

или, складывая:

$$d(X_1X_2+Y_1Y_2+Z_1Z_2)=0$$

откуда первая часть теоремы становится очевидной, такъ какъ выраженіе, стоящее подъ знакомъ дифференціала, есть косинусъ угла между нормалями къ обѣимъ поверхностямъ. Чтобы доказать обратную теорему, мы должны выйти изъ слѣдующихъ условій:

$$d(X_1X_2+Y_1Y_2+Z_1Z_2)=0;\quad \frac{dx}{dX_1}=\frac{dy}{dY_1}=\frac{dz}{dZ_1}$$

Такъ какъ по прежнему имѣютъ мѣсто (a), то послѣднія условія дадутъ:

$$X_2dX_1+Y_2dY_1+Z_2dZ_1=0;\quad X_1dX_2+Y_1dY_2+Z_1dZ_2=0$$

ОБЪЯВЛЕНІЯ.

1898 года

ОТКРЫТА ПОДПИСКА

на

ЮРИДИЧЕСКУЮ ГАЗЕТУ

СЪ БЕЗПЛАТНЫМЪ ПРИЛОЖЕНІЕМЪ

„Сборника рѣшеній Уголовнаго и Гражданскаго Кассаціонныхъ Департаментовъ и Общаго собранія Правительствующаго Сената“ и „Собранія узаконеній и распоряженій Правительства“.

Выходитъ два раза въ недѣлю: по воскресеньямъ и четвергамъ.

безъ предварительной цензуры

Годовая подписная цѣна съ доставкою и пересылкою СЕМЬ руб.

Допускается разсрочка въ платежѣ: при подпискѣ—4 руб. и къ 1-му апрѣля—остальные—3 рубля.

Правительственныя и общественныя учрежденія, а также должностныя лица этихъ учрежденій, вправѣ подписываться въ кредитъ, но при условіи, чтобы: а) требованія были заявлены на бланкѣ присутствія, съ указаніемъ числа, мѣсяца, года и №; б) при требованіи были присланы два рубля, и в) въ требовательномъ бланкѣ опредѣленъ былъ срокъ, къ которому должны быть доставлены въ редакцію остальныя подписныя деньги (5 р.) за газету, при чемъ учрежденіе принимаетъ на себя отвѣтственность за своевременную присылку остальныхъ денегъ (5 р.), до истеченія того года, на который сдѣлана подписка.

(Адресъ: С.-Петербургъ, Невскій пр., д. № 59, кв. № 1).

Программа: Передовыя статьи. Обзоръ постановленій отечественнаго и послѣднихъ важнѣйшихъ постановленій иностраннаго законодательствъ.—Статьи и замѣтки спеціально юридическаго содержанія.—Рисунки и иллюстраціи къ тексту статей на общемъ основаніи.—Вѣсти и слухи.—Корреспонденціи.—Фельетонъ.—Рѣшенія Правительств. Сената.—Отчеты о судебныхъ засѣданіяхъ и процессахъ.—Рефераты юридическихъ ученыхъ обществъ и диспуты.—Движеніе по государственной и общественной службѣ (приказы министерствъ).—Дѣйствія правительства (собр. узак. и распор. прав.).—Списки дѣлъ, назначенныхъ къ слу-

шанію въ Департаментахъ и общихъ собраніяхъ Правительствующаго Сената.— Списки лицъ, состоящихъ подъ опекою, признанныхъ несостоятельными, возстановленныхъ въ правоспособности, а также объявленія объ уничтоженныхъ довѣренностяхъ (Сенатскія объявленія).—Обзоръ юридическихъ журналовъ.—Новыя книги и отзывы о нихъ (библіографія).—Объявленія.

Вмѣстѣ съ этимъ, подписчики, внесшіе полную годовую плату за газету, могутъ обращаться въ контору «Юридической Газеты» за справками по дѣламъ какъ судебнымъ, такъ и административнымъ, и за разрѣшеніемъ юридическихъ вопросовъ по дѣламъ, касающимся ихъ имущественныхъ или личныхъ интересовъ. Порученія эти редакція принимаетъ на себя при соблюденіи слѣдующихъ условій:

§ 1. Сообщеніе въ «Юридической Газетѣ» въ отдѣлѣ «Почтоваго ящика», справокъ о резолюціяхъ Кассаціонныхъ Департаментовъ Правительствующаго Сената, но не болѣе 3-хъ разъ въ теченіе подписного года, дѣлается безплатно. Лица же, желающія получить по дѣламъ Кассаціонныхъ Департаментовъ Сената справки по почтѣ, прилагаютъ два рубля за каждую справку по каждому отдѣльному дѣлу, а желающія получить ее по телеграфу присылаютъ кромѣ двухъ рублей и стоимость отвѣтной телеграммы.

§ 2. Наблюденіе за ходомъ дѣла, какъ составляющаго предметъ особаго порученія болѣе или менѣе продолжительнаго, производится на условіяхъ особаго предварительнаго соглашенія съ конторою редакціи.

§ 3. Справки и порученія по судебнымъ и административнымъ департаментамъ Правит. Сената, равно какъ и по всѣмъ, вообще, кромѣ Кассаціонныхъ Департаментовъ Сената (см. выше § 1-й), центральнымъ и мѣстнымъ административнымъ судебнымъ учрежденіямъ (правительственнымъ и общественнымъ) должны производиться на условіяхъ особаго предварительнаго соглашенія съ конторою редакціи.

§ 4. Разрѣшеніе юридическихъ вопросовъ по дѣламъ, касающимся имущественныхъ и личныхъ интересовъ, сообщеніе совѣтовъ и т. п. производится письменно по почтѣ, на условіяхъ особаго предварительнаго соглашенія съ конторою редакціи.

§ 5. Лица и учрежденія, обращающіяся за справками, обязаны сообщать: а) бандероль, за которою получаютъ «Юридическую Газету»; б) когда и кѣмъ поданы прошеніе или жалоба; в) на рѣшеніе какого присутственнаго мѣста или должностнаго лица, и г) когда и какимъ присутственнымъ мѣстомъ и должностнымъ лицомъ прошеніе или жалоба отправлены въ Сенатъ или другое правительственное учрежденіе.

§ 6. При невзносѣ полной годовой подписной платы и при неисполненіи условій, указанныхъ выше въ §§ 1—5 настоящей программы, всѣ требованія, запросы и порученія оставляются безъ движенія, такъ какъ порученія, предусмотрѣнныя § 1, обязательны для конторы, если подписчикомъ исполнены требованія, указанныя въ § 1 и 5, а порученія, предусмотрѣнныя въ §§ 2—4, могутъ считаться обязательными для конторы лишь тогда, когда послѣдняя изъявитъ согласіе принять исполненіе возлагаемаго на нее порученія.

§ 7. Контора редакціи «Юридической Газеты» также принимаетъ на себя указаніе адресовъ повѣренныхъ для веденія дѣлъ.

3—3.

О ПОДПИСКѢ

на общественно-педагогическую и литературную еженедѣльную газету

„ЖИЗНЬ И ШКОЛА“

съ приложеніемъ

„ШКОЛЬНОЕ ОБОЗРѢНІЕ“ (г. X)

подъ редакціей М. Виноградова.

Цѣна за годъ съ перес. и дост. 5 руб., на полгода—3 р., и на 3 мѣс., 2 р.; для начальныхъ школъ и народныхъ учителей—4 р. въ годъ, за границу 6 руб. Допускается разсрочка платежа—по соглашенію съ Редакціей. №№-овъ за прежніе годы «Школьнаго Обозрѣнія» не имѣется. Оставшіеся въ небольшомъ количествѣ полные комплекты газеты за 1893 г. и 1894 г. можно получать по два руб., и 1895 и 1896 г. по 3 руб. за годъ. (Новые подписчики при выпискѣ газеты за прежніе годы, сверхъ того, пользуются 50% уст.). Библіотеки и безплатныя читальни пользуются особой уступкой. Подписчикамъ предоставляется помѣщать безплатно всякія объявленія, относящіяся къ спросу и предложенію труда, а именно: по найму учителей, гувернантокъ, боннъ и т. п., а также по продажѣ изданій, книгъ и проч. Отъ учебныхъ заведеній принимаются объявленія объ условіяхъ пріема и поступленія въ нихъ, а также объ имѣющихся вакансіяхъ учащихъ и учащихся.

Вышедшіе №№ «Жизнь и Школа» и «Школьнаго Обозрѣнія» тек. г., по требованію, высылаются наложеннымъ платежемъ на счетъ конторы.

Доставившему подписку на десять экземпляровъ—одиннадцатый безплатно.

Подписка принимается въ главной конторѣ «Жизнь и Школа» и «Школьнаго Обозрѣнія»: С.-Петербургъ, Загородный пр. 34

3—3.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА

на 1898 годъ

на политическо-общественную и литературную газету

„ЕНИСЕЙ“

ВЫХОДИТЪ въ Красноярскѣ ТРИ РАЗА ВЪ НЕДѢЛЮ.

ПРОГРАММА ГАЗЕТЫ:

1) Телеграммы, помѣщаемыя въ текстѣ газеты или отдѣльными бюллетенями, 2) Отдѣлъ оффиціальный, важнѣйшія правительственныя распоряженія, 3) Передовыя статьи, касающіяся жизни русскихъ областей, совмѣстно съ интересами сибирскихъ губерній, соприкасающихся съ басейномъ рѣки Енисея, а также вопросы русской политики на Востокѣ, 4) Статьи и очерки по вопросамъ Енисейскаго края и соприкасающихся съ нимъ губерній Сибири,—по городскому и земскому хозяйству, статьи по сельскому хозяйству, экономическія, торговыя, по фабрично-заводскому производству и горной промышленности, 5) Обзоръ

общественной жизни Сибири и Россіи. Городская хроника. Театръ и музыка. 6) Политическія извѣстія, общія и въ частности, касающіяся азіатскихъ странъ, 7) Корреспонденціи изъ различныхъ мѣстностей бассейна рѣки Енисея и соприкасающихся съ нимъ губерній, а также сообщенія изъ Россіи, 8) Научный отдѣлъ—Открытія и путешествія по Сибири и ея окраинамъ, свѣдѣнія по исторіи, статистикѣ и промышленности. 9) Литературное обозрѣніе,—критика и библіографія, особенно сочиненій объ Азіи, 10) Фельетонъ: романы, повѣсти, разсказы, очерки, сцены, наброски, лѣтучія замѣтки и стихотворенія, 11) Судебная хроника, безъ обсужденія рѣшеній, 12) Смѣсь. Отвѣты редакціи, 13) Справочный отдѣлъ: судебныя свѣдѣнія, святцы, рыночныя цѣны, свѣдѣнія о приходѣ и отходѣ пароходовъ, поѣзда желѣзныхъ дорогъ, недоставленныя телеграммы и т. п. 14) Объявленія казенныя и частныя.

Подписная цѣна, съ доставкой и пересылкой на годъ 7 руб., на полгода 4 руб., на четверть года 2 руб. 50 коп., на одинъ мѣсяцъ 1 руб.

Подписка принимается въ конторѣ редакціи «Енисей», собственный домъ, Воскресенская ул., въ Ачинскѣ въ отдѣленіи конторы при типографіи Е. Ѳ. Кудрявцева; въ Томскѣ въ отдѣленіи редакціи «Енисей», Почтамтская ул., домъ Окулова, и въ книжномъ магазинѣ Михайлова и Макушина; въ Иркутскѣ: въ книж. магаз. Михайлова и Макушина; въ Петербургѣ и Москвѣ въ центральной конторѣ объявленій торговаго дома Л. и Э. Метцль и К°.

Редакторъ-издатель *Е. Кудрявцевъ.*

3—3.

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА
НА
СЕЛЬСКО-ХОЗЯЙСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛЪ
ИМПЕРАТОРСКАГО Московскаго Общества Сельскаго Хозяйства.
Годъ 2-й 1897—98.

Ежемѣсячное изданіе, съ октября по май включительно, книжками по 5 и болѣе печатныхъ листовъ въ каждой.

Подписная цѣна за годовой экземпляръ три рубля съ пересылкой и доставкой на домъ.

Подписка принимается:

1) Въ канцеляріи Общества, на Смоленскомъ бульварѣ, въ зд. Землед. Школы

2) У комиссіонера Общества, книгопродавца К. И. Тихомирова, въ Москвѣ на Кузнецкомъ мосту.

3) Въ С.-Петербургѣ у книгопродавца А. Ф. Девріена.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:

I. Вопросы и обзоры міровой хлѣбной торговли.—II. Вопросы внутренней хлѣбной торговли.—III. Отдѣлъ сельско-хозяйственной экономіи и статистики.—IV. Сельско-хозяйственная хроника.—V. Животноводство.—VI. Растеніеводство.—VII. Переводныя статьи по выдающимся сел.-хоз. вопросамъ.—VIII. Краткіе обзоры дѣятельности Общества, его Комитетовъ и Отдѣловъ.—IX. Журналы засѣданій Общества.—X. Объявленія.

3—3.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1898 г.

На ежемѣсячный научно-популярный и педагогическій журналъ

„ЕСТЕСТВОЗНАНІЕ и ГЕОГРАФІЯ“.

годъ III-й.

Выходитъ съ 1-го января 1896 года ежемѣсячно, за исключеніемъ двухъ лѣтнихъ мѣсяцевъ (іюня—іюля) книжками въ 5—6 печатныхъ листовъ.

Журналъ одобренъ Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія для фундаментальныхъ библіотекъ всѣхъ среднихъ учебныхъ заведеній и для учительскихъ библіотекъ учительскихъ институтовъ и семинарій и городскихъ училищъ.

Журналъ ставитъ себѣ задачей удовлетворять научному интересу читателей въ области естествознанія и географіи, а также способствовать правильной постановкѣ и разработкѣ вопросовъ по преподаванію естествознанія и географіи. Въ журналѣ будутъ помѣщаемы: научно-популярныя статьи по всѣмъ отраслямъ естествознанія и географіи, статьи по вопросамъ преподаванія естествознанія-теоретическаго и прикладного (садоводство, пчеловодство и т. под.), и географія, обзоръ русской и иностранной литературы по естествознанію и географіи, хроника, смѣсь, вопросы и отвѣты по предметамъ программы журнала, приложенія, состоящія изъ научныхъ и педагогическихъ сочиненій, относящихся къ программѣ журнала.

Въ вышедшихъ книжкахъ „Естествознаніе и Географія“ были помѣщены, между прочимъ, слѣдующія статьи:

И. Акинфіевъ. Поѣздка къ Эльбрусу въ 1896 году. Проф. А. Ѳ. Брандтъ. Симбіозъ. Зоологическій очеркъ. Со многими рис. Павелъ Вольногорскій Passiflora coerulea L. Ботаническій очеркъ. Съ рисунками. Проф. С. Глазенапъ. Величайшая обсерваторія. Съ 1 рис. М. И. Голенкинъ. Антокіанъ и его значеніе для растеній. К. А. Греве. Ленкоранъ. Изъ поѣздки на Кавказъ. Ф. А. Даниловъ. Преподаваніе естественныхъ наукъ въ начальныхъ школахъ штата Массачусетса. М. Демковъ. Къ вопросу о методикѣ естествовѣдѣнія. Проф. А. С. Догель. Элементы нервной системы и новая теорія сна. Къ біологіи зернышекъ (granula) или элементарныхъ организмовъ Альтмана. Съ рисунками. Е. Жадовскій. Страница изъ растительной физіологіи. Проф. Н. Зографъ. Лейкартъ. Съ портретомъ. Гидробіологическая станція на Плещеевомъ озерѣ въ Гольштиніи и на Глубокомъ озерѣ Рузскаго уѣзда Московской губерніи. Н. Ф. Золотницкій. Эстетическое, научное, прикладное и педагогическое значеніе акваріума. Рядъ статей по акваріумамъ и террaріумамъ. Проф Н Кащенко. Гнѣздо орлановъ—бѣлохвостовъ на рѣкѣ Оби. Съ рисунками. Проф. И. А. Каблуковъ. О тѣлахъ, получаемыхъ при высокой температурѣ въ электрическихъ печахъ. Съ рисунками. Г. А. Кожевниковъ. Анатолій Петровичъ Богдановъ. (Съ портретомъ). Некрологъ. Проф. А. Красновъ. Дальный востокъ Азіи, характерныя черты его природы и значеніе его культуръ для Закавказья. Проф. Н. Кулагинъ. Зимняя спячка животныхъ. Проф. Н. Кузнецовъ. Двигается-ли растеніе? Съ 15 рис. Ботаническіе портреты. К. Линей въ молодости. С. П. Мечъ. Два мѣсяца на Южномъ Уралѣ.

Съ рис. Г. Надсонъ. Успѣхи ботаники за 1895—96 г. Проф. Н. В. Насоновъ. Къ горѣ заповѣдей (изъ путешествія на Синай зимою 1895 г.). Съ рис. Борисъ Нечаевъ. Каспійско-Индійская желѣзная дорога. Докторъ Зоологіи А. М. Никольскій. О таточныя озера и ихъ животное населеніе. Значеніе механическихъ преградъ въ разселеніи континентальныхъ животныхъ. К. Носиловъ. По юго-западной Сибири. Путешествіе къ вогуламъ. Алтайскіе очерки. 1 Горные пикеты. Проф. А. П. Павловъ. О геологическомъ характерѣ окрестностей Москвы. Съ рис. А. Рождественскій. Къ вопросу о преподаваніи естествознанія въ средней школѣ.—Къ вопросу о томъ, какъ распредѣлить преподаваніе естественной исторіи въ реальныхъ училищахъ по классамъ. Проф. В. Сапожниковъ. Золотое озеро и Золотая гора (изъ путешествія по Алтаю лѣтомъ 1895 г.). Съ рис. Конст. Сетъ-Илеръ. О дѣленіи и самодѣленіи у животныхъ. В. Таліевъ. Очеркъ біологіи сорныхъ растеній. Съ рис. Гусеница и бабочка Harpiga vinula. Съ рис. Чувствительность растеній къ удару. Очеркъ біологіи весеннихъ растеній. Съ рис. Очеркъ біологіи осенней растительности. Съ рис. Проф. К. Тимирязевъ. Фотографія природы и фотографія въ природѣ. Съ рисунками. Проф. А. Тихомировъ. Изъ лекцій по философіи зоологіи. (Какъ понимать многоклѣточность организмовъ?) Русское шелководство и какъ ему можетъ помочь школа. Н. Тихоновичъ. Задачи естественно-историческихъ экскурсій и постановка ихъ въ Харьковскомъ университетѣ. П. Р. Фрейбергъ. Весенняя экскурсія въ окрестностяхъ Москвы. Съ рис. П. Шафрановъ. К. К. Сентъ-Илеръ (По поводу 40-лѣтія его педагогической дѣятельности). Проф. В. Шимкевичъ. Паразитизмъ и его происхожденіе. Изъ жизни клѣтки.—Условія жизни и географическое распространеніе животныхъ въ морѣ. Съ рис. Успѣхи зоологіи въ 1895 г. Отъ Аристотеля до Линея. П. Ю. Шмидтъ. Соловецкая біологическая станція. Біологическія наблюденія надъ бабочками. (По Штандфусу). Д-ръ Э. Эриксонъ. Около Храмскаго ущелья.

Кромѣ оригинальныхъ статей въ журналѣ былъ помѣщенъ рядъ переводныхъ статей, между прочимъ: Проф. Земонъ: Очерки изъ путешествія по Австраліи. Нѣсколько главъ изъ „Научнаго путешествія подъ тропиками“ проф. Габерландта. Кольбахъ. Ученическія экскурсіи Кронбергеръ. Школьные сады въ большихъ городахъ, Проф. Конъ. Проблемы ботаники, Жанъ-Жанъ Руссо какъ ботаникъ, Виноградная лоза и вино, Проф. В. Маршалль. Дюны; Маскарадъ въ животномъ мірѣ, Паулъ. Біологическій элементъ въ курсѣ естественной исторіи въ народныхъ училищахъ. Д-ръ Вилли Уле. Практическія занятія по географіи. Критика и библіографія. Смѣсь. Хроника. Приложенія: Анни Марстонъ. Великая замкнутая страна (Тибетъ). Пер. П. Р. Фрейберга А. Гартлебенъ. Статистическая таблица всѣхъ государствъ земного шара на 1897 г. Пер. подъ ред. П. Р. Фрейберга.

Подписная цѣна: на годъ безъ доставки 4 р., съ доставкою и пересылкою 4 р. 50 коп.; на полгода съ пересылкою и доставкою 2 руб. 50 коп.; за-границу 7 руб. Подписка принимается для городскихъ подписчиковъ—въ конторѣ Печковской (Петровскія линіи), въ книжномъ магазинѣ К. И. Тихомирова (Кузнецкій мостъ), Н. П. Карбасникова (Моховая) и въ другихъ книжныхъ магазинахъ Москвы; иногородныхъ подписчиковъ просятъ обращаться въ контору редакціи журнала (Москва, Большая Полянка, д. Учительскаго Института, кв. 2).

Оставшіеся экземпляры журнала за 1896 годъ можно получать по 4 руб. 50 коп. за экземпляръ (съ пересылкою).

Редакторъ-издатель М. Ц. Варавва.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА на 1898 годъ НА ДУХОВНЫЙ ЖУРНАЛЪ

„СТРАННИКЪ“

съ приложеніемъ

„Общедоступной Богословской Библіотеки“.

Духовный журналъ «Странникъ» будетъ издаваться въ 1898 году по прежней широкой программѣ, обнимающей весь кругъ движеній богословско-философской мысли и церковно-общественной жизни, интересамъ которой онъ неослабно служилъ въ теченіе почти сорока лѣтъ. Но съ будущаго 1898 года редакція приступаетъ кромѣ того къ новому крупному литературному предпріятію, именно къ изданію „Общедоступной Богословской Библіотеки“, имѣющей своею цѣлію сдѣлать болѣе доступными для читателей лучшія и капитальнѣйшія произведенія русской и иностранной богословской литературы. Именно:

1) При редакціи журнала «Странникъ» будетъ издаваться «Общедоступная Богословская Библіотека» на весьма льготныхъ для его подписчиковъ условіяхъ.

2) Въ нее входятъ лучшія и капитальнѣйшія произведенія русской и иностранной богословской литературы по всѣмъ отраслямъ богословскаго знанія: по св. Писанію (гдѣ кромѣ вспомогательныхъ къ его изученію сочиненій имѣется въ виду издать и полное толкованіе на всю Библію), основному, догматическому и нравственному богословію (лучшія системы изъ русской и иностранной литературы), библейской и церковной исторіи (извѣстнѣйшія произведенія Фаррара, Шаффа и др.), проповѣдничеству и пр. причемъ для каждой отрасли представителями будутъ избраны капитальнѣйшіе труды лучшихъ богословскихъ писателей — русскихъ или иностранныхъ.

3) Ежегодно издается по два тома отъ 20 до 25 печатныхъ листовъ въ томѣ, — всего 600 — 700 страницъ убористаго, но четкаго шрифта.

4) Цѣна въ отдѣльной продажѣ на годичное изданіе «Библіотеки» четыре рубля, а для подписчиковъ журнала „Странникъ“ — одинъ рубль съ пересылкой, такъ что подписчики нашего журнала, приплачивая по 1 рублю къ подписной цѣнѣ, ежегодно будутъ получать по два тома лучшихъ произведеній русской и иностранной богословской литературы и такимъ образомъ безъ обремененія себя пріобрѣтутъ цѣнную библіотеку этихъ произведеній, которыя при отдѣльной покупкѣ потребовали бы громадныхъ расходовъ, непосильныхъ большинству нашихъ пастырей.

5) Для перваго года изданія „Общественной Богословской Библіотеки“ мы остановились на изданіи „Православнаго Собесѣдовательнаго Богословія“ покойнаго придворнаго протоіерея, бывшаго члена духовно-учебнаго комитета І. В. Тодмачева. Это капитальное и единственное въ своемъ родѣ сочиненіе въ нашей духовной литературѣ составляетъ безусловно необходимую книгу для всякаго пастыря, который по долгу служенія и совѣсти не хочетъ оставаться нѣмымъ при возрастающей жаждѣ къ духовному назиданію въ его паствѣ. «Собесѣдовательное Богословіе», заключающее въ себѣ планы и образцы для проповѣдей и собесѣдованій на круглый годъ и на всевозможные случаи пастырской дѣятельности, есть лучшій спутникъ и помощникъ для всякаго духовнаго пастыря.

6) Все «Собесѣдовательное Богословіе» состоитъ изъ 4 томовъ, цѣною по 2 рубля за каждый. Въ будущемъ году редакція «Странника» издастъ два тома, которые для подписчиковъ нашего журнала вмѣсто 4 рублей будутъ стоить только одинъ рубль съ пересылкой. Къ первому тому будетъ приложенъ портретъ автора.

Журналъ по прежнему будетъ выходить ежемѣсячно книжками въ 10—12 и болѣе печ. листовъ (до 200 стр. въ книжкѣ).

Цѣна въ Россіи: а) за журналъ „Странникъ" шесть (6) рублей въ годъ; б) съ приложеніемъ «Общедоступной Богословской Библіотеки» (двухъ томовъ «Собесѣдовательнаго Богословія») семь (7) рублей съ пересылкой; за границей на два рубля дороже.

Кромѣ того при редакціи по прежнему будутъ издаваться и «Памятники древне-русской церковно-учительской литературы» (вып. V), причемъ подписчики журнала получаютъ каждый выпускъ за одинъ рубль, а не-подписчики—за два рубля.

Адресоваться: Въ редакцію журнала «Странникъ» С.-Петербургъ, Невскій пр. д. № 173.

Городскіе подписчики благоволятъ обращаться въ контору редакціи—Телѣжный пер. д. 3—5.

Редакторъ-издатель проф. А. Пономаревъ.

2—3

ОТКРЫТА ПОДПИСКА на 1898 годъ.

на общедоступный, иллюстрированный, еженедѣльный журналъ подъ названіемъ

„Журналъ новѣйшихъ открытій и изобрѣтеній".

Въ теченіи 1898 года подписчики получаютъ: 52 еженедѣльныхъ, иллюстрированныхъ номера, заключающихъ въ себѣ описаніе новѣйшихъ открытій и изобрѣтеній въ общепонятномъ и ясномъ изложеніи, доступномъ всякому развитому человѣку.

12 иллюстрированныхъ выпусковъ, заключающихъ въ себѣ слѣдующія сочиненія:

I. Сельскохозяйственные промыслы.

II. Силы природы и пользованіе ими.

III. Самодвижущіеся экипажи: паровые, керосиновые, электрическіе.

«Журналъ новѣйшихъ открытій и изобрѣтеній» даетъ описаніе всѣхъ выдающихся современныхъ открытій и изобрѣтеній, въ ясномъ и общепонятномъ изложеніи, поясняемомъ рисунками. Онъ также знакомитъ читателей съ успѣхами техники въ Россіи и за-границей, съ положеніемъ существующаго уровня промышленности и условіями возникновенія новыхъ выгодныхъ производствъ. Библіографическій отдѣлъ даетъ свѣдѣнія о новыхъ сочиненіяхъ на русскомъ и иностранныхъ языкахъ по всѣмъ отраслямъ техники и естествознанія, а перечень привиллегій снабжается краткимъ изложеніемъ сущности изобрѣтеній.

Подписная цѣна на Журналъ вмѣстѣ со всѣми приложеніями съ пересылкой: на годъ—7 р.; на $^1/_2$—4 р.; на 3 мѣсяца—2 р. 50 к., за границу—10 р.

Адресъ редакціи: С.Петербургъ, Фонтанка, 68.

Допускается разсрочка (при подпискѣ исключительно въ конторѣ Редакціи): При подпискѣ—3 р., въ Апрѣлѣ—2 р., въ Іюлѣ—2 р.

Библіотеки, учрежденія или частныя лица, доставившія подписку не менѣе, какъ на 5 годовыхъ экземпляровъ Журнала, пользуются уступкою 5%.

Для учащихъ и учащихся въ учебныхъ заведеніяхъ цѣна Журнала на годъ 6 руб. Допускается слѣдующая разсрочка: при подпискѣ 2 руб., въ апрѣлѣ 2 р. и въ іюнѣ 2 руб. или по одному рублю первые шесть мѣсяцевъ.

Ред.-Изд. Н. Песоцкій.

2—3

УЧЕНЫЯ ЗАПИСКИ

Императорскаго Казанскаго Университета

на 1898 годъ.

Въ Ученыхъ Запискахъ помѣщаются:

I. Въ отдѣлѣ наукъ: ученыя изслѣдованія профессоровъ и преподавателей; сообщенія и наблюденія; публичныя лекціи и рѣчи; отчеты по ученымъ командировкамъ и извлеченія изъ нихъ; научныя работы студентовъ, а также рекомендованные факультетами труды постороннихъ лицъ.

II. Въ отдѣлѣ критики и библіографіи: профессорскія рецензіи на магистерскія и докторскія диссертаціи, представляемыя въ Казанскій университетъ, и на студенческія работы, представляемыя на соисканіе наградъ; критическія статьи о вновь появляющихся въ Россіи и заграницей книгахъ и сочиненіяхъ по всѣмъ отраслямъ знанія: библіографическіе отзывы и замѣтки.

III. Университетская лѣтопись: извлеченія изъ протоколовъ засѣданій Совѣта, отчеты о диспутахъ, статьи, посвященныя обозрѣнію коллекцій и состоянію учебно-вспомогательныхъ учрежденій при университетѣ, біографическіе очерки и некрологи профессоровъ и другихъ лицъ, стоявшихъ близко къ Казанскому университету, обозрѣнія преподаванія, распредѣленія лекцій, актовый отчетъ и проч.

IV. Приложенія: университетскіе курсы профессоровъ и преподавателей; памятники историческіе и литературные съ научными комментаріями и патанники, имѣющіе научное значеніе и еще не обнародованные.

Ученыя Записки выходятъ ежемѣсячно книжками въ размѣрѣ не менѣе 13 листовъ, не считая извлеченій изъ протоколовъ и особыхъ приложеній.

Подписная цѣна въ годъ со всѣми приложеніями 6 руб., съ пересылкою 7 р. Отдѣльныя книжки можно получать изъ редакціи по 1 руб. Подписка принимается въ Правленіи университета.

Редакторъ Ѳ. Мищенко.

3—3

ПОДПИСКА ПРИНИМАЕТСЯ на 1898 г.

Журналъ Русскаго Общества Охраненія Народнаго Здравія.

Восьмой годъ изданія.

Допущенъ Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія для фундаментальныхъ библіотекъ среднихъ учебныхъ заведеній, какъ мужскихъ такъ и женскихъ.

«Журналъ» выходитъ ежемѣсячно книжками, отъ 5 до 7 печатныхъ листовъ, по слѣдующей программѣ:

I. Самостоятельныя статьи и научныя сообщенія.—II. Отчеты о засѣданіяхъ отдѣловъ и секцій Общества: 1-й—біологической, 2-й—статистической, 3-й—общественной и частной гигіены, 4-й—гигіены дѣтскаго и школьнаго возрастовъ, 5-й—бальнеологіи и климатологіи.—III. Научныя корреспонденціи.—IV. Рефераты о главнѣйшихъ работахъ изъ русской и иностранной литературы,—по біологіи, статистикѣ, эпидеміологіи, гигіенѣ, бальнеологіи и климатологіи.—V. Критика и библіографія.—VI. Хроника.—VII. Частныя объявленія и публикаціи.—VIII. Приложенія.

Въ приложеніи къ Журналу, между прочимъ, помѣщены въ 1893—97 гг.: «Сравнительная статистика населенія (смертность)» проф. Янсона. «Журналы засѣданій Московск. Гигіен. Общества», «Отчеты Спб. город. санит. комиссіи» за 1892—1896 гг. «Отчеты Спб. город. лабораторіи», за 1892—97 гг.

«Врачебныя учрежденія С.-Петербурга», д-ра А. Липскаго. «Молоко Спб. коровъ», д-ра Архангельскаго. «О санитарномъ надзорѣ за пищевыми продуктами въ Спб.». «Чертежи къ проекту участковой земской больницы» проф. А. А. Веденяпина. «Дѣтскія лечебныя колоніи въ Варшавѣ». «Труды комиссіи по вопросу о водоснабженіи г. Тулы». «Очеркъ развитія дѣтскихъ лечебныхъ колоній въ Россіи и заграницей» д-ра М. Д. ванъ-Путеренъ «Матеріалы по оспопрививанію въ Россіи и пр.

Подписная цѣна въ годъ 4 руб. съ доставкою и пересылкою.

Подписка принимается: въ С.-Петербургѣ: въ Канцеляріи Общества Охр. Нар. Здравія: С.-Петербургъ, Дмитровскій пер., д. 15, и въ книжныхъ магазинахъ: Риккера, Карбасникова, Петрова, Ярошевской, Сойкина и др.

«Журналъ» можетъ быть высланъ наложеннымъ платежемъ. Плата за объявленія—за одинъ разъ: за страницу 10 руб., $^1/_2$ страницы 7 руб., за $^1/_4$ страницы 4 руб. Объявленія спереди текста на 25% дороже.

О всякой книгѣ, присланной въ редакцію, печатается объявленіе или отзывъ.

Экземпляры «Журнала» за предыдущіе годы по 3 р. съ перес.

Контора Журнала помѣщается въ канцеляріи Р. Общества охр. народнаго здравія: С.-Петербургъ, Дмитровскій пер., № 15. Открыта ежедневно, исключая праздниковъ, отъ 6 до 8 часовъ вечера.

Редакторъ А. А. Липскій.

2—3

ОТКРЫТА ПОДПИСКА на 1898-й годъ.

„Лѣсной Журналъ“

28-й годъ.

Издаваемый Лѣснымъ Обществомъ въ С.-Петербургѣ.

Выходитъ шестью выпусками, въ общемъ объемѣ около 50 печатныхъ листовъ въ годъ.

Программа журнала: Правительственныя распоряженія. Извѣстія о дѣятельности Лѣсныхъ Обществъ.—Статьи по всѣмъ отраслямъ лѣснаго хозяйства.—Научное обозрѣніе. — Хроника. — Библіографія. — Лѣсоторговыя извѣстія.—Смѣсь.—Вопросы и отвѣты.—Объявленія.

Подписная цѣна на Лѣсной Журналъ четыре рубля въ годъ, съ пересылкою и доставкою.

Лѣсной Журналъ за прежніе годы можно пріобрѣсти въ редакціи: за 1872, 1876 и 1878 гг. по 3 руб. за годъ, а за отдѣльные номера по 50 коп., съ пересылкою; за 1873, 1874, 1875, 1877 и съ 1880 по 1894 гг., кромѣ 1889 г., по 2 руб. за годъ, за отдѣльные же номера этихъ лѣтъ по 50 коп., съ пересылкою; за 1895, 1896 и 1897 гг. по 4 руб., а за отдѣльные номера 1 руб., съ пересылкою. За годы 1871, 1879 и 1889 журнала въ продажѣ не имѣется.

За напечатаніе объявленій взимается: за 1 страницу 6 руб., за $^1/_2$ страницы 3 руб. и за $^1/_4$ страницы 2 руб. за каждый разъ. При помѣщеніи объявленія не менѣе 5 разъ, дѣлается 10 проц. скидки. За разсылку при журналѣ объявленій взимается по 80 коп. съ каждой сотни экземпляровъ, вѣсомъ не тяжелѣе 1 лота—по соглашенію.

Подписка принимается въ С.-Петербургѣ въ Лѣсномъ Обществѣ (зданіе Министерства Земледѣлія и Государственныхъ Имуществъ, у Синяго моста), а также у коммиссіонера Лѣснаго Общества А. Ф. Девріена (Васил. Островъ, Румянцевская площадь, д. № 1—5) и въ главнѣйшихъ книжныхъ магазинахъ столицы.

Редакторъ. Н. С. Нестеровъ.

2—3

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1898 ГОДЪ НА ЖУРНАЛЪ

НОВЬ

XIV годъ изданія 1898 года

иллюстрированный двухнедѣльный вѣстникъ жизни, политики и литературы, науки, искусства и прикладныхъ знаній

за 14 рублей

безъ всякой доплаты за пересылку премій, подписчики «Нови» получаютъ въ 1898 году, съ доставкою и пересылкою во всѣ мѣста Россійской Имперіи, слѣдующія шесть изданій:

1) Журналъ Новь 24 выпуска въ форматѣ наибольшихъ европейскихъ иллюстрацій.

2) Особый иллюстрированный отдѣлъ Мазанка (24 выпуска), составляющій какъ бы самостоятельный журналъ по прикладнымъ знаніямъ, вмѣщающій въ себѣ 16 рубрикъ.

3) Журналъ литературные семейные вечера (отдѣлъ для семейнаго чтенія), 12 ежемѣсячныхъ книжекъ романовъ и повѣстей.

4) Восемь переплетенныхъ томовъ полнаго собранія сочиненій П. И. Мельникова (Андрея Печерскаго).

5) Четыре переплетенные тома полнаго собранія сочиненій Вл. Ив. Даля (Казака Луганскаго).

6) Двѣ роскошно переплетенныя книги, формата in-folio, «Живописной Россіи», посвященныя описанію Москвы и Москов. промышлен. обл.

Первый нумеръ новаго XIV (1898) подписного года выйдетъ 15-го Декабря 1897 года.

Годовая Подписная цѣна за всѣ вышеобъявленныя изданія вмѣстѣ съ пересылкою во всѣ мѣста Россійской Имперіи, безъ всякой доплаты за перес. и дост. безплатныхъ премій 14 руб. За границу 24 рубля.

Разсрочка платежа допускается, при чемъ при подпискѣ должно быть внесено не менѣе 2 руб.; остальныя же деньги могутъ высылаться по усмотрѣнію подписчика ежемѣсячно, до уплаты всѣхъ 14 руб. При подпискѣ въ разсрочку безплатныя преміи высылаются только по уплатѣ всей подписной суммы.

Къ свѣдѣнію гг. новыхъ подписчиковъ не получавшихъ «Нови» въ 1897 г.

Лица, не состоявшія подписчиками «Нови» въ 1897 году и не имѣющія еще первой половины сочиненій Андрея Печерскаго и первой половины сочиненій В. И. Даля, могутъ, подписываясь на «Новь» въ 1898 году, получить первые шесть томовъ (т. е. томы 1 по 6) сочиненій А. Печерскаго и первые шесть томовъ (т. е. томы 1 по 6) сочиненій В. И. Даля, вмѣсто томовъ, выдаваемыхъ въ 1898 году прежнимъ подписчикамъ. Вторая же половина сочиненій, какъ А. Печерскаго, такъ и В. И. Даля, будетъ выдана этимъ новымъ подписчикамъ въ 1899 году, въ чемъ редакція теперь же и принимаетъ передъ ними обязательство.

Новые подписчики на „Новь“ 1898 года, т. е. лица, не бывшія подписчиками на журналъ въ минувшемъ 1897 г., при уплатѣ за 1898 г. 26-ти руб., вмѣсто 14-ти руб., могутъ получить въ 1898 г.: всѣ 14 томовъ полнаго собра-

вія сочиненій Андрея Печерскаго и всѣ 10 томовъ полнаго собранія сочиненій В. И. Даля, а также и тѣ двѣ переплетенныя книги «Живописной Россіи», которыя выдались подписчикамъ въ 1898 году; значитъ, вмѣсто двухъ книгъ «Живописной Россіи», они получатъ четыре переплетенныя книги этого изданія и вмѣсто 12 томовъ сочиненій А. Печерскаго и В. И. Даля, 24 тома.

Подписка принимается исключительно въ книжныхъ магазинахъ Товарищества М. О. Вольфъ, въ С.-Петербургѣ, Гостинный Дворъ, 18; въ Москвѣ—Кузнецкій мостъ, № 12, и въ редакціи «Нови», въ С. Петербургѣ, Васильевскій остр., 16 лин., собств. домъ, № 5—7.

Подробныя объявленія о подпискѣ и условіяхъ разсрочки платежа высылаются изъ Главной Конторы редакціи журнала „Новь" (С.-Петербургъ, Вас. Остр. 16 лин., д. № 5—7) по востребованію безплатно. 2—6

Открыта подписка на 1898 годъ на духовный журналъ

„СТРАННИКЪ"

СЪ ПРИЛОЖЕНІЕМЪ

„Общедоступной Богословской Библіотеки".

Духовный журналъ „Странникъ" будетъ издаваться въ 1898 году по прежней широкой программѣ, обнимающей весь кругъ движеній богословско философской мысли и церковно-общественной жизни, интересамъ которой онъ неотступно служилъ въ теченіе почти сорока лѣтъ. Но съ будущаго 1898 года редакція приступаетъ кромѣ того къ новому крупному литературному предпріятію, именно къ изданію „Общедоступной Богословской Библіотеки", имѣющей своею цѣлію сдѣлать болѣе доступными для читателей лучшія и капитальнѣйшія произведенія русской и иностранной богословской литературы. Именно:

1) При редакціи журнала „Странникъ" будетъ издаваться „Общедоступная Богословская Библіотека" на весьма льготныхъ для его подписчиковъ условіяхъ.

2) Въ нее входятъ лучшія и капитальнѣйшія произведенія русской и иностранной богословской литературы по всѣмъ отраслямъ богословскаго знанія: по св. Писанію (гдѣ кромѣ вспомогательныхъ къ его изученію сочиненій имѣется въ виду издать и полное толкованіе на всю Библію), основному, догматическому и нравственному богословію (лучшія системы изъ русской и иностранной литературы), библейской и церковной исторіи (извѣстнѣйшія произведенія Фаррара, Шаффа и др.), проповѣдничеству и пр., причемъ для каждой отрасли представителями будутъ избраны капитальнѣйшіе труды лучшихъ богословскихъ писателей—русскихъ или иностранныхъ.

3) Ежегодно издается по два тома отъ 20 до 25 печатныхъ листовъ въ томѣ,—всего 600—700 страницъ убористаго, но четкаго шрифта.

4) Цѣна въ отдѣльной продажѣ на годичное изданіе „Библіотеки“ четыре рубля, а для подписчиковъ журнала „Странникъ“—одинъ рубль съ пересылкой, такъ что подписчики нашего журнала, приплачивая по 1 рублю къ подписной цѣнѣ, ежегодно будутъ получать по 2 тома лучшихъ произведеній русской и иностранной богословской литературы и такимъ образомъ безъ обремененія себя пріобрѣтутъ цѣлую библіотеку этихъ произведеній, которая при отдѣльной покупкѣ потребовала бы громадныхъ расходовъ, непосильныхъ большинству нашихъ пастырей.

5) Для перваго года изданія „Общедоступной Богословской Библіотеки“ мы остановились на изданіи „Православнаго Собѣсѣдовательнаго Богословія“ пок. придворнаго протоіерея, бывшаго члена духовно-учебнаго комитета І. В. Толмачева. Это капитальное и единственное въ своемъ родѣ сочиненіе въ нашей духовной литературѣ составляетъ безусловно необходимую книгу для всякаго пастыря, который по долгу служенія и совѣсти не хочетъ оставаться нѣмымъ при возрастающей жаждѣ къ духовному назиданію въ его паствѣ. „Собесѣдовательное Богословіе“, заключающее въ себѣ планы и образцы для проповѣдей и собесѣдованій на круглый годъ и на всевозможные случаи пастырской дѣятельности, есть лучшій спутникъ и помощникъ для всякаго духовнаго пастыря.

6) Все „Собесѣдовательное Богословіе“ состоитъ изъ 4 томовъ, цѣною по 2 рубля за каждый. Въ будущемъ году редакція „Странника“ издастъ два тома, которые для подписчиковъ нашего журнала вмѣсто 4 рублей будутъ стоить только одинъ рубль съ пересылкой. Къ первому тому будетъ приложенъ портретъ автора.

Журналъ по прежнему будетъ выходить ежемѣсячно книжками въ 10—12 и болѣе печ. листовъ (до 200 стр. въ книжкѣ).

Цѣна въ Россіи: а) за журналъ „Странникъ“ шесть (6) рублей въ годъ, б) съ приложеніемъ „Общедоступной Богословской Библіотеки“ (двухъ томовъ „Собесѣдовательнаго Богословія“) семь (7) рублей съ пересылкой; заграницей на два рубля дороже.

Кромѣ того при редакціи по прежнему будутъ издаваться и „Памятники древне-русской церковно-учительской литературы“ (вып. V), причемъ подписчики журнала получаютъ каждый выпускъ за одинъ рубль, а не подписчики—за два рубля.

Адресоваться: Въ редакцію журнала „СТРАННИКЪ“ С.-Петербургъ, Невскій пр. д. № 173.

Городскіе подписчики благоволятъ обращаться въ контору редакціи—Телѣжный пер. д. 3—5.

Редакторъ-издатель проф. *А. Пономаревъ.*

1—3

ПОДПИСКА на 1898 ГОДЪ

НА

„ЕКАТЕРИНОСЛАВСКІЯ ГУБ. ВѢДОМОСТИ".

„Екатеринославскія Губ. Вѣдомости" выходятъ ежедневно, за исключеніемъ дней послѣпраздничныхъ, въ форматѣ большихъ провинціальныхъ газетъ.

Неоффиціальная часть „Екатеринославскихъ Губ. Вѣдомостей" имѣетъ программу частныхъ газетъ—въ ней помѣщаются: телеграммы Россійскаго телеграфнаго агентства и отъ собственныхъ корреспондентовъ; передовыя по вопросамъ общегосударственной и мѣстной губернской жизни; статьи, касающіяся различныхъ отраслей общественной дѣятельности, науки, искусства, сельскаго хозяйства, прикладныхъ знаній и проч.; театральныя рецензіи; корреспонденціи изъ Екатеринославской губерніи, изъ Петербурга (отъ собственнаго корреспондента) и другихъ мѣстъ; обозрѣніе печати; внутреннія и внѣшнія извѣстія; справочный отдѣлъ: банковыя свѣдѣнія, вѣдомость о прибывающихъ грузахъ, списокъ назначенныхъ къ слушанію въ судѣ дѣлъ и проч.; въ фельетонномъ отдѣлѣ помѣщаются еженедѣльные обзоры мѣстной жизни и по Россіи, критическіе обзоры журналовъ, а также повѣсти и разсказы, переводные и оригинальные. „Екатеринославскія Губ. Вѣдомости" имѣютъ цѣлью служить, главнымъ образомъ, мѣстнымъ интересамъ и нуждамъ, причемъ даютъ читателямъ и всѣ выдающіяся свѣдѣнія изъ русской и иностранной жизни.

Въ 1898 году „Екатеринославскія Губ. Вѣдомости" будутъ выходить по прежней программѣ и при нихъ такъже, какъ и въ 1897 г., еженедѣльно будетъ печататься, въ видѣ прибавленія, особый „Отдѣлъ Екатеринославскаго Уѣзднаго земства", въ которомъ помимо свѣдѣній о дѣятельности Екатеринославскаго уѣзднаго земства, будутъ помѣщаться свѣдѣнія, касающіяся вообще земскаго дѣла, народнаго образованія, медицины, а также по сельскому хозяйству, примѣнительно къ югу Россіи, по хлѣбной торговлѣ, найму рабочихъ и прочія полезныя для сельскаго населенія сообщенія.

Условія подписки съ пересылкой и доставкой: на годъ 8 руб., на полгода 4 р. 40 к., на три мѣсяца 2 р. 60 к., на одинъ мѣсяцъ 1 руб. Преподаватели учебныхъ заведеній платятъ 6 руб. въ годъ.

Подписка принимается: а) въ конторѣ редакціи—при Губернской Типографіи (Проспектъ), б) въ Екатеринославскомъ городскомъ полицейскомъ управленіи и у Гг. частныхъ приставовъ г. Екатеринослава и г) у Гг. исправниковъ и становыхъ приставовъ Екатеринославской губерніи.

Для служащихъ въ правительственныхъ и общественныхъ учрежденіяхъ допускается разсрочка: уплата производится по 1 р. ежемѣсячно, начиная съ января.

Открыта подписка на 1898 годъ. Пятый годъ изданія

„БУДЬТЕ ЗДОРОВЫ!“

ПОПУЛЯРНЫЙ ЖУРНАЛЪ д-ра ЗАРУБИНА

Выходитъ еженедѣльно по Воскресеньямъ.

Подписная цѣна съ пересылкой 7 руб. въ годъ, 4 руб. полгода, 2 руб. четверть года.

Адресъ: С.-Петербургъ, Редакція журнала „Будьте Здоровы“!

Въ 1898 году журналъ „Будьте здоровы!“ будетъ издаваться по той же программѣ, какъ и въ первые года. Эта программа, равно какъ направленіе и цѣли нашего журнала ясно опредѣляются самымъ его названіемъ „Будьте Здоровы“. Это настоящій популярный журналъ, дающій въ ясныхъ общепонятныхъ статьяхъ все, что нужно знать человѣку для сохраненія его здоровья, и необходимый въ каждой интеллигентной семьѣ. На его страницахъ читатель найдетъ статьи о томъ, какъ надо жить, питаться и одѣваться, работать, отдыхать и развлекаться, какъ предупредить болѣзни и остерегаться всего вреднаго, какъ лѣчить заболѣванія домашними средствами, безъ помощи врача, какъ утолить боль и облегчить припадки, какъ укрѣпить нервы, какъ приготовить себѣ здоровую старость, какъ воспитать здоровыхъ дѣтей и пр. и пр.

Совѣты и отвѣты на всевозможныя гигіеническіе и медицинскіе запросы гг. подписчиковъ безплатно. „Журналъ Будьте Здоровы!“ необходимъ каждому, кто дорожитъ своимъ здоровьемъ.

Подписавшіеся на 1898 г. получаютъ журналъ со дня подписки до новаго года безплатно.

1—3.

Открыта подписка на 1898 годъ

„АРХИВЪ ВЕТЕРИНАРНЫХЪ НАУКЪ“

будетъ выходить ежемѣсячно по той же программѣ, какъ и въ предшествующемъ году.

Въ „Архивѣ Ветеринарныхъ Наукъ“ помѣщаются правительственныя распоряженія по ветеринарной части всѣхъ вѣдомствъ, оригинальныя статьи по всѣмъ отдѣламъ ветеринарной науки, переводы и рефераты наиболѣе выдающихся работъ изъ научной литературы, какъ по ветеринаріи (включая зоотехнію), такъ и по общей медицинѣ, естествознанію и сельскому хозяйству, насколько послѣднія имѣютъ отношеніе

къ ветеринаріи, статьи по вопросамъ ветеринарнаго образованія и ветеринарной дѣятельности, библіографія и хроника.

Въ началѣ приложенія къ «Архиву» въ 1898 г. будетъ дано «Руководство по Эмбріологіи» Bonnet (переводъ съ нѣмецкаго).

Подписная цѣна 5 руб. съ пересылкой.

Статьи для помѣщенія въ журналѣ, а равно всю корреспонденцію просятъ адресовать: С.-Петербургъ, Шпалерная ул., д. № 48, Редакція «Архива Ветеринарныхъ Наукъ»; тамъ же принимается лично подписка на журналъ ежедневно (за исключеніемъ праздниковъ) съ 10 до 1 ч. дня.

Имѣются въ продажѣ экземпляры журнала (съ приложеніями) за 1881, 1882, 1884, 1885, 1886 (ц. 3 р.). 1887, 1888, 1890, 1891, 1892, 1893, 1894 и 1895 г. (ц. 5 р.). За 1896 г. всѣ экземпляры журнала распроданы.

Временно исправляющій должность редактора Г. И. Свѣтловъ.

1—3

ОТКРЫТА ПОДПИСКА

НА

„ЖУРНАЛЪ ЮРИДИЧЕСКАГО ОБЩЕСТВА"

въ 1898 году.

Журналъ выходитъ ежемѣсячно (за исключеніемъ вакантныхъ Іюля и Августа), въ количествѣ 10 книгъ въ годъ, отъ 15 до 20 листовъ, подъ редакц. проф. В. Н. Латкина.

Отдѣлы журнала: 1) оригинальныя статьи, 2) хроника законодательства, гражданскаго и уголовнаго суда, 3) экономическое и земское обозрѣнія, 4) критика и библіографія, 5) замѣтки и извѣстія, 6) приложенія.

Цѣна за годовое изданіе: Въ СПБ. безъ доставки 8 р. Съ доставкой 8 р. 50 к. Съ пересылкой въ другіе города 9 р.

Подписчики, желающіе получать сверхъ того рѣшенія кассаціонныхъ департаментовъ сената, платятъ за журналъ и за рѣшенія съ доставкою и съ пересылкою 13 р. Подписка на рѣшенія отдѣльно, безъ журнала, стоитъ 4 р. Допускается разсрочка подписной платы. Кандидаты на судебныя и военно-судебныя должности, равно и учащіеся пользуются правомъ подписки за половинную цѣну, т. е. 4 р. 50 к. за журналъ и 8 р. 50 к. за журналъ съ кассаціонными рѣшеніями.

Подписка принимается въ конторѣ журнала (СПБ, Новоисаакіевская улица, д. № 14, кв. 7) и во всѣхъ книжныхъ магазинахъ. 1—3

Редакторъ проф. В. Н. Латкинъ.

БОЛЬНИЧНАЯ ГАЗЕТА

БОТКИНА.

Принимается подписка на 1898 годъ (9-й годъ изданія).

Газета выходитъ еженедѣльно въ размѣрѣ отъ 2—3 печатныхъ листовъ и издается проф. С. С. Боткинымъ, прив.-доц. М. М. Волковымъ, главными врачами Спб. городскихъ больницъ д-рами А. А. Нечаевымъ и С. В. Посадскимъ и проф. В. Сиротининымъ.

Подъ редакціей прив.-доц. М. М. ВОЛКОВА.

„Больничная газета", продолжая „Еженедѣльную Клиническую Газету" покойнаго С. П. Боткина, посвящена по преимуществу интересамъ клинической медицины и больничнаго дѣла. Газета служитъ органомъ С.-Петербургскихъ больницъ.

Программа газеты послѣдовательно расширяемая съ 1896—97 года, заключаетъ въ себѣ слѣдующіе отдѣлы:

I. Оригинальныя статьи по вопросамъ клинической медицины и соприкасающихся съ послѣдней отдѣламъ теоретической медицины; по вопросамъ, относящимся къ медицинскому преподаванію и больничному дѣлу.

II. Литературный отдѣлъ, содержащій систематизированные рефераты и обозрѣнія наиболѣе выдающихся въ научномъ отношеніи произведеній русской и иностранной литературы.

III. Отдѣлъ медицинскихъ совѣщаній, заключающій въ себѣ протоколы совѣщаній врачей С.-Петербургскихъ больницъ и засѣданій ученыхъ обществъ, отчеты о диспутахъ Военно-Медицинской Академіи; имѣются въ виду подобные же отчеты о диспутахъ медицинскихъ факультетовъ Имперіи.

IV. Отдѣлъ терапевтическихъ новостей. Рефераты и обозрѣнія научныхъ изслѣдованій въ области всѣхъ видовъ терапіи. Мелкія терапевтическія сообщенія.

V. Отдѣлъ критики и библіографіи.

VI. Хроника и извѣстія, касающіяся подробностей больничной жизни; справочный отдѣлъ; статистическія данныя о движеніи больныхъ въ С.-Петербургскихъ больницахъ, сообщаемыя С.-Петербургскимъ статистическимъ бюро.

Подписная цѣна: за годъ съ доставкой 8 руб., за полгода 4 руб. 50 копѣекъ.

Гг. подписывающихся въ разсрочку (при подпискѣ 5 р. и къ 1-му іюля 3 р., — или при подпискѣ 3 руб., къ 1-му апрѣля 3 руб. и къ 1-му сентября 2 р.) просятъ обращаться исключительно въ редакцію.

Подписка принимается въ редакціи (С.-Петербургъ, Конногвардейскій бульваръ, д. № 5) и во всѣхъ книжныхъ магазинахъ.

1—3

ПРИНИМАЕТСЯ ПОДПИСКА

НА ГАЗЕТУ

„МЕДИЦИНА“

на 1898 (десятый годъ).

Подъ редакціей Профессора Юрьевскаго Университета Степана Михайловича Васильева.

Изданіе, посвященное всѣмъ отраслямъ клинической медицины и гигіены, выходитъ въ объемѣ—2-хъ листовъ (лѣтомъ 1-го листа) четыре раза въ мѣсяцъ по прежней программѣ:

1) Самостоятельныя статьи, лекціи и предварительныя сообщенія русскихъ авторовъ, переводныя статьи и лекціи иностранныхъ авторовъ по всѣмъ отраслямъ клинической медицины, по всѣмъ отдѣламъ общественной и частной гигіены, эпидеміологіи, судебной медицины и гидрологіи, а также по общей патологіи, фармакологіи, анатоміи, физіологіи и патологической анатоміи. Въ отдѣлѣ оригинальныхъ статей будутъ, между прочимъ, печататься:

Проф. С. М. Васильевъ. 1) Показанія къ хирургическому лѣченію рака желудка.

Онъ же. 2) Этіологія язвы желудка и показанія къ хирургическому ея лѣченію

Prof. Naunyn. Діэтетическое лѣченіе сахарной болѣзни.

Prof. Potain. Предсказаніе при болѣзняхъ сердца.

Prof. Erb. 1) Этіологія tabes dorsalis.

Онъ же. 2) Терапія tabes dorsalis.

Prof. Heubner. Сифилисъ у дѣтей (syphilis heriditaria, tarda et acquisita).

Prof. Ed. Sonnenburg. Патологія и терапія перитифлита (appendicitis simplex et perforativa).

Prof. G. Moraglia. Новыя изслѣдованія о женской преступности, проституціи и психопатіи.

Онъ же. Онанизмъ у нормальныхъ женщинъ и проститутокъ.

Doc. Fr. Windscheid. Діагнозъ и лѣченіе головной боли.

Dr. C. Wild. Предупрежденіе и лѣченіе хроническаго запора у женщинъ и дѣвицъ.

Prof. D-r. Kisch. Гидротерапія (изъ бальнеотерапевтическаго лексикона).

2) Общіе обзоры по различнымъ медицинскимъ вопросамъ.

3) Статьи по исторіи медицины.

Проф. С. М. Васильевъ. 1) Матеріалы къ исторіи эпидеміи „черной смерти“.

4) Новости медицины изъ русской и иностранной литературы.

5) Статьи и замѣтки по народной, особенно русской медицинѣ.

6) Критика и библіографія медицинскихъ книгъ, статей, больничныхъ отчетовъ и изданій, могущихъ чѣмъ либо интересовать врачей.

7) Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ и о защитѣ диссертацій.

8) Терапевтическій отдѣлъ.

Въ этомъ отдѣлѣ будутъ помѣщены между прочимъ: Средства, применяемыя въ медицинской клиникѣ проф. С. М. Васильева.

9) Научныя корреспонденціи, хроника и мелкія извѣстія объ ученыхъ изслѣдованіяхъ и открытіяхъ, слухи и выдержки изъ газетъ, имѣющіе исключительно научный интересъ, а также правительственныя распоряженія, могущія чѣмъ либо интересовать врачей.

10) Частныя объявленія и публикаціи, за исключеніемъ рекламъ, о вновь вышедшихъ медицинскихъ книгахъ.

Подписка принимается въ С.-Петербургѣ, въ конторѣ Редакціи, Гороховая, д. № 40.

Подписная цѣна за годовое изданіе пять рублей съ доставкой и пересылкой. Для студентовъ три рубля съ пересылкой.

Статьи высылаются въ Редакцію газеты „Медицина" С.-Петербургъ, Гороховая, д. № 40.

NB. Редакція газеты безплатно помѣщаетъ объявленія земскихъ управъ, городскихъ и больничныхъ учрежденій о вакантныхъ мѣстахъ для лицъ врачебнаго персонала, а равно и сихъ послѣднихъ о предложеніи ихъ услугъ.

1—3

ОТВАРЯ СЕ ПОДПИСКА

ЗА

V-ТА ГОДИШНИНА (1898)

НА

„БЪЛГАРСКА СБИРКА"

Списание за книжнина и обществени знания.

Спис. „Българска Сбирка", ще излазя, както и до сега, по слѣднята программа:

I. Статьи и очерци върху книжнината и общественитѣ знания, по историята и етнографията;—Пътешествия.

II. Животописи на знаменити мжже, дѣятели въ науката, книжнината и общественния животъ.

III. Изящна словесность: стихотворения:—повѣсти, разкази и очерки изъ нашия животъ; малки повѣсти и разкази, прѣведени отъ чужди язици и писани отъ по-извѣстни писатели;—прѣводи на нѣкои классически творения.

IV. Изъ книжнината и живота: I. Въ нашенско. Бѣлѣжки и разсѫждения върху по-важнитѣ явления въ нашата книжнина и обществения ни животъ.—II. Въ славянскитѣ земи и III. На чужбина.

V. Книгописъ: а) оцѣнка на български и чужди книги: б) показалецъ на новоизлѣзлитѣ български книги; в) показалецъ на по-важнитѣ статии и др. въ повремѣннитѣ списания и вѣстници.

VI. Малки вѣсти: изъ книжовния, черковно-общественъ и училищенъ свѣтъ у насъ и на чужбина.

VII. Смѣсь: свѣдѣния по домакинството, игиената и вѣсти за откритии, изнамѣрвания и пр.

Сътрудници: Ив. М. Вазовъ, Д. К. Поповъ, П. П. Славейковъ, Д. Т. Страшимировъ, Ив. Ст. Андрейчинъ, Ал. Узуновъ, Д-ръ Ник. Бобчевъ, П. Кисимовъ, Д. В. Храновъ, П. П. Карапетровъ, Ил. С. Бобчевъ, Ив. Бѣлевъ, Хр. Берберовъ, Ил. Веновъ, Д. Т. Душановъ, Ю. Ивановъ, Г. Ив. Маркова, Д. Мариновъ, Кръстю Мирский, Ив. Найденовъ, Сг. Огнянов. В. Ковачевъ, В. Неновъ, Р. Петковъ, Д-ръ Пасманикъ, Деборовъ (псевд.), К. Христовъ и др. и др.

Българска Сбирка ще излазя веднъжь въ началото на всѣки мѣсецъ, освѣнь въ юлий и августь, въ размѣръ на 7 печатни коли.

Цѣната на годишния абонаментъ на Б. Сбирка си остава 10 лева за въ България, 12—извънъ. Половинъ годишни абонаменти не се приематъ. За ученицитѣ, селскитѣ учители, свещенницитѣ и за абонатитѣ на „Юридически Прѣгледъ“ прѣзъ 1897 година Българска Сбирка, се отстѫпва за 8 л., т. е. двѣтѣ списания вмѣсто 22 л. за 20 л.

На настоятелитѣ и на всички, които запишѫтъ и съберѫтъ стойностьта на 10 абонамента, прави имъ се обичайната отстѫпка—едно на десетъ.

Забѣлѣжка.—Всичко, което се отнася до списанието ни (писма, статии, порѫчки, пари и пр.) испровожда се: До администрацията на Българска Сбирка, въ Пловдивъ.

Пловдивъ, ноемврий 1897 г.

Редакторъ С. С. Бобчевъ.

1—3

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1898 Г.

Еженедѣльный сельскохозяйственный

ЖУРНАЛЪ

XI Г. # „ЗЕМЛЕДѢЛІЕ" XI Г.

издаваемый Кіевскимъ Обществомъ сельскаго хозяйства и сельскохозяйственной промышленности.

Въ программу журнала входятъ: правительственныя распоряженія, дѣятельность Общества сельскаго хозяйства и его отдѣленій. Труды опытныхъ учрежденій Юго-Западнаго края. Статьи оригинальныя и переводныя по теоретическимъ и практическимъ вопросамъ земледѣлія и другихъ отраслей сельскаго хозяйства Юго-Западнаго края, Малороссіи и Новороссіи. Землевладѣніе и землепользованіе, сельскохозяйственная статистика и экономія. Дѣятельность сельскохозяйственныхъ обществъ и земскихъ учрежденій. Корреспонденціи, с.-х. хроника. По Юго-Западу и Югу. Торговое обозрѣніе. Объявленія.

Въ текущемъ году, между прочимъ, было напечатано: Хозяйство Юго-Западнаго края. Перспективы хлѣбной торговли. Товарищескія аренды. Лѣсоразведеніе въ Кіевской губерніи—И. М. Рева. Опытныя станціи, поля и лабораторіи Юго-Западнаго края и проектъ объединенія ихъ дѣятельности—д-ра З. К. Янушевскаго. Земледѣльческія союзы на Югѣ Россіи; Ученіе о плодородной почвѣ въ новѣйшей литературѣ; Земледѣльческія орудія и машины, и проч.—Т. И. Осадчаго. Очеркъ низшей сельскохозяйственной школы во Франціи—В. Кочеткова. Письма деревенскаго обывателя—П. Бѣловодскаго. Кормовыя растенія по опытамъ Уманскаго земледѣльческаго училища—К Васильева. Нормы оцѣнки свекловичныхъ сѣмянъ—І. Орловскаго. Мѣропріятія земствъ въ области улучшенія сельскаго хозяйства—Н. Скворцова. Къ вопросу о нашемъ коневодствѣ—проф. М. Придорогина. Исторія свеклосахарнаго производства въ Россіи—А. Чугаева. Главнѣйшіе вопросы птицеводства—С Иванова. Нѣкоторыя данныя по статистикѣ Юго-Западнаго края—проф. А. Ѳ. Фортунатова. Природные источники азота—Ц. Поплавскаго и многія другія.

Переводныя статьи: проф. Л. Грандо—Сохраненіе навоза; д-ра Гюбеля—Предѣлъ минимальной стоимости с.-х. производства; проф. П. Вагнера—Потребность азотнаго удобренія почвы; проф. Кюнъ—Изслѣдованія дѣйствія фосфорной кислоты и проч.

Подписная цѣна: на годъ пять рублей съ пересылкой и доставкой, на полгода три рубля.

Адресъ: Кіевъ, Крещатикъ, 6. 1—3

Университетскія Извѣстія въ 1898 году будутъ выходить ежемѣсячно книжками, содержащими въ себѣ до 20 печатныхъ листовъ. Цѣна за 12 книжекъ **Извѣстій** безъ пересылки **шесть рублей пятьдесятъ копѣекъ**, а съ пересылкой **семь рублей**. Подписка и заявленія объ обмѣнѣ изданіями принимаются въ канцеляріи Правленія Университета.

Студенты Университета Св. Владиміра платятъ за годовое изданіе **Университетскихъ Извѣстій** 3 руб. сер., а студенты прочихъ Университетовъ 4 руб.; продажа отдѣльныхъ книжекъ не допускается.

Университетскія Извѣстія высылаются только по полученіи подписныхъ денегъ.

Гг. иногородные могутъ обращаться съ требованіями своими къ коммиссіонеру Университета Н. Я. Оглоблину въ С.-Петербургѣ, на Малую Садовую, № 4-й, и въ Кіевѣ, на Крещатикѣ, въ книжный магазинъ его же, или непосредственно въ Правленіе Университета Св. Владиміра.

Гл. Редакторъ В. Иконниковъ.